शिक्षक निर्देशिका

अनिवार्य गणित

कक्षा १०

DRAFT

लेखन समूह

कृष्ण गोसाईं

तेज प्रसाद ढकाल

वासुदेव दवाडी

सुमित्रा भट्ट

प्रकाशक

नेपाल सरकार

पाठ्यक्रम विकास केन्द्र

सानोठिमी, भक्तपुर

२०७४

एकाइ : 1 समूह (Sets)

अनुमानित घन्टी : **8**

1.1 परिचय

उन्नाइसौं शताब्दिको उत्तरार्धतिर गणितमा भएका महत्त्वपूर्ण उपलब्धिहरूमध्ये जर्ज क्यान्टरको समूहसम्बन्धी लेखलाई पनि एक महत्त्वपूर्ण उपलब्धीको रूपमा लिइन्छ । जसमा गणितीय समस्याहरूको तर्कपूर्ण समाधानका लागि समूहको प्रयोग भएको छ । समूहको प्रयोगलाई समावेश गर्न थालिएपछिको गणितलाई आधुनिक गणित (Modern Mathematics) का रूपमा लिएको पाइन्छ । विद्यालय स्तरको गणितलाई आधुनिक गणितका धारणाहरूसँग समायोजन गरी उच्च शिक्षाका लागि तयार पार्ने मान्यताअनुसार गणित विषयमा समूहलाई समावेश गरिएको छ ।

राम्ररी परिभाषित तथा निश्चित नाम दिन सकिने गरी छुट्याइएका वस्तुहरूको सङ्कलनलाई समूह भनिन्छ । सङ्कलित हरेक सदस्यको आफ्नो छुट्टाछुट्टै अस्तित्व रहेको हुन्छ । जस्तै 2, 4 र 6 फरक फरक अङ्कहरू हुन् भने जब त्यी अङ्कहरूलाई सङ्कलन गरेर राखिन्छ तब त्यहाँ एउटा नयाँ समूह बनेको हुन्छ, तिन सदस्यीय समूह{2, 4, 6}पहिला तिन धनात्मक जोर सङ्ख्याहरूको समूह, त्यस्तै कक्षाकोठाबाट पनि छात्रहरूको समूह, छात्राहरूको समूहलाई छुट्टाएर समूहको उदाहरण दिन सकिन्छ । विद्यालय स्तरमा समूह शिक्षणको उद्धेश्य समूहहरूको परिभाषा, सङ्केत साथै गणितीय समस्याहरूको समाधानमा समूहको प्रयोग गर्नु रहेको छ ।

1.2 सक्षमता

समूहहरूबिचको सम्बन्ध पत्ता लगाई गुणका आधारमा सम्बन्धलाई प्रदर्शन गरी तत्सम्बन्धी विषयगत तथा व्यवहारिक समस्या समाधान

1.3 सिकाइ उपलब्धि

समूहको गणनात्मकता सम्बन्धी शाब्दिक समस्याहरू भेनचित्रको प्रयोगद्वारा समाधान गर्न र समूहहरूबिचको सम्बन्धका गुणहरू प्रयोग गरी व्यावहारिक समस्या समाधान गर्न

1.4 विषयवस्तु विभाजन र सिकाइ सामाग्री

घन्टी	विषयवस्तु	सिकाइ सामाग्री
1.	समूहको परिभाषा, समूहलाई जनाउने तरिका, प्रकारहरू र गणनात्मकता (पुनरावलोकन)	परिभाषा लेखिएको चार्टपेपर, फ्लाटिन बोर्ड, विभिन्न क्रियाहरू देखाउने भेनचित्र मोडेल, समूहको क्रियासँग सम्बन्धित नियमहरू लेखिएको चार्टपेपर
2.	समूहका क्रियाहरू गणनात्मकतासहित (संयोजन, प्रतिच्छेदन, फरक र पूरक)	
3.	भेन चित्रको प्रयोग (दुई समूह सम्मिलित)	
4.	शाब्दिक समस्याको समाधान (२ समूह)	
5.	भेनचित्रको प्रयोग (तिन समूह सम्मिलित)	
6.	तिन समूह सम्मिलित शाब्दिक समस्याको समाधान	
7.	शाब्दिक समस्या (तिन समूह सम्मिलित)	
8.	एकाइ परीक्षा (मूल्याङ्कन)	

DRAFT

घन्टी : 1

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) समूहले वस्तुहरूको सङ्कलन जस्तै किताबको समूह, विद्यार्थीहरूको समूह, गाईको बथानआदिलाई बुझाउँछ । यसकारण सामान्य अर्थमा वस्तुहरूको सङ्कलनलाई समूह भनिन्छ भनी स्पष्ट पार्नुहोस् ।

(ख) कक्षा 10 मा पढ्ने छात्रहरूको र छात्राहरुको समूहलाई उभिनलगाई निम्न प्रश्नमा छलफल गर्नुहोस् ।

i. के यो समूहलाई एउटा निश्चित नाम दिन सक्नुहुन्छ ?(छात्रहरूको समूह)
ii. बेञ्चमा बसिरहेका छात्रा साथीहरूलाई के नाम ले परिभाषित गर्न सकिएला ?(छात्राहरूको समूह)
iii. छात्रहरूलाई पनि पुन आफ्नो बेञ्चमा बस्न लगाई कक्षाको सम्पूर्ण विद्यार्थीहरूलाई जनाउने गरी के एउटै नाम दिन सकिन्छ त ? भन्ने प्रश्न गर्नुहोस् । (कक्षा १० का विद्यार्थीहरूको समूह) जसको छलफल सहित समूहको परिभाषा स्पष्ट पार्नुहोस् ।

(ग) समूहका प्रकारहरू शिक्षणका लागि विद्यार्थीहरूलाई 5 समूहमा विभाजन गरी हरेक समूहलाई छुट्टाछुट्टै समूह निर्माण गर्न लागउनुहोस, जस्तै:

A = {नेपालका सात प्रदेशहरुको नाम}
B = {पूर्णाङ्कहरूको समूह}
C = {संसारको सबैभन्दा अग्लो हिमालको नाम}
D = {नेपालको सिमाना जोडिएका महासागरहरूको सङ्ख्या}
E = {एउटा रेखामा रहेका बिन्दुहरूको सङ्ख्या}

विद्यार्थीहरूले निर्माण गरेका विभिन्न किसिमका समूहबाट समूहलाई जनाउने तरिकाहरू (Describing Method, Tabulation method and set builder method) को समेत पुनरावलोकन गराउनुहोस् ।

(घ) समूहको गणनात्मकता पुनरावलोकनका लागि आफूले अध्यापन गराइरहेको कक्षाबाट नै उदाहरणहरू लिन सकिन्छ जस्तै:

छात्राहरूको समूहको सङ्ख्या
छात्रहरूको समूहको सङ्ख्या
यस्तै थप उदाहरणहरू विद्यार्थीलाई बनाउन लगाउनुहोस् ।

कक्षा 10 मा पढ्ने जम्मा विद्यार्थीहरूको सङ्ख्या कति छ ? भन्ने प्रश्न गर्दै समूहको गणनात्मकता भन्नाले समूहमा रहेका जम्मा सदस्यहरूको सङ्ख्या हो भन्ने स्पष्ट पार्नुहोस् । जस्तै, अङ्ग्रेजी स्वर वर्णको समूह $A = \{a, e, i, o, u\}$ भए, $n(A) = 5$

नोट : असिमित समूह बाहेक अन्य समूहको गणनात्मकता निश्चित हुन्छ भन्ने स्पष्ट पार्नुहोस् ।

(ङ) सबै समूहका विभिन्न क्रियाहरू अटाउन सक्ने एउटै समूहलाई सर्वव्यापक समूह (Universal set) भनिन्छ । सर्वव्यापक समूह भित्र नअटाउने समूहहरू वा क्रियाहरू अपरिभाषित हुन्छन् भन्ने विषयवस्तु विभिन्न उदाहरण सहित छलफल गराउनुहोस् ।

2. मूल्याङ्कन

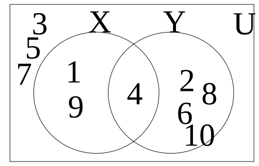
(क) एउटा रेखामा रहेको बिन्दुहरूको समूहले कुन प्रकारको समूहलाई जनाउँछ लेख्नुहोस् ।

DRAFT

(ख) गणनात्मकता 7 भएको एउटा समूह निर्माण गर्नुहोस् ।

3. गृहकार्य

(क) सँगैको भेनचित्र अध्ययन गरी तल दिइएका समूहको गणनात्मकता पत्ता लगाउनुहोस् ।



(i) n(X) (ii) n(Y) (iii) n(X – Y)

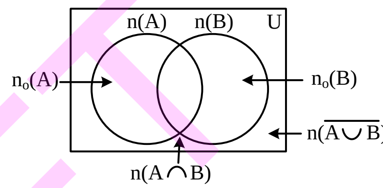
(iv) $n_o(Y)$ (v) $n(\overline{X \cup Y})$

(ख) समूह {1, 2, 3} बाट हुनसक्ने उपसमूहहरू निर्माण गर्नुहोस् ।

घन्टी : 2

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) यदि समूह A र B सर्वव्यापक समूह U को उपसमूहहरू भए यसमा निम्न सम्बन्धहरूको अध्ययन गर्न सकिन्छ भनी भेनचित्रको सहयोग द्वारा छलफल गराउनुहोस् ।



i. $A \cup B$ ii. $A \cap B$ iii. A – B

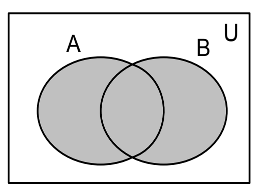
iv. B – A v. $\overline{A \cup B}$

(ख) परिभाषा, सङ्केत, उदाहरण र भेनचित्रको प्रस्तुतिद्वारा समूहका हरेक क्रियाहरू संयोजन, प्रच्छिेदन, फरक र पूरकको जानकारी दिनुहोस् ।

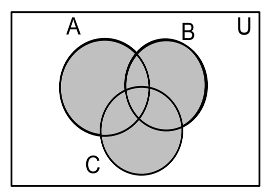
a. **समूहहरूको संयोजन (Union of sets)**

दुई वा दुईभन्दा बढी समूहहरूको साझा सदस्य र बाँकी सदस्यहरूबाट बनेको नयाँ समूहलाई दुई वा दुई भन्दा बढी समूहहरूको संयोजन भनिन्छ । दुई समूहहरू A र B को संयोजनलाई $A \cup B$ ले जनाइन्छ । समूह निर्माण सङ्केत विधिअनुसार

$A \cup B = \{x : x \in A \text{ or } x \in B\}$ हुन्छ ।



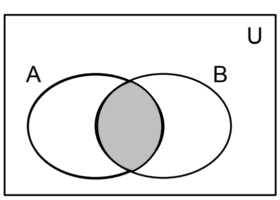
A U B



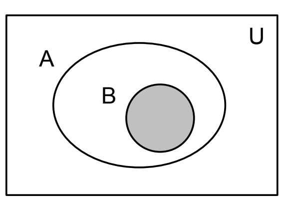
A U B U C

b. **समूहहरूको प्रतिच्छेदन (Intersection of sets)**

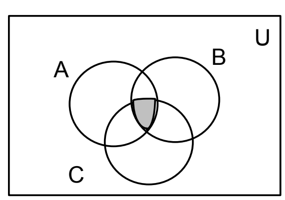
दुई वा दुई भन्दा बढी समूहहरूमा भएका साझा सदस्यहरूबाट बनेको समूहलाई प्रतिच्छेदन समूह भनिन्छ, जस्तै, A र B दुई समूहहरूको प्रतिच्छेदनलाई $A \cap B$ लेखिन्छ र पढ्दा A intersection B भनिन्छ । समूह निर्माण सङ्केत विधि अनुसार $A \cap B = \{x : x \in A \text{ and } x \in B\}$ हुन्छ ।



A∩B

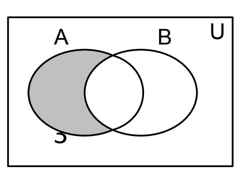


A∩B

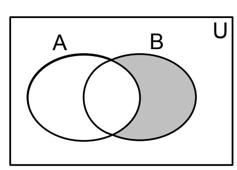


A∩ B ∩C

c. समूहहरूको फरक



A−B



B−A

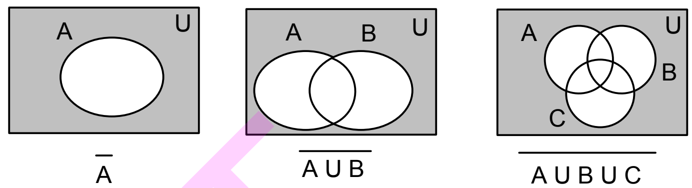
DRAFT

दुई ओटा समूहहरू A र B को फरक भन्नाले समूहA मा भएका तर B मा नभएका सदस्यहरूको समूहलाई A – B भनिन्छ । त्यस्तै समूह B मा भएका तर समूह A मा नभएका सदस्यहरूको समूहलाई B – A भनिन्छ ।

A – B लाई समूह **A** मा मात्र भएका सदस्यहरूको समूह र **B – A** समूह **B** मा मात्र भएका सदस्यहरूको समूह पनि भनिन्छ । A – B रB – Aको संयोजन बाट बनेको समूहलाई सममितिय फरक (symmetric difference) भनिन्छ । सममितीय फरकलाई A Δ B ले जनाइन्छ । जस अनुसार **A Δ B = (A – B)∪ (B – A)** हुन्छ ।

d. समूहहरूको पूरक

सर्वव्यापक समूह U मा भएका तर सोधिएको समूहभन्दा बाहिरका सदस्यहरूबाट बनेको समूहलाई समूहहरूको पूरक भनिन्छ । समूह निर्माण सङ्केत विधि अनुसार,



$\overline{A \cup B}$= {x :x∈Uand x ∉(A ∪B)} हुन्छ ।

2. मूल्याङ्कन

(क) यदि U={a, b, c, d, e, f, g, h}, A={ a, b, c, d}, B={c, d, e, f} र C = { d,e,f,g,h} भए तलका सम्बन्धहरू प्रमाणित गर्नुहोस् ।

(ख) A∪ (B∩C) = (A∪B) ∩ (A∪C)

(ग) $\overline{A È B}$= $\overline{A}$ ∩ $\overline{B}$

3. गृहकार्य ⁄परियोजना कार्य

(क) यदि U = { a, b, c, d …i, j} , A = { b, c, d, e} , B = {d, e, f, g, h, i} भए निम्न सम्बन्धहरू पत्ता लगाउनुहोस् । i. A ∪ B ii. A – B iii. A ∩ $\overline{B}$

(ख) A र B दुई ओटा सर्वव्यापक समूह U का उपसमूहहरू हुन् जसमा n(U) = 70, n(A) = 40, n(B) = 20 र n($\overline{A \cup B}$)= 15 छ भने,

i. माथिको तथ्यलाई भेनचित्रमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

ii. n(A ∩ B) को मान पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ग) पाठ्यपुस्तकको अभ्यास 1.1 को प्रश्न नं 1 र 2 हल गरेर ल्याउन लगाउनुहोस् ।

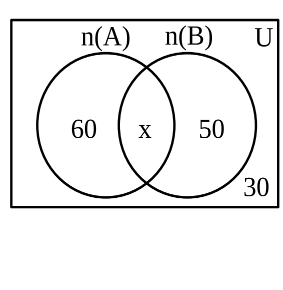
घन्टी : 3

1. सिकाइ सहजीककरण क्रियाकलाप

(क) अघिल्लो दिनको गृहकार्य अवलोकन गरी आवश्यक पृष्ठपोषण दिनुहोस् ।

(ख) निम्न प्रश्न वोर्डमा लेखेर समूहमा छलफल गर्दै हल गर्न लगाउनुहोस् ।
200 जना विद्यार्थीको समूहमा 30 जनाले गीत गाउन र नाच्न दुवै नजान्ने, 60 जनाले गाउन मात्र जान्ने र 50 जनाले नाच्न मात्र जान्ने पाइयो भने,

(i) उक्त तथ्यलाई भेन चित्रमा देखाउनुहोस् ।



DRAFT

(ii) गीत गाउन जान्ने जम्मा विद्यार्थीसङ्ख्या कति होलान् ?

यहाँ, जम्मा विद्यार्थी $n(U) = 200$

गीत गाउन र नाच्न जान्ने विद्यार्थीलाई क्रमश:A र Bले जनाउँदा

गीत गाउन मात्र जान्ने $n_o(A) = 60$

नाच्न मात्र जान्ने $n_o(B) = 50$

गीत गाउन र नाच्न दुवै नजान्ने $n(\overline{\text{AÈB}}) = 30$

$n(A \cap B) = x$ (मानौँ)

भेनचित्रबाट,

$200 = 60 + x + 50 + 30$

$200 = 140 + x$

$x = 60$ जना

$\therefore$ नाच्न र गीत गाउन दुवै जान्ने 60 जना विद्यार्थी छन् ।

(ग) प्रस्तुत भेनचित्रलाई छुट्टाछुट्टै कति भागमा विभाजन गर्न सकिन्छ ? वा प्रत्येक भागको सङ्ख्या जोड्दा कति हुन्छ ? भन्ने प्रश्नोत्तर तथा छलफल गर्दै आगमन विधि बाट पनि समस्या समाधान गर्न सक्रिय राख्नुहोस् । $n(U) = 200$, $n(A) = 120$, $n(B) = 110$, $n(A \cap B) = 60$, र $n(\overline{A \cup B}) = 30$, छ भने,

$200 = n(A)+n(B)-n(A\cap B)+n(A\cup B)$ बनाउन लगाउनुहोस् (जहाँ उपयुक्त सङ्ख्या र उपयुक्त चिह्न प्रयोग गर्न लगाउनुहोस् ।) यहाँ, $200 = 120+110-60+30$ राख्दा जम्मा सङ्ख्या200 सँग बराबर हुन जान्छ । जसलेगर्दा $n(U)= n(A)+n(B) - n(A \cap B)+n(\overline{A \cup B})$ राख्न सकिन्छ ।

(घ) माथिको Venn-diagram को प्रस्तुतिद्वारा निम्न सम्बन्धहरू स्पष्ट पार्नुहोस् :

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) – n(A \cap B)$

$n(A \cup B) = n_o(A) + n_o(B) + n(A \cap B)$

$n(U) = n(A \cup B) + n(\overline{A \cup B})$

$n(U) = n(A) + n(B)$ □ $n(A \cap B)+ n(\overline{A \cup B})$

$n(U) = n_o(A) + n_o(B) + n(A \cap B) + n(\overline{A \cup B})$

नोट : समूह सम्बन्धी प्रश्नको उत्तर दिँदा प्रश्नमा भेनचित्रको प्रयोगद्वारा नभनेको भए सूत्र प्रयोग गरेर मात्र पनि उत्तर दिन सकिने छ, तर भेनचित्रको प्रयोग गरेर उत्तर दिँदा स्पष्ट बुझिने हुन्छ भन्ने कुरा विद्यार्थीलाई जानकारी गराउनुहोस् ।

(ङ) विद्यार्थीहरूलाई समूहमा विभाजन गर्नुहोस् । समूहमा विभाजन गरिएका विद्यार्थीहरूलाई निम्न अनुसारका प्रश्न दिई छलफल गर्दै हल गर्न लगाउनुहोस् ।

समूह**A :** यदि $n(A) = 70$, $n(B) = 60$ र $n(A \cap B) = 50$ भए $n(A \cup B)$ र $n_o(A)$ पत्ता लगाएर भिन्ना भिन्नै भेनचित्रमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

समूह**B :** समूहहरूA र B सर्वव्यापक समूहहरूU का उपसमूहहरू हुन्, जसमा $n(U) = 70$, $n(A) = 40$, $n(B) = 30$ र $n(\overline{A \cup B}) = 15$ छ भने भेनचित्र बनाएर $n(A \cup B)$र $n(A \cap B)$ पत्ता लगाउनुहोस् ।

DRAFT

समूहC: यदि समूह P = {3 का 30 सम्मका अपवर्त्यहरू}, Q = {4 का 30 सम्मका अपवर्त्यहरू} र U = {1 देखि 30 सम्मका पूर्णाङ्कहरू} का समूह भएमा P र Q को सम्बन्धलाई भेनचित्रमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

समूह D : यदि $n(A) = 40$, $n(B) = 60$ र $n(A \cup B) = 85$ भए,

i. $n(A \cap B)$ को मान पत्ता लगाउनुहोस् ।

ii. $n_o(B)$को मान पत्ता लगाउनुहोस् ।

iii. माथिको तथ्यलाई भेनचित्रमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

(च) प्रत्येक समूहलाई क्रमशः प्रस्तुत गर्न लगाइ छलफल र पृष्ठपोषण गर्नुहोस् ।

6. मुल्याङ्कन प्रतिबिम्वन

कृषकहरूको एउटा समूहमा गरिएको सर्वेक्षणमा 60% ले भैंसीपालन, 55% ले गाईपालन र 20% ले भैंसी र गाई दुवै पालन गर्ने गर्दछन् । यसलाई भेनचित्रमा प्रस्तुत गरी भैंसी र गाई कुनै पनि नपाल्ने किसानहरूको प्रतिशत पत्ता लगाउनुहोस्

7. गृहकार्य परियोजना कार्य

पाठ्यपुस्तकको अभ्यास १.१ को प्रश्न न. ३ का प्रश्नहरू हल गरेर ल्याउन लगाउनुहोस् ।

घन्टीः 4

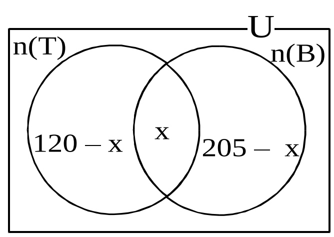
1. सिकाइ सहजीककरण क्रियाकलाप

(क) अघिल्लो दिनको गृहकार्य अवलोकन गरी आवश्यक पृष्ठपोषण दिनुहोस् ।

(ख) निम्न प्रश्न नमुनाका रूपमा गराउनहोस् :

300 जना विद्यार्थीहरूमा गरिएको एक सर्वेक्षणमा 120 जनाले टेबल टेनिस र 205 जनाले बास्केटबल खेल मन पराउँछन् । यदि सबै विद्यार्थीहरूले कम्तीमा पनि एउटा खेल मन पराउँदा रहेछन् भने भेनचित्रको निर्माण गरी (क) दुवै खेल मन पराउने विद्यार्थी सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् । (ख) एउटा मात्र खेल मन पराउने विद्यार्थी सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान :



यहाँ,

जम्मा विद्यार्थी सङ्ख्या $n(U) = 300$

टेबल टेनिस मनपराउने विद्यार्थी $n(T) = 120$

बास्केटबल मनपराउने विद्यार्थी $n(B) = 205$

$n(\overline{T \cup B}) = x$

दिइएको जानकारीलाई भेनचित्रमा प्रस्तुत गर्दा

अब, भेन चित्रबाट

(i) $(120 – x) + x + (250 – x) = 300$

or, $120 – x + x + 205 – x = 300$

or, $325 – x = 300$

or, $x = 25$

DRAFT

(ii) एउटा मात्र खेल मनपराउने

$= n_0(T) + n_0(B)$

$= (120 – x) + (205 – x)$

$= (120 – 25) + (205 – 25)$

$= 95 + 180 = 275$

अत : दुवै खेल मनपराउने विद्यार्थी 25 जना र एउटा मात्र खेल मन पराउने 275 जना हुन्छ ।

(ग) विद्यार्थीहरूलाई समूहमा विभाजन गर्नुहोस् । समूहमा विभाजन गरिएका विद्यार्थीहरूलाई निम्न अनुसारका प्रश्न दिई छलफल गर्दै हल गर्न लगाउनुहोस् ।

समूह**A :** एउटा समुदायमा गरिएको सर्वेक्षणमा 55%ले रेडियो सुन्न, 65% ले टेलिभिजन हेर्ने र 35 % ले रेडियो सुन्न र टेलिभिजन हेर्ने मन पराउने व्यक्तिहरू भेटिए भने,

i. उक्त जानकारीलाई भेनचित्रमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

ii. रेडियो सुन्न र टेलिभिजन हेर्न मन नपराउने प्रतिशत पत्ता लगाउनुहोस् ।

समूह**B :** केही मानिसहरूमा गरिएको सर्वेक्षणमा यो पाइयो कि60जनाले दुध पिउन मन पराउँछन्, 40 जानले दुध मन पराउँदैनन्, 70 जनाले चिया पिउन मन पराउँछन्, 15 जनाले चिया मन पराउँछन् तर दुध मन पराउँदैनन् । यो तथ्यलाई भेनचित्रमा भर्नुहोस् दुवै मन नपराउनेहरूको सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।

समूह **C :** नेपाल भ्रमण गरेका 500 जापानी पर्यटकहरूमध्ये 40% ले भारत र 30% ले चिनको भ्रमण गरिसकेका रहेछन् । 10% ले दुवै देशको भ्रमण गरिसकेका रहेछन् । कति जना मानिसले दुवै देश घुमेका रहेनछन् ? भेनचित्र पनि बनाउनुहोस् ।

समूह **D :** 2000 मानिसहरू भएको कुनै एक ठाउँमा 550 जनाले गोरखापत्र, 750 जनाले कान्तिपुर र 200 जनाले दुवै पढ्छन् । कति प्रतिशतले दुवै पढ्दैनन् ? यो जानकारीलाई भेनचित्रमा देखाउनुहोस् ।

(घ) प्रत्येक समूहलाई क्रमशः प्रस्तुत गर्नलाई छलफल र पृष्ठपोषण गर्नुहोस् ।

2. प्रतिविम्बन

(क) पाठ्य पुस्तकको अभ्यास 1.1 मा दिइएका प्रश्नहरूको छलफल गराई समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।

(ख) 300 जना विद्यार्थीहरूमा गरिएको सर्वेक्षणमा 120 जनाले टेबल टेनिस र 205 जनाले बास्केटबल खेल मन पराउँछन् । यदि सबै विदयार्थीहरूले कम्तीमा पनि एउटा खेल मन पराउँदारहेछन् भने भेनचित्रको निर्माण गरी,

(अ) दुवै खेल मन पराउने विद्यार्थी सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।

(आ) एउटा मात्र खेल मन पराउने विद्यार्थी सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।

3. परियोजना कार्य

DRAFT

अ) एउटा कार्यालयका 90 जना कर्मचारीहरू मध्ये 65 जना कार्यालयमा कार्यरत थिए, 50 जना कार्यालयबाहिर फिल्डमा कार्यरत थिए र 35 जना कर्मचारी दुवैतर्फ कार्यरत थिए भने,

i. अनुपस्थित रहेका कर्मचारी कति थिए ?

ii. फिल्डमा मात्र कार्यरत कर्मचारी कति थिए ?

iii. उक्त तथ्यलाई भेनचित्रमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

(आ) एउटा विद्यालयका 32 जना शिक्षकहरू दुध, दही वा दुवै मन पराउछन् । ती मध्ये 8 जना दुध र दही दुवै मन पराउछन् । दुध मन पराउने र दही मन पराउने शिक्षकको अनुपात 3:2 छ भने

i. कति जना शिक्षकले दुध मन पराउँछन् ?

ii. उक्त विवरणलाई भेनचित्रमा देखाउनुहोस् ।

घन्टी : 5

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

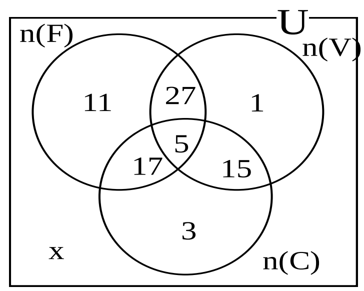
(क) अघिल्लो दिनको गृहकार्य अवलोकन गरि आवश्यक पृष्ठपोषण दिनुहोस् ।

(ख) विद्यार्थीहरूलाई निम्न प्रश्न दिई प्रश्नोत्तर छलफल गराई आश्यकताअनुसार सहजीकरण गर्नुहोस् ।

(ख) 100 जना विद्यार्थीहरूमा गरिएको सर्वेक्षणमा 60 जना फुटबल, 48 जनाले भलिबल र 40 जनाले क्रिकेट खेल्न मन पराउँछन् । त्यस्तै 32 जनाले फुटबल र भलिबल, 22 जनाले फुटबल र क्रिकेट र 20 जनाले भलिबल र क्रिकेट खेल्न मन पराए । 5 जनाले तीन ओटै खेल खेल्न मन पराए भने भेनचित्रको प्रयोग गरी यी कुनै पनि खेल मन नपराउने विद्यार्थी सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान

जम्मा सर्वेक्षण गरिएका विद्यार्थी सङ्ख्या $n(U) = 100$



फुटबल खेल्न मनपराउने $n(F) = 60$

भलिबल खेल्न मनपराउने $n(V) = 48$

क्रिकेट खेल्न मनपराउने $n(C) = 40$

फुटबल र भलिबल खेल्न मन पराउने $n(F \cap V) = 32$

फुटबल र क्रिकेट खेल्न मन पराउने $n(F \cap C) = 22$

भलिबल र क्रिकेट खेल मन पराउने $n(F \cap V \cap C) = 5$

तिनै ओटा खेल मन पराउने $n(F \cap V \cap C) = 5$

कुनै पनि खेल मन नपराउने $n(\overline{F \cup V \cup C}) = x = ?$

अब, माथि दिइएको जानकारीलाई भेन चित्रमा प्रस्तुत गर्दा,

भेन चित्रबाट,

$n(F) + 1 + 15 + 3 + x = n(U)$

or, $60 + 1 + 15 + 3 + x = 100$

DRAFT

or, $x = 100 - 79 = 21$

अत : कुनै पनि खेल मन नपराउने विद्यार्थीको सङ्ख्या 21 हुन्छ ।

(ख) विद्यार्थीहरूलाई पुन: आजको कक्षामा समाधान गराएका प्रश्नका आधारबाट र भेनचित्रको visualization द्वारा निम्न पक्षहरूको सम्बन्ध समेत स्पष्ट पार्नुहोस् ।

i. $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(A \cap C) + n(A \cap B \cap C)$

ii. $n(A \cup B \cup C) = n_o(A) + n_o(B) + n_o(C) + n_o(A \cap B) + n_o(B \cap C) + n_o(A \cap C) + n(A \cap B \cap C)$

iii. $n(U) = n(A \cup B \cup C) + n\overline{(A \cup B \cup C)}$

iv. $n(U) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(A \cap C) + n(A \cap B \cap C) + n\overline{(A \cup B \cup C)}$

v. $n_o(A) = n(A) - n(A \cap B) - n(A \cap C) + n(A \cap B \cap C)$

vi. $n_o(B) = n(B) - n(A \cap B) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$

vii. $n_o(C) = n(C) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$

viii. $n(\overline{A \cup B \cup C}) = n(U) - n(A \cup B \cup C)$

ix. $n(A \cup B \cup C) = n(A \cup B) + n_o(C)$

x. $n(A \cup B \cup C) = n(B \cup C) + n_o(A)$

xi. $n(A \cup B \cup C) = n(C \cup A) + n_o(B)$

(ग) दुई ओटा समूहहरूको संयोजन $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ को concept को आधारमा तिन समूहहरूको संयोजन $n(A \cup B \cup C)$ को पनि आवश्यक सैद्धान्तिक सूत्रको निर्माण गर्नुहोस् ।

$$n(A \cup B \cup C) = n\{A \cup (B \cup C)\}$$
$$= n(A) + n(B \cup C) - n\{A \cap (B \cup C)\}$$
$$= n(A) + n(B) + n(C) - n(B \cap C) - n\{(A \cap B) \cup (A \cap C)\}$$
$$= n(A) + n(B) + n(C) - n(B \cap C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

2. मूल्याङ्कन

(क) यदि $n(A \cup B \cup C) = 105$, $n_o(A) = 25$, $n_o(B) = 20$, $n_o(C) = 15$, $n_o(A \cap B) = 15$, $n_o(A \cap C) = 10$ र $n(A) = 60$ भए भेनचित्रको प्रयोग गरी $n_o(B \cap C)$ को मान पत्ता लगाउनुहोस् ।

3. गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको अभ्यास 1.2 को प्रश्न न. 4 का सबै प्रश्नहरू गर्नुहोस् ।

घन्टी : 6

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

निम्न प्रश्न अध्ययन गर्न लगाई प्रश्नोत्तर छलफल गर्दै हल गर्न लगाउनुहोस् :

DRAFT

स्याङ्जा जिल्लामा **100** जना कृषकहरूमा गरिएको सर्वेक्षणमा **65** जनाले भैंसी, **45** जनाले बाख्रा र **40** जनाले गाईपालन गरेको पाइयो । यसैगरी **25** जनाले भैंसी र बाख्रा दुवै, **20** जनाले बाख्रा र गाई दुवै र **15** जनाले गाई र भैंसी दुवै पालेको पाइयो भने **5** जनाले तिन ओटै जनावर पालेको पाइयो भने उक्त जानकारीलाई भेनचित्रमा प्रस्तुत गरी,

i. कुनै पनि जनावर नपाल्ने कृषकको सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।

ii. भैंसी मात्र पाल्ने कृषकको सङ्ख्या कति छ ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

शाब्दिक रूपमा दिइएका समस्या समाधानका लागि problem solving method, प्रश्नोत्तर तथा छलफल विधि अपनाउनु होस् । यस प्रश्नमा समस्या समाधान विधिको प्रयोग गरिएको छ ।

यहाँ, भैंसी पाल्ने कृषक B, बाख्रा पाल्ने कृषक (G) र गाईपाल्ने कृषकलाई C ले जनाउँदा

(क) समस्याको पहिचान

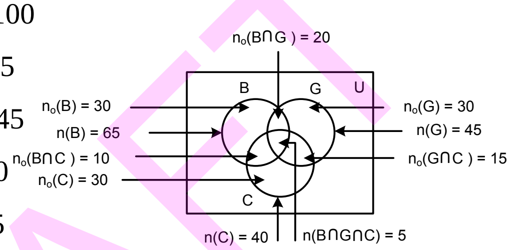
विद्यार्थीहरूलाई प्रश्नहरू गहिरिएर अध्ययन गर्न लगाउनुहोस् र दिइएको कुरा टिपोट गर्न लगाउनुहोस् ।

जहाँ जम्मा कृषकको सङ्ख्या $n(U) = 100$

भैंसी पाल्ने कृषकको सङ्ख्या $n(B) = 65$

बाख्रा पाल्ने कृषकको सङ्ख्या $n(G) = 45$

गाई पाल्ने कृषकको सङ्ख्या $n(C) = 40$



भैंसी र बाख्रा दुवै पाल्ने $n(B\cap G) = 25$

बाख्रा र गाई दुवै पाल्ने $n(G\cap C) = 20$

भैंसी र गाई दुवै पाल्ने $n(B\cap C) = 15$

तिनओटै जनावर पाल्ने $n(B\cap G\cap C) = 5$

तिनओटै जनावर नपाल्ने $n\overline{(B \cup G \cup C)} = ?$

(ख) योजना निर्माण

दिइएको प्रश्न तिन ओटा समूहसँग सम्बन्धित छ, जहाँ $n\overline{(B \cup G \cup C)}$ पत्ता लगाउनुपर्ने छ र अन्य मानहरू दिइएको छ ।

(ग) योजना कार्यन्वयन

$n(U) = n(B) + n(G) + n(C) – n(B\cap G) – n(G\cap C) – n(B\cap G) +$

$n(B\cap G \cap C) + n\overline{(B \cup G \cup C)}$

$100 = 65+ 45 + 40 – 25 –20 –15 +5 + n\overline{(B \cup G \cup C)}$

$100 = 95 + n\overline{(B \cup G \cup C)}$

$n\overline{(B \cup G \cup C)} = 5$

$\therefore$ तिनओटै जनावर नपाल्ने कृषक $n\overline{(B \cup G \cup C)} = 5$ जना

(घ) परीक्षण

समाधान भएको समस्यालाई शिक्षकले विद्यार्थीहरूलाई पुन एकपटक सुरुदेखि नै जाँच गर्न लगाई उत्तर ठिक छ वा छैन पत्ता लगाउन दिनुहोस् । विद्यार्थीको जाँचपछि निष्कर्ष सही भएको वा नभएको स्पष्ट पार्नुहोस् ।

DRAFT

2. मूल्याङ्कन/प्रतिविम्वन

120 जना परीक्षार्थीहरू 15 मध्ये जनाले अङ्ग्रेजीमा A ल्याए, 12 जनाले गणितमा 8 जनाले विज्ञानमा, 6 जनाले अङ्ग्रेजी तथा गणितमा 7 जनाले गणित तथा विज्ञानमा 4 जनाले अङ्ग्रेजी तथा विज्ञानमा र 4 जनाले तिनै विषयमा B ल्याए भने भेनचित्रद्वारा पत्ता लगाउनुहोस् ।

i. अङ्ग्रेजी र गणितमा मात्र कति जनाले बी ग्रेड भए ?

ii. अङ्ग्रेजी र विज्ञानमा मात्र कति जना बी ग्रेड भए ?

3. गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको अभ्यास 1.2 को प्रश्न न. 5 र 6 का सबै प्रश्नहरू गर्नुहोस् ।

घन्टी : 7

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

पाठ्यपुस्तकको यसैगरी छलफल र प्रश्नोत्तर गरी हल गर्न सिकाउनुहोस् । समस्यासँग केन्द्रित रहेर केही प्रश्नहरूको समाधानलाई नमुनाको रूपमा उतारिएको छ ।

अभ्यास 1.2

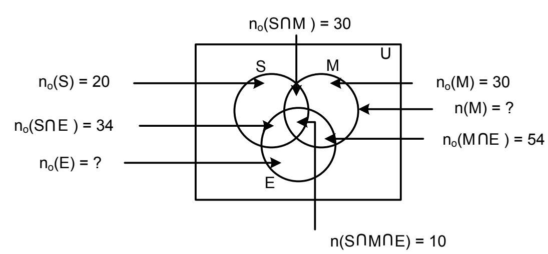
प्रश्न नं **5 a)** एउटा विद्यालयका **200** विद्यार्थीहरूमध्ये **60%** अङ्ग्रेजी, **32%** गणित र अङ्ग्रेजी, **20%** विज्ञान र गणित, **22%** विज्ञान र अङ्ग्रेजी, **15%** ले गणित मात्र, **10%** ले विज्ञान मात्र र **5%** ले तिन ओटै विषयहरू रुचाउँछन् भने, भेनचित्रको प्रयोग गरी गणित रुचाउने र अङ्ग्रेजी मात्र रुचाउने विद्यार्थी सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।

(क) प्रतिशत सम्बन्धी गणनात्मकताका बारेमा कक्षाकोठामा छलफल गर्नुहोस् । यहाँ प्रश्न नं 5 a) अङ्ग्रेजी विषय पढ्ने 60% दिइएको छ जसको अर्थ 0.6 हुन्छ जुन गणनात्मकताको परिभाषाभित्र पर्दैन त्यसैले यहाँ n(U) = 200 दिइएको छ जहाँ अङ्ग्रेजी पढ्ने विद्यार्थी सङ्ख्या= 200 को 60% हुन्छ ।

यहाँ जम्मा विद्यार्थी सङ्ख्या n(U) = 200

(ख) विज्ञान, गणित र अङ्ग्रेजी विषयलाई क्रमशः 'S' 'M' र 'E' ले जनाउँदा

$n(E) = 200 \times \frac{60}{100} = 120$ जना



$n(M \cap E) = 200 \times \frac{32}{100} = 64$ जना

$n(S \cap M) = 200 \times \frac{20}{100} = 40$ जना

$n(S \cap E) = 200 \times \frac{22}{100} = 44$ जना

$n_o(M) = 200 \times \frac{15}{100} = 30$ जना

$n_o(S) = 200 \times \frac{10}{100} = 20$ जना

$n(M \cap S \cap E) = 200 \times \frac{5}{100} = 10$ जना

(ग) भेनचित्रबाट,

DRAFT

$n(M) = n_o(M) + n_o(M \cap S) + n_0(M \cap E) + n(M \cap S \cap E)$

$= 30 + 30 + 54 + 10$

$= 124$ जना

त्यसैले, गणित विषय पढ्न मन पराउने विद्यार्थी सङ्ख्या 124 जना छन् ।

(घ) फेरि, $n(U) = n_o(S) + n_o(M) + n_o(E) + n_o(M \cap E) + n_o(S \cap E) + n_o(M \cap E) + n(S \cap M \cap E)$

or, $200 = 20 + 30 + n_o(E) + 54 + 34 + 30 + 10$

or, $200 = 178 + n_o(E)$

$\therefore n_o(E) = 22$ जना

अङ्ग्रेजी विषयमात्र पढ्ने विद्यार्थी सङ्ख्या 22 जना छन् ।

Direct method

जम्मा विद्यार्थी सङ्ख्या $n(U) = 200 = 100\%$

अङ्ग्रेजी विषय रुचाउने $n(E) = 60\%$

गणित विषय रुचाउने $n(M) = ?$

विज्ञान विषय रुचाउने $n(S) = ?$

गणित र अङ्ग्रेजी विषय रुचाउने $n(M \cap E) = 32\%$

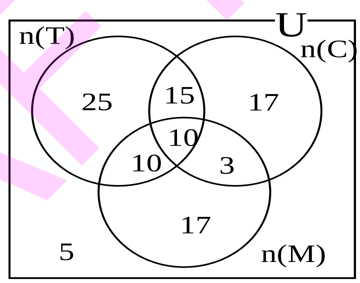
विज्ञान र गणित विषय रुचाउने $n(S \cap M) = 20\%$

विज्ञान र अङ्ग्रेजी विषय रुचाउने $n(S \cap E) = 22\%$

गणित मात्र विषय रुचाउने $n_0(M) = 15\%$

विज्ञान मात्र विषय रुचाउने $n_0(S) = 10\%$

तिन ओटै विषयहरू जानकारीलाई $n(E \cap M \cap S) = 5\%$



(i) अब, दिइएको जानकारीलाई भेन चित्रमा प्रस्तुत गर्दा,

(ii) गणित रुचाउने $n(M) = 15\% + 15\% + 5\% + 27\% = 62\%$

जहाँ, 200 को 62% $= 200 \times \frac{62}{100}$

$= 124$ जना

(iii) अङ्ग्रेजी मात्र रुचाउने $n_0(E) = 60\% - 22\% - 32\% + 5\% = 11\%$

जहाँ, 200 को $11\% = 200 \times \frac{11}{100} = 22$ जना

DRAFT

अभ्यासका लागि थप प्रश्नहरु

(क) एउटा परीक्षामा 40 % विद्यार्थीहरूले गणितमा ए प्लस ग्रेड ल्याए, 30% विद्यार्थीहरू विज्ञानमा ए ग्रेड ल्याए र 10% विद्यार्थीहरू दुवैमा बी ग्रेड ल्याए । यदि 200 जना विद्यार्थीहरू विज्ञानमा ए ग्रेड ल्याए भने भेन चित्रको प्रयोग गरेर जम्मा विद्यार्थी सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ख) कुनै परीक्षामा सम्मिलित भएका 120 जना विद्यार्थीहरूमध्ये गणितमा मात्र ए ग्रेड ल्याउनेको सङ्ख्या विज्ञानमा मात्र ए ग्रेड ल्याउनेको सङ्ख्या भन्दा दोब्बर छ । यदि 50 विद्यार्थीहरू दुवै विषयमा ए ग्रेड ल्याएको भए र 40 विद्यार्थी दुवैमा अन्य ए ग्रेड ल्याए भने,

i. गणितमा ए ग्रेड ल्याउने विद्यार्थी सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।

ii. विज्ञानमा ए ग्रेड ल्याउने विद्यार्थी सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।

iii. प्राप्त नतिजालाई भेन चित्रमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

2. मूल्याङ्कन

मानिसहरूको एउटा समूहमा गरिएको सर्वेक्षणमा 40% मानिसहरूले लोकगीत मन पराउने, 65%ले आधुनिक गीत मन पराउने 10% ले कुनै पनि मन नपराउने पाइयो भने,

(क) माथिको तथ्यहरूलाई देखाउने भेनचित्र खिच्नुहोस् ।

(ख) यदि 60 जना मानिसहरू दुवै संगीत मन पराउँदा रहेछन् भने सर्वेक्षणमा सहभागी मानिसहरूको सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।

3. गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको अभ्यास 1.2 का प्रश्नहरू हल गराउनुहोस् ।

DRAFT

घन्टी :8

एकाइ परीक्षा

1. 130 जनाको समूहमा 80 जनाले बास्केटबल र 75 जनाले फुटबल खेल्दा रहेछन् । 10 जनाले कुनै पनि खेल खेल्दैनन् भने

(i) माथिको तथ्यलाई भेनचित्रमा प्रस्तुत गर्नुहोस्

(ii) कति जनाले एउटा मात्र खेल खेल्दा रहेछन् ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

2. U = {1,2,3,4,5,6,7,8,9} A = {1,2} B = {1,2,3,4,5} C = {2,3,4,5} भए, तलका सम्बन्धहरू प्रमाणित गर्नुहोस् ।

(i) $\overline{(A \cup B)} = \overline{A} \cap \overline{B}$ (ii) $A - (B \cup C) = (A - B) - C$

3. 200 जना विद्यार्थीको समूहमा 30 जनाले गीत गाउन र नाच्न दुवै नजान्ने 60 जनाले गाउन मात्र जान्ने र 50 जनाले नाच्न मात्र जान्ने पाइयो भने,

(i) उक्त तथ्यलाई भेनचित्रमा देखाउनुहोस् ।

(ii) गीत गाउन जान्ने विद्यार्थी कति होलान् ।

4. 2000 मानिसहरू भएको कुनै एक ठाउँमा 550 जनाले गोरखापत्र 750 जनाले कान्तिपुर र 200 जनाले दुवै पढ्छन् भने कति प्रतिशतले दुवै पढ्दैनन् ? यो जानकारीलाई भेनचित्रमा देखाउनुहोस् ।

5. 120 जना परीक्षार्थीहरू मध्ये 15 जना अङ्ग्रेजीमा ए ग्रेड ल्याए, 12 जना गणितमा, 8 जना विज्ञानमा 6 जना अङ्ग्रेजी तथा गणितमा 7 जना गणित तथा विज्ञानमा र 4 जना तिनै विषयमा ए ग्रेड ल्याए भने चित्रद्वारा तल दिइएका प्रश्नहरू पत्ता लगाउनुहोस् ।

(i) अङ्ग्रेजी र गणितमा मात्र कति जनाले ए ग्रेड ल्याए ?

(ii) अङ्ग्रेजी र विज्ञानमा मात्र कति जनाले ए ग्रेड ल्याए ?

6. 130 जनाको समूहमा 80 जनाले बास्केटबल र 75 जनाले फुटबल खेल्दा रहेछन् । 10 जनाले कुनै पनि खेल खेल्दैनन् भने

(i) माथिको तथ्यलाई भेनचित्रमा प्रस्तुत गर्नुहोस्

(ii) कति जनाले एउटा मात्र खेल खेल्दा रहेछन् ?पत्ता लगाउनुहोस् ।

DRAFT

एकाइ : 2 कर र मुद्रा विनिमय

अनुमानित घन्टी : 7

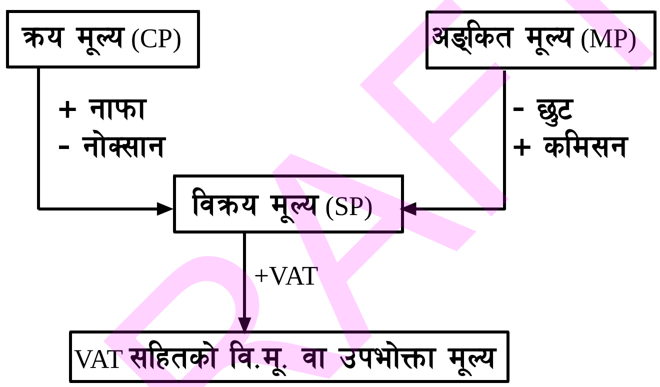
2.1 परिचय

कर(Taxation)

कुनै व्यक्ति वा संस्थाले गर्ने आर्थिक लाभ वा आम्दानीको निश्चित अंश वार्षिक रूपमा सरकारलाई बुझाउनु पर्दछ । यसरी बुझाइने निश्चित शुल्क वा रकमलाई कर (Taxt) भनिन्छ । आय कर, सवारी कर, मनोरञ्जन कर, मूल्य अभिवृद्धि कर, मालपोत कर आदि विभिन्न प्रकारका कर हुन् । एउटा पाउरोटी उद्योगले प्रतिवर्ष रु.10 लाख आम्दानी गर्छ भने त्यो आम्दानीबाट तोकिएको प्रतिशत रकम करका रूपमा सरकारलाई बुझाउँछ भने यो आय कर हो ।

मूल्य अभिवृद्धि कर (Value Added Tax)

कुनै वस्तु तथा सेवाको आपूर्ति गर्दा लाग्ने करलाई मूल्य अभिवृद्धि कर भनिन्छ । आयात गरिएका वस्तु वा सेवामा ढुवानी, बिमा, कमिसन, स्थानीय तथा अन्य करहरू र नाफासमेत जोडेर छुत रकम घटाएर आउने मूल्यमा मूल्य अभिवृद्धि कर (VAT) लाग्ने गर्दछ । यसलाई निम्नअनुसार फ्लोचार्टमा देखाउन सकिन्छ :



त्यस्तै गरी कुनै पनि बिलको रकम अध्ययन गर्दा सेवा शुल्क जोडेर आएको अन्तिम मूल्यमा तोकिएको दरमा VAT लगाउने गरिन्छ ।

फेरि, VAT रकम = VAT सहितको वि.मू. – वि.मू.

$$\text{VAT \%} = \frac{\text{VAT रकम}}{\text{वि.मू.}} \times 100\%$$

प्रत्येक आर्थिक वर्षमा VAT लाग्ने वस्तुहरू र VAT दर फरक फरक पर्न सक्छ । यसलाई सरकारले प्रत्येक आर्थिक वर्षको सुरुमा आर्थिक विधेयकद्वारा प्रस्तुत गर्दछ ।

मुद्रा विनिमय (Money Exchange)

कुनै एक देशको मुद्रा अर्को देशको मुद्रामा रूपान्तरण गरेमा मात्र कारोबार गर्न सकिन्छ वा कारोबार सहज हुन्छ । त्यसकारण कुनै आर्थिक कारोबार गर्नका लागि एक देशको मुद्राको मूल्य अर्को देशमा कति हुने भनी सरकारले वा सरकारको केन्द्रीय बैङ्कले निश्चित दर निर्धारण गरेको हुन्छ ।उक्त दरलाई नै विदेशी मुद्रा विनिमय दर भनिन्छ । यो दर सरकारको आर्थिक स्थिति वा कारोबारअनुसार निर्धारण गरिन्छ । यो सधैँ चलायमान हुन्छ ।

जस्तै : नेपाल राष्ट्र बैङ्कले मिति 2073 फागुन 12 गतेका लागि निर्धारण गरेको केही राष्ट्रहरूको मुद्राको विनियम दर निम्नअनुसार रहेको छ :

नेपाल राष्ट्र बैङ्क प्रयोजनको विनिमय दर

DRAFT

फागुन 12 गते, 2073 (फेब्रुअरी 232017) (रुपियाँमा)

मुद्रा	एकाइ	खरिद दर रु.	बिक्री दर रु.
भारतीय रुपैयाँ	१००	१६०.००	१६०.१५
अमेरिकी डलर	१	१०६.९०	१०६.५०
पाउन्ड स्टर्लिङ	१	१३३.३४	१३४.०८

2.2. सक्षमता

दैनिक जीवनमा आउने व्यावहारिक अङ्क गणितीय समस्याहरूको समाधानमा गणितीय संरचना तथा तार्किक विचारको प्रयोगबाट समाधान र परीक्षण

2.3. सिकाइ उपलब्धि

दैनिक जीवनका मूल्य अभिवृद्धि कर र मुद्रा विनिमयका समस्याहरू सङ्कलन र हल गर्न ।

2.4. विषयवस्तुको विभाजन

घन्टी	विषयवस्तु	सिकाइ सामग्री
1.	पुनराबलोकन र अङ्कित मुल्य, छुट प्रतिशत, VAT को आधारमा VAT सहितको मूल्य	चार्टपेपर, साइनपेन, आयकर बिल, कर सम्बन्धी बिलहरू, मोटर साइकलको कर तिरेको रसिद ।
2.	छुट प्रतिशत, VAT प्रतिशत, VAT सहितको मूल्यको आधारमा अङ्कित मूल्य	VAT बिल, पत्रपत्रिकामा दिइएको मुद्रा विनिमय दर, सामान खरिद बिल
3.	अङ्कित मूल्य, छुट प्रतिशत र VAT सहितको मूल्यको आधारमा VAT रकम र प्रतिशत । (अङ्कित मूल्य, छुट प्रतिशत, VATप्रतिशत सहितको मूल्यको सम्बन्ध पहिचान र समस्या समाधान)	VAT बिल, पत्रपत्रिकामा दिइएको मुद्रा विनिमय दर, सामान खरिद बिल
4.	मुद्रा विनिमयको पुनराबलोकन, विदेशी मुद्रा विनिमय दर प्रयोग गरी विदेशी मुद्राहरूलाई नेपाली रुपियाँमा रूपान्तरण	VAT बिल, पत्रपत्रिकामा दिइएको मुद्रा विनिमय दर, सामान खरिद बिल
5.	उल्लेखित मुद्रा विनिमय दर अनुसार सोधिएको मुद्रा विनिमयको समाधान	VAT बिल, पत्रपत्रिकामा दिइएको मुद्रा विनिमय दर, सामान खरिद बिल
6.	विदेशी बजारमा किनिएको सामानको मूल्यमा भन्सार शुल्क र VAT % समावेश गर्दा नेपाली बजारमा हुन आउने सामानको मूल्य । (व्यावहारिक समस्याको समाधान)	VAT बिल, पत्रपत्रिकामा दिइएको मुद्रा विनिमय दर, सामान खरिद बिल

DRAFT

DRAFT

1. 10% छुट र 10%VATलगाउँदा सामानको मूल्यमा असर पर्ने धारणा उदाहरणद्वारा प्रष्ट हुन्छ ।
2. छुट र मू.अ.कर समावेश भएमा पहिले छुट पछिको मूल्य निकालेपछि मात्र मू.अ.कर लिनु पर्दछ ।

2. मूल्याङ्कन

(a) क्रम मूल्य भनेको के हो ?

(b) क्रय मूल्य र विक्रय मूल्यमा के फरक छ ?

(c) नाफा वा नोक्सानको लागि क्रय मूल्य र बिक्रय मूल्यको के सम्बन्ध हुन्छ ?

(d) कुन मूल्यमा छुट दिइने गरिन्छ ?

(e) कुन मूल्यमा VAT लगाइन्छ ?

(f) अङ्कित मूल्य भनेको के हो ?

(g) अङ्कित मूल्य रु.60,000 भएको सामानमा 12% छुट दिई 10%VAT लगाउँदा सामानको मूल्य अभिवृद्धि करसहितको मूल्य निकाल्नुहोस् ।

3. गृहकार्य /परियोजना कार्य

(a) तिम्रो घरमा भएको टि.भी. वा कम्प्युटरको बिलका आधारमा अङ्कित मूल्य, छुट प्रतिशत र VAT प्रतिशत पहिचान गरी VAT पछिको मूल्य पत्ता लगाउनुहोस् ।

(b) अभ्यास 2.1 को प्रश्न न. 1 को a–e तथा उदाहरण 1 समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।

घन्टी : **2**

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) विद्यार्थीहरूलाई अङ्कित मूल्य, छुट प्रतिशत, VAT प्रतिशत र VAT सहितको मूल्यको बारेमा पुनः स्मरण गराउँदै निम्न समस्याको व्यक्तिगत रूपमा समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।

समस्या : 20% छुट दिई 10% VAT जोड्दा एउटा घडीको मूल्य रु.2376 भयो भने सुरुमा उक्त घडीको मूल्य कति राखिएको रहेछ ?

यहाँ, सुरुको अङ्कित मूल्य पत्ता लगाउनु छ ।

त्यसैले, अङ्कित मूल्य = रु.x मानौँ

पहिलो शर्तअनुसार

अङ्कित मूल्यमा 20% छुट दिइसकेपछि

अङ्कित मूल्य = रु.x = 100%

20% छुट पछिको मूल्य = रु. x को 80%

$$= \frac{80x}{100}$$

VAT 10% भएकाले, छुटपछिको रकमलाई 100% मान्दा,

VAT पछिको मूल्य $= \frac{80x}{100} \times \frac{110}{100}$

प्रश्नअनुसार,

DRAFT

DRAFT

$$\text{or, } \frac{100+x}{100} = \frac{4972}{4400}$$

$$\text{or, } 100+x = \frac{4972}{4400} \times 100$$

$$\text{or, } x = \frac{497200}{4400} - 100$$

or, x = 113–100

or, x= 13%

$\therefore$ उक्त मोबाइलमा13% VAT लगाइएको रहेछ ।

Note :(i) यसबाट VAT रकम निकाल्न सकिन्छ ।

(ii) यस्तै तरिकाले छुट % निकाल्नु पर्ने प्रश्नहरू पनि हल गर्न सकिन्छ ।

2. मूल्याङ्कन

(क) एउटा रेडियोको अङ्कित मूल्य रु.4000 छ ।उक्त रेडियोमा 20% छुट दिई केही प्रतिशत VAT लगाउँदा मूल्य रु.3616 कायम हुन पुग्यो भने VAT दर पत्ता लगाउनुहोस् ।

3. परियोजना कार्य

(क) अभ्यास 2.1 को प्रश्न न. 3–5 सम्म हल गर्नुहोस् ।

(ख) तिन तिन जनाको समूह निर्माण गर्नुहोस् । तपाईंको आफ्नो परिवार तथा छरछिमेक, विद्यालय वा सङ्घसंस्थाले विभिन्न समयमा फरक फरक शीर्षकमा जस्तै : बिजुली, पानी, टेलिफोन, टि.भी., रिचार्ज आदि तिरको बिलहरू सङ्कलन गर्नुहोस् । ती बिलहरूको अध्ययन तथा अवलोकन गरी तिनीहरूमा अङ्कित मूल्य, छुट दर, कर, करको दर, मूल्य अभिवृद्धि कर तथा रकम वा अन्य कुनै कर लगाइएको भए त्यसको प्रतिवेदन तयार गरी कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

घन्टी :- 4

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) विद्यार्थीहरूलाई पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ 2.2 का सम्बन्धमा समूहमा छलफल गराउनुहोस् । मुद्रा विनिमय सम्बन्धमा नेपाल राष्ट्र बैङ्कले विभिन्न देशको मुद्राको एकाइगत खरिद दर र बिक्री दर रुपियाँमा तोकेको हुन्छ । पत्रपत्रिकामा दिइएको मुद्रा विनिमय दरका आधारमा खरिददर र बिक्री दर स्पष्ट पार्नुहोस् ।

(ख) खरिद दर र बिक्री दर चार्टको आधारमा निम्न समस्या समाधान गर्ने :

समस्या :350 युरोको खरिद दर र बिक्री दर नेपाली रुपियाँमा पत्ता लगाउनुहोस् ।

यहाँ, दिइएको युरो 350छ ।

विनियम तालिकाअनुसार

1 युरोको खरिद दर रु.112.45 छ ।

350 युरोको खरिद मूल्य = रु.112.45 ×350

= रु.39375

फेरि, 1 युरोको बिक्री दर रु. 113.08 छ ।

350 युरोको विक्री मूल्य = रु. 113.08×350

= रु.39578

(ग) यसरी नै अन्य विभिन्न मुलुकको मुद्रालाई मुद्रा विनिमय दर तालिका प्रयोग गरी नेपाली रुपियाँमा रूपान्तर गर्न लगाउनुहोस् ।

Note: नेपाल राष्ट्र बैङ्कले प्रत्येक दिन मुद्रा विनिमय दर तोक्ने गर्दछ ।

2. मूल्याङ्कन

(क) कतारी रियल 2000 लाई (खरिद दर प्रयोगगरी) नेपाली रुपियाँमा रूपान्तरण गर्नुहोस् ।

(ख) जापानी ऐन 6000 लाई खरिद दर र बिक्री दर प्रयोग गरी नेपाली रुपियाँमा रूपान्तरण गर्नुहोस् ।

(ग) अमेरिकामा माध्यमिक शिक्षकको तलब \$11.25 देखि \$31.5 प्रति घण्टा भएमा उक्त दरमा नेपाली मुद्रामा कति रूपियाँ प्रति घण्टा होला ? पत्ता लगाउन लगाउनुहोस् ।

3. गृहकार्य

(क) पत्रपत्रिका तथा सञ्चार माध्यमहरूबाट आजको दिनको विदेशी मुद्रा विनिमय दर पत्ता लगाउनुहोस् साथै उक्त दिनको अन्तर्राष्ट्रिय बजारमा सुन तथा चाँदी प्रति के.जी. वा प्रति 10 ग्रामको मूल्य टिपोट गर्नुहोस् ।

(ख) अभ्यास 2.2 को प्रश्न न.1 को a–d तथा उदाहरण 1 हल गर्न लगाउनुहोस् ।

घन्टी : 5

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) विद्यार्थीहरूलाई पत्रपत्रिका तथा बिलहरूको खोजी गरी त्यसमा दिइएका दर (Rate) प्रयोग गरी प्रश्न बनाउन र एक आपसमा छलफल गरी उत्तर निकाल्न प्रोत्साहन गर्नुहोस् ।

(ख) आजको पत्रपत्रिकामा दिइएका मुद्रा विनिमय सूचनाहरू विद्यार्थीहरूलाई अध्ययन गर्न लगाई निम्न लिखित कुराहरूमा छलफल गराउनुहोस् ।

(i) कुन कुन मुद्राको खरिद दर र बिक्री दर रहेछ ?

(ii) कुन कुन मुद्राको खरिद दर मात्र रहेछ ?

(iii) कुन कुन मुद्राको बिक्री दर मात्र रहेछ ?

(iv) प्रत्येक मुद्राको बिक्री दर र खरिद दरको फरक कति रहेछ ?

(ग) मुद्रा विनिमय सम्बन्धी समस्या र त्यसको समाधान निम्नअनुसार गराउनुहोस :

समस्या : 1 अमेरिकी डलरको कति जापानी येन हुन्छ होला ? (विनिमय दर तालिकाअनुसार) पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान

यहाँ, 1 अमेरिकी डलर = रु.106.90

or, रु.106.90 = \$ 1

or, रु.1 $=\$\frac{1}{106.90}$ ....(i)

फेरि, 10 जापनी येन =रु.9.45

or, रु.9.45 = 10 जापानी येन

रु.1 $= \frac{10}{9.45}$ जापानी येन…………..(ii)

(i)र (ii) बाट,

$\$ \frac{1}{106.90} = \frac{10}{9.45}$ जापानी येन

or, $\$1 = \frac{10}{9.45} \times 106.90$ जापानी येन

$= 113.12$ जापानी येन

$\therefore$ 1 अमेरिकी डलर = 113.12 जापानी येन हुन्छ ।

2. मूल्याङ्कन/प्रतिबिम्बन

(a) 1 मलेसियाली रिङ्गिटको (मुद्रा विनिमय तालिका अनुसार) कति कतारी रियल हुन्छ ? अनुसार)

(b) कति कुवेती दिनार भएमा 2000 युरो हुन्छ ?

(c) 1 अमेरिकी डलरको कति पाउन्ड स्टलिङ हुन्छ ?

3. परियोजना कार्य

(क) अभ्यास 2.2 को प्रश्न न. 2 को a–e सम्म समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।

(ख) पाँच पाँच जनाको समूह बनाई प्रत्येक समूहलाई फरक फरक देशको लागि एक -एक ओटा भ्रमण प्याकेज निर्माण गर्न लगाउनुहोस् । जसमा निम्न लिखित कुराहरू समावेश गर्न लगाउनुहोस् :

(i) उक्त देशको मुद्रा र भ्रमण समयको विनिमय दर

(ii) त्यस देशको लागि परिवहन, खाना तथा आवास, अन्य स्थानीय खर्च र किनमेलको खर्च प्रत्येक समूहले माथिको प्याकेजमा आफ्नो समूहलाई परेको देशको मुद्रामा तयार गरी जम्मा नेपाली रुपियाँ कति लाग्दो रहेछ ? प्रतिवेदन तयार गरी कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

घन्टी :6

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) व्यावहारिक समस्याको समाधान सम्बन्धी निम्नानुसार केही समस्या समूहमा छलफलगरी हल गर्न लगाउनुहोस् :

समस्या : अमेरिकी बजारबाट प्रति तोला \$553 मा किनिएको 10 तोला सुनलाई नेपाली बजारमा 20% भन्सार शुल्क र 13%VAT सहित बिक्री गर्दा कम्तीमा कति रुपियाँमा बिक्री गर्नुपर्ला ?

(पाठ्यपुस्तकमा दिइएको विनियम दरको आधारमा)

यहाँ, 1 तोला सुनको मूल्य = \$553

10 तोला सुनको मूल्य $= \$553 \times 10$

$= \$5530$

भन्सार शुल्क =20%

DRAFT

भन्सार शुल्कसहितको मूल्य $= \$5530 \times 120\%$

$= \$5530 \times \frac{120}{100}$

$= \$6636$

VAT दर $= 13\%$

VAT सहितको मूल्य $= \$6636 \times 113\%$

$= \$6636 \times \frac{113}{100}$

$= \$6636 \times 1.13$

$= \$7496.68$

विनिमय दरअनुसार

$1 = रु.105.52

$7496.68 = रु.105.52 ×7496.68

=रु.791260.71

∴ कम्तीमा बिक्री मूल्य = रु.791260.71

ii. समस्या : यदि 1 अमेरिकी डलर ($)= ने.रु. 78 र 1 पाउन्ड (£)= ने.रु. 117 भए 55 अमेरिकी डलर ($) लाई पाउन्डमा परिवर्तन गर्नुहोस् ।

उत्तर यहाँ, मानौं $ 55 =£x

£x = $55

$1 =रु.78

रु.117 =£1

चेन रुल प्रयोग गर्दा,

Now, $x \times 1 \times 117 = 55 \times 78 \times 1$

$\therefore x = \frac{55 \times 78 \times 1}{1 \times 117} = 36.67$

$\therefore \$55 = £36.67$

Note : यस समस्या 2 लाई चेन नियम (Chain Rule) अनुसार प्रष्ट पार्नुहोस् ।

2. मूल्याङ्कन

(क) एक जना व्यक्तिलाई विदेश भ्रमणमा $4000 आवश्यकता पऱ्यो । यदि बैङ्कले उक्त रकम साट्दा 2% कमिसन लिने गर्दछ भने उनलाई जम्मा कति नेपाली रुपियाँ आवश्यक पर्छ होला ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ख) यदि 1 पाउन्ड (£) बराबर रु.110.64 र 1 डलर बराबर रु.76.30छ भने 1 पाउन्ड बराबर कति डलर हुन्छ ?

3. गृहकार्य

(क) अभ्यास 2.2 को प्रश्न न. 3 र 4 हल गर्न लगाउनुहोस् ।

DRAFT

(ख) नेपालमा भादगाउँले टोपी प्रति गोटा रु.75 मा किनेर निर्यात कर 15% सहित तिरेर अमेरिकामा 5000 ओटा बिक्री गर्दा 160% नाफा भयो भने सबै टोपी कतिमा बिक्री गरियो ? ($1 = रु.105.52)

घन्टी :7

एकाइ परीक्षा

(1) रु.1800 को बिलमा 5% छुट दिँदा कति रकम तिर्नुपर्ला?

(2) एउटा घडीको विक्रय मूल्य रु.270 छ । यदि त्यसको अङ्कित मूल्यमा 10% छुट दिएर बिक्री गरिएको थियो भने त्यसको अङ्कित मूल्य कति थियो ?

(3) अङ्कित मूल्य रु.2000 र छुट 10% भएको एउटा वस्तुलाई ग्राहकले मूल्य अभिवृद्धि करसहित मूल्य रु.2034 मा किनेछ भने कति प्रतिशत VAT लगाइएको थियो ?

(4) यदि 10 जापनी येन = ने.रु.9.45 छ भने रु.32486.90 लाई जापानी येनमा रूपान्तरण गर्नुहोस् ।

(5) एक जना व्यक्तिलाई विदेश भ्रमणका लागि $4000 आवश्यकता पर्‍यो । यदि बैङ्कले उक्त रकम साट्दा 2% कमिसन लिने गर्दछ भने उनलाई जम्मा कति नेपाली रुपियाँ आवश्यक पर्दछ होला ?पत्ता लगाउनुहोस् ।

Note : यो एकाइ शिक्षण गर्दा विद्यार्थीहरूलाई सूत्रहरू घोकाउनुभन्दा दिइएको तथ्य र पत्ता लगाउनुपर्ने तथ्यहरू यथार्थ एवम् व्यावहारिक चित्रण गर्न लगाइसकेपछि समाधानको प्रक्रियामा उन्मुख गराउनुपर्ने हुन्छ ।

DRAFT

एकाइ : 3 चक्रीय ब्याज (Compound Interest)

अनुमानित घन्टी : 6

3.1 परिचय

एउटा व्यक्ति वा संस्थाले कुनै व्यक्ति वा संस्था (बैङ्क) बाट लिएको रकम निश्चित समयसम्म प्रयोग गरेबापत उक्त रकममा थपिने अतिरिक्त रकमलाई साधारण ब्याज (Simple Interest) भनिन्छ । यसलाई I ले सङ्केत गरिन्छ । सापटी लिएको वा दिएको रकमलाई मूलधन (Principal) भनिन्छ । यसलाई P ले सङ्केत गरिन्छ । यस्तो रकम निश्चित अवधि वा समयका लागि दिइन्छ । त्यो निश्चित अवधिलाई समय (Time) भनिन्छ । यसलाई T वा N ले सङ्केत गरिन्छ । सापटी रकममा निश्चित दरले ब्याज लिइन्छ भने त्यस निश्चित दरलाई ब्याज दर भनिन्छ । यसलाई R ले जनाइन्छ । कुनै मूलधन प्रत्येक वर्ष वा निश्चित रकम अवधि (वार्षिक वा अर्धवार्षिक) पश्चात ब्याज गणना गरी ब्याजलाई मूलधनमा जोडेर पुन: ब्याज निकालिन्छ भने त्यसलाई चक्रीय ब्याज (Compound Interest) भनिन्छ । यसलाई CI ले जनाइन्छ । चक्रीय ब्याज र मूलधनको योगफललाई चक्रीय मिश्रधन (Compound Amount) भनिन्छ । यसलाई CA ले सङ्केत गरिन्छ ।

यस एकाइमा वार्षिक प्रणालीमा बढीमा ३ वर्षसम्म, अर्धवार्षिक प्रणालीमा बढीमा २ वर्षसम्मको चक्रीय ब्याज निकाल्न र सोहीअनुरूप समय, ब्याजदर, मूलधन तथा मिश्रधन, साधारण ब्याज पत्ता लगाउने खालका व्यावहारिक समस्या हल गर्न सहयोग पुग्ने ज्ञान र सिपको विकास गराउन खोजिएको छ ।

3.2 सक्षमता

दैनिक जीवनमा आउने व्यावहारिक अङ्क गणितीय समस्याहरूको समाधानमा गणितीय संरचना तथा तार्किक विचारको प्रयोगबाट समाधान र परीक्षण

3.3. सिकाइ उपलब्धि

वित्तीय संस्थामा गई चक्रीय ब्याजको गणना पद्धतिको जानकारी लिन र यस सम्बन्धी समस्याहरू समाधान गर्न ।

3.4. विषयवस्तुको विभाजन

घन्टी	विषयवस्तु	सिकाइ सामग्री
1	साधारण ब्याजको सूत्र पुनरावलोकन, ब्याज चक्रीय वार्षिक हुँदा चक्रीय मिश्रधन र चक्रीय ब्याजको अवधारणा र सूत्र निर्धारण । ब्याज चक्रीय अर्धवार्षिक हुँदा चक्रीय मिश्रधन र चक्रीय ब्याजको सूत्र निर्धारण ।	बैङ्कमा खाता खोल्ने फारामहरू, बैङ्कमा दिइने ब्याजका चार्टहरू, बैङ्क वा बित्तीय संस्थाको ऋण वा वचत गरेको सन्तुलन परीक्षण (Balance Sheet)
2	(सूत्रको प्रयोग गरि/नगरी) ब्याज चक्रीय वार्षिक हुँदा चक्रीय मिश्रधन र चक्रीय ब्याजको समस्या समाधान ।	
3	तोकिएको मुलधनको तोकिएको समय र ब्याज दरको हिसाबले साधारण ब्याज र वार्षिक चक्रीय ब्याज बिच फरक ।	
4	कुनै मूलधनको तोकिएको समय र ब्याजदरको हिसाबले हुने वार्षिक चक्रीय ब्याज र अर्धवार्षिक चक्रीय ब्याजको अन्तर निर्धारण ।	

DRAFT

5	लगातार दुई वर्षको मिश्रधनका आधारमा मूलधन र ब्याजदरको निर्धारण ।	
6	एकाइ परीक्षा	प्रश्न पत्र

3.5. क्रियाकलाप विस्तृतीकरण

घन्टी :1

1. **सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप**

(क) साधारण ब्याज सम्बन्धी धारणाहरूको पुनरावलोकन गराई सूत्र स्मरण गराउँदै साधारण ब्याज र चक्रीय ब्याज बिचको अन्तर बारे छलफल गराउनुहोस् ।

(ख) साधारण ब्याजकै प्रक्रियाअनुरूप चक्रीय ब्याज निकाल्ने र सोही समस्यालाई सूत्रबद्ध गरी चक्रीय ब्याज प्रणालीअनुरूप चक्रीय ब्याज निकाल्ने । यसरी प्राप्त हुने उही नतिजालाई आधार मानी चक्रीय ब्याजको विधि र महत्त्वलाई स्पष्ट पारिदिनुहोस् ।

(ग) चक्रीय मिश्रधन र चक्रीय ब्याज निकाल्ने सूत्र साधारण ब्याजबाट कसरी प्रतिपादित हुन्छ, छलफल गर्दै वार्षिक चक्रीय ब्याजको सूत्र पत्ता लगाउने प्रक्रिया अभ्यास गराउनुहोस् ।

चक्रीय ब्याजा सम्बन्धी अवधारणा उदाहरण र निष्कर्षको आधारमा सूत्र आगमन विधि (Inductive Method) प्रयोग गरी पत्ता लगाउन सकिन्छ ।

यहाँ साँवा (Principal)= P, समय (Time) = T, ब्याजदर (Rate of Percent) = R%,ब्याज (Interest)= I,मिश्रधन (Amount)= Aभए

DRAFT

वर्ष	साँवा (P)	समय (T)	ब्याजदर (R)	ब्याज (वर्षको अन्त्यमा)	मिश्रधन
पहिलो	P	1	R	$I_1 = \frac{P\times T\times R}{100} = \frac{PR}{100}$	$A,$ = साँवा + ब्याज $A_1 = P + \frac{PR}{100}$ $= P\ (1+R\%)$
दोस्रो	$A_1 = P\ (1+R\%)$	1	R	$I_2 = \frac{P(1+R\%)\ 1\times R}{100}$ $= P(1+R\%)\ R\%$	A_2 = साँवा + ब्याज $= A_1 + P(1+R\%)\ R\%$ $= P\ (1+R\%_\ (1+R\%)$ $= P(1+R\%)^2$
तेस्रो	$A_2 = P(1+R\%)^2$	1	R	$I_3 = \frac{P(1+R\%)^2\ \%R}{100}$	$A_3 = A_2 + I_3$

				$=P(1+R\%)^2 R\%$	$= P(1+R\%)^2 + P(1+R\%)^2 R\%$ $= P(1+R\%)^2(1+R\%)$ $= P(1+R\%)^3$

यस सामान्यीकरणबाट विद्यार्थीले भन्नेछन् कि T वर्षका लागि चक्रीय मिश्रधन,

$$C.A = P(1+R\%)^T$$

$$= P\left(1+\frac{R}{100}\right)^T$$

यसपश्चात्, C.A. = P+CI को सूत्र प्रयोग गर्न लगाउनुहोस् ।

$$\text{or, } CA - P = CI$$

$$\text{or, } P\left(1+\frac{R}{100}\right)^T - P = CI$$

$$\therefore CI = P\left[\left(1+\frac{R}{100}\right)^T - 1\right] \text{ Where T E +ve integer } (z^+)$$

त्यसैगरी यही ब्याज अर्धवार्षिक रूपमा गणना गरिन्छ भने ब्याजदर (R%) लाई $\frac{R}{2}\%$ र समय T लाई 2T लेखिन्छ ।

यो अवस्थामा चक्रीय मिश्रधन (CA) = $P\left(1+\frac{R}{2\times100}\right)^{2T}$ हुन्छ ।

चक्रीय ब्याज (CI) = $P\left[\left(1+\frac{R}{100}\right)^{2T} - 1\right]$ हुन्छ ।

त्यस्तै गरी ब्याज एक चौथाइ वर्ष (3 महिना) मा गणना गर्ने गरिएको भएमा ब्याज दर $\frac{R}{4}\%$ र समय 4T हुन्छ ।

$CA = P\left(1+\frac{R}{400}\right)^{4T}$ र (CI) = $P\left[\left(1+\frac{R}{400}\right)^{4T} - 1\right]$ हुन्छ ।

यदि प्रत्येक वर्षको ब्याज दर R फरक फरक भएमा के होला ? समूहमा छलफल गराउनुहोस् ।

2 मूल्याङ्कन

(क) मूलधन (P), समय(T), वार्षिक ब्याजदर (R) भए,

(i) साधारण ब्याज (I), निकाल्ने सूत्र भन ।

(ii) चक्रीय ब्याज (CI), निकाल्ने सूत्र भन ।

(iii) चक्रीय मिश्रधन (CA)पत्ता लगाउने सूत्र भन ।

(ख) यदि अर्धवार्षिक ब्याजदर (R) भएमा

(i) चक्रीय मिश्रधन (CA) र चक्रीय ब्याज (C.I.) को सूत्र के हुन्छ ?

(ग) प्रत्येक वर्ष ब्याजदर (R) फरक भएमा चक्रीय मिश्रधन र चक्रीय ब्याजमा कस्तो प्रभाव पर्ला ?

3. गृहकार्य

DRAFT

(क) मूलधन P को Tवर्षमा R% प्रति वर्षका दरले चक्रीय ब्याज र मिश्रधन क्रमशःCIर CA हुँदा,

(i) P,T,R र CI को वार्षिक चक्रीय रूपमा सम्बन्ध लेख्नुहोस् ।

(ii) P, T,R र CA को अर्धवार्षिक चक्रीय रूपमा सम्बन्ध देखाउनुहोस् ।

(ख) (i) मिश्रित ब्याजअनुसार, मिश्रधन A, वार्षिक ब्याज दर R र समय T भए मूलधन (P) कति होला ?

(ii) कुनै धन P को T वर्षमा R% को दरले चक्रीय ब्याज CI हुन्छ भने P,T,R र CI को सम्बन्ध लेख्नुहोस् ।

घन्टी : 2

1 सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) बैङ्कमा रकम जम्मा गर्दा वा कुनै व्यक्तिलाई ऋण सापट दिँदा पाउने ब्याजदर, मिश्रधन, साँवा ब्याज र समयबारे (बैङ्कमा खाता खोल्ने फारम तथा बैङ्कमा दिइने ब्याजदरका चार्टहरू अबलोकन गराएर) छलफल गराउनुहोस् ।

(ख) चक्रीय मिश्रधन, चक्रीय ब्याज पत्ता लगाउने सूत्रहरू पुनरावलोकन गराउनुहोस् ।

(ग) वार्षिक चक्रीय ब्याज प्रणाली भनेको कुनै रकमको ब्याज प्रत्येक वर्ष मूलधनमा जोडिँदै प्राप्त रकमको पुनः उही प्रक्रियाअन्तर्गत ब्याज निकाल्ने पद्धति हो । यसलाई स्पष्ट पार्न एउटा सरल समस्या निर्माण गरी साधारण ब्याज र चक्रीय ब्याजको सूत्र प्रयोग गरी समाधान गरेर धारणा स्पष्ट गरिदिनुहोस् ।

उदाहरणका लागि : रु. 4000 को वार्षिक 10% ब्याज दरमा तिन वर्षमा हुने चक्रीय ब्याज र मिश्रधन पत्ता लगाउनुहोस् ।

साधारण ब्याज निकाल्ने पक्रियाअनुसार,

यहाँ पहिलो वर्षमा,

मूलधन (P) = रु.4000

समय(T) = 1 वर्ष

ब्याजदर (R) = 10%

साधारण ब्याज $(SI_1) = \frac{PRT}{100} = \frac{4000 \times 1 \times 10}{100}$ = रु.400

दोस्रो वर्षमा,

P_1= रु.4000 +रु.400 =रु.4400

T = 1 वर्ष (दोस्रो वर्षको मात्र)

R = 10%

$SI_2 = \frac{P_1 \times T \times R}{100} = \frac{4400 \times 1 \times 10}{100}$ =रु.440

तेस्रो वर्षमा,

P_2= रु.4400 +रु.440 = रु.4840

T= 1वर्ष (तेस्रो वर्षको मात्र)

R = 10%

$SI_3 = \frac{P_2TR}{100} = \frac{4840 \times 1 \times 10}{100}$ = रु.484

जम्मा ब्याज (SI) $= SI_1 + SI_2 + SI_3$

= रु.400 +रु.440+रु.484

= रु.1324

मिश्रधन (A) = P+I = रु.4000 +रु.1324 = रु.5324

अब वार्षिक चक्रीय ब्याज प्रणालीअनुसार,

यहाँ, P = रु.4000

T = 3वर्ष

R = 10%

चक्रीय ब्याज (CI) $= P\left[(1+\frac{R}{100})^T - 1\right]$

$= 4000\left[(1+\frac{10}{100})^3 - 1\right]$

$= 4000\,[(1.1)^3 - 1]$

$= 4000\,(1.331 - 1)$

$= 4000 \times 0.331$ = रु.1324

चक्रीय मिश्रधन (CA) = P+CI = रु.4000 +रु.1324 = रु.5324

यसरी दुवै विधिबाट प्राप्त चक्रीय ब्याज र चक्रीय मिश्रधन एउटै आएको कारण साधारण ब्याज प्रक्रियाबाट पनि चक्रीय ब्याज निकाल्न सकिन्छ तर यो प्रक्रिया धेरै लामो भएकाले यसलाई छोटो तरिकाले सूत्रबद्ध गरी थोरै समयमा छिटो र सरल तरिकाले चक्रीय ब्याज र चक्रीय मिश्रधन निकाल्न सकिन्छ भन्ने कुरा स्पष्ट गरिदिनुहोस् । साधारण ब्याज प्रक्रियाद्वारा तोकिएको अवधि वा समयलाई एकै पटक प्रयोग गर्ने भएकोले यसमा साँवामा ब्याज जोड्ने प्रक्रिया हुँदैन तर चक्रीय ब्याज प्रणालीमा तोकिएको अवधिसम्म वार्षिक प्रणाली भए वर्ष वर्षमा र अर्धवार्षिक प्रणाली भए 6–6 महिनामा ब्याज मूलधन नयाँ जोडिदै पुनः ब्याज निकाल्ने प्रक्रिया भएकोले ब्याजको रकम साधारण ब्याजमाभन्दा वार्षिक चक्रीय प्रणालीमा धेरै, त्यस्तै वार्षिक चक्रीय ब्याज प्रणालीभन्दा अर्धवार्षिक चक्रीय ब्याज प्रणालीमा धेरै ब्याज रकम हुन जान्छ भन्ने तथ्यलाई छलफलद्वारा स्पष्ट गर्नुहोस् ।

2 मूल्याङ्कन

(क) एउटै अवधिको लागि साधारण ब्याज दर र चक्रीय ब्याजदरको हिसाबले धनलाई ब्याजमा दिँदा कुन ब्याज दरमा फाइदा हुन्छ, किन ?

(ख) रु.6000 को 2वर्षमा वार्षिक 20% का दरले हुने,

(i) साधारण ब्याज निकाल्नुहोस् ।

(ii) वार्षिक चक्रीय ब्याज निकाल्नुहोस् ।

(iii) साधारण मिश्रधन र चक्रीय मिश्रधन बिचको अन्तर निकाल्नुहोस् ।

3. गृहकार्य

DRAFT

(क) वार्षिक 21% ब्याजदरमा सुबानीले विपिनसँग रु.15000 सापटी लिइन् भने 2 वर्षको अन्त्यमा हुने साधारण ब्याज र वार्षिक चक्रीय ब्याज निकाल्नुहोस् ।

(2)E×3 को प्र.नं. 1 र 2 सबै गर्ने ।

घन्टी : 3

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) तोकिएको मूलधनको तोकिएको समय र ब्याजदरका हिसाबले साधारण ब्याज र वार्षिक चक्रीय ब्याज बिच अन्तर निकाल्न विद्यार्थीहरू बिच छलफल गराउनुहोस् ।

जस्तै : रु.7500 को वार्षिक 10% ब्याज दरले 2 वर्षमा प्राप्त हुने साधारण ब्याज र चक्रीय ब्याज बिचको फरक पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान

यहाँ, मूलधन (P) = रु.7500

समय(T) = 2 वर्ष

चक्रीय ब्याज (CI)= ?

हामीलाई थाहा छ,

साधारण ब्याज (S.I) = $\frac{PTR}{100} = \frac{7500 \times 2 \times 10}{100} \times 1500$

फेरि, चक्रीय ब्याज (CI) $= P\left[(1+\frac{R}{100})^T - 1\right]$

$= 7500\left[(1+\frac{10}{100})^2 - 1\right]$

$= 7500\ [(1+0.1)^2 - 1]$

$= 7500 \times 0.21 =$ रु.1575

ब्याजमा फरक = CI–S.I

= रु.1575 –रु.1500

= रु.75

2. मूल्याङ्कन

(क) रु. 5120 को 3वर्षमा 12.5% वार्षिक ब्याज दरले हुने मिश्रित ब्याज र साधारण ब्याज बिचको अन्तर पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ख) रु.18000को वार्षिक 15% ब्याज दरमा 2वर्षमा हुने साधारण ब्याज र वार्षिक चक्रीय ब्याज बिचको अन्तर पत्ता लगाउनुहोस् ।

3 गृहकार्य

(क) एक जना मानिसले एउटा बैङ्कबाट वार्षिक 12.5% साधारण ब्याजको दरले रु.16000 ऋण लिएछ र उसले सोही ब्याजका दरले चक्रीय ब्याज पाउने गरी सम्पूर्ण ऋण एक जना पसलेलाई सापटी दिएछ भने 3 वर्षपछि उसलाई कति नाफा हुन्छ ?

घन्टी :4

DRAFT

1. **सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप**

(क) कुनै मूलधनको तोकिएको समय र ब्याजदरको हिसाबले हुने वार्षिक चक्रीय ब्याज र अर्धवार्षिक चक्रीय ब्याज बिच अन्तर निकाल्न विद्यार्थीहरू बिच छलफल गराउनुहोस् ।

जस्तै : रमेशले रु.1000 एउटा बैङ्कमा र अर्को एउटा फाइनान्सकम्पनीमा रु.1000 मुद्धती खातामा जम्मा गरेछ । यी दुवैले वार्षिक 12% का दरले ब्याज दिन्छन् ।बैङ्कले अर्ध वार्षिक चक्रीय ब्याज दिन्छ भने फाइनान्स कम्पनीले वार्षिक चक्रीय ब्याज दिन्छ । अब 2 वर्षमा कसले कति बढी ब्याज दिँदो रहेछ निकाल्नुहोस् ।

समाधान

यहाँ, साँवा (P) =रु.1000

समय(T) = 2 वर्ष

वार्षिक चक्रीय ब्याज दर (R) = ?

we know that,

$$CI = \left[(1+\frac{R}{100})^{T}-1\right]$$

$$= 1000\left[(1+\frac{12}{10})^{2}-1\right]$$

$$=1000\ [(1+0.12)^{2}-1]$$

$$=1000\ [1.2544-1]$$

$$=1000\times0.2544$$

=रु.254.40

अब, बैङ्कले दिने ब्याजको हिसाब गरौँ ।

फेरि, साँवा (P) =रु.1000

समय(T) = 2 वर्ष

वार्षिक चक्रीय ब्याज दर (R) = ?

we know that,

$$CI = \left[(1+\frac{R}{200})^{2T}-1\right]$$

$$=1000\left[(1+\frac{12}{200})^{2\times2}-1\right]$$

$$=1000\ [(1+0.06)^{4}-1]$$

$$=1000\ [(1.06)^{4}-1]$$

$$=1000\ [1.262477]$$

$$=1000\times0.262477$$

=रु.262.48

यहाँ बैङ्कले दिने ब्याज बढी छ ।

बढी ब्याज=रु.262.48 –रु.254.40 =रु.8.08

DRAFT

2. मूल्याङ्कन

(क) रु.12000 को वार्षिक 12% ले 2 वर्षमा हुने वार्षिक चक्रीय ब्याज र अर्धवार्षिक चक्रीय ब्याजको अन्तर पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ख) विपिनले वार्षिक चक्रीय ब्याज 6% ले रु.4000 एउटा बैङ्कमा जम्मा गरेको रहेछ भने 2 वर्षमा सोको वार्षिक र अर्धवार्षिकले हुने मिश्रधनबिच फरक पत्ता लगाउनुहोस् ।

3. परियोजना कार्य

(क) अभ्यास 3 को प्र.नं. 4 र 5 गर्न लगाउनुहोस् ।

(ख) पाँच पाँचजनाको समूह निर्माण गरी सम्भव भए नजिकैको फरक फरक बैङ्कवित्तीय संस्था वा सहकारीमा लैजानुहोस् । त्यहाँको प्रबन्धक र प्रमुखलाई भेटी विभिन्न किसिमका योजनाहरूको बारेमा जानकारी लिनुहोस् । त्यहाँका योजनाहरू मध्ये तपाईंहरूका लागि निश्चित रकम जम्मा गर्न कुन चाहिँ उपयुक्त रह्यो र किन ? साथै बैङ्कले किन यस्ता योजनाहरू बनायो होला ? प्रबन्धकसँग छलफल गरी उक्त संस्थाले लिने मुनाफा कसरी आउँदो रहेछ टिपोट गर्नुहोस् । समूहमा प्रतिवेदन तयार गरी कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

घन्टी : 5

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) चक्रीय ब्याज प्रणालीमा कुनै रकमकोतोकिएका दुई भिन्न भिन्न समयमा हुन जाने चक्रीय मिश्रधनहरूबाट पनि मूलधन र ब्याज दर पत्ता लगाउन सकिन्छ भन्ने कुरासमेत विद्यार्थीहरू बिच छलफल गराउनुहोस् ।

जस्तै :वार्षिक चक्रीय ब्याज दरमा कुनै रकम 3 वर्षमा मिश्रधन रु.13310 र 4 वर्षमा रु.14641 पुग्छ भन्ने चक्रीय ब्याजदर र मूलधन पत्ता लगाउनुहोस् ।

यहाँ, 3 वर्षको मिश्रधन =रु.13310

अथवा, $P\left(1+\frac{R}{100}\right)^3 = 13310$……………(i)

त्यस्तै 4 वर्षको मिश्रधन रु.14641

or, $P\left(1+\frac{R}{100}\right)^4 = 14641$ …………. (ii)

or, $P\left(1+\frac{R}{100}\right)^3\left(1+\frac{R}{100}\right) = 14641$

or, $1+\frac{R}{100} = \frac{14641}{13310}$

or, $R = 0.1\times100$

$\therefore$ ब्याजदर $(R) = 10\%$ प्रतिवर्ष

अब, R को मान समीकरण (i) मा राख्दा,

$P\left(1+\frac{R}{100}\right)^3 = 13310$

or, $P\times(1.1)^3 = 13310$

DRAFT

or, $P \times 1.331 = 13310$

or, $P = \frac{13310}{1.331}$ = रु.10000

$\therefore$ मूलधन (P) = रु.10000

ब्याजदर (R) = 10%

2. मूल्याङ्कन

(क) वार्षिक चक्रीय ब्याज दरले कुनै रकम 3 वर्षमा रु.1331 र 4 वर्षमा रु.1464.10 पुग्दछ भने साँवा र ब्याजदर पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ख) वार्षिक मिश्रित ब्याज प्रणालीअनुसार कुनै रकमको मिश्रधन 2 वर्षमा रु.6050 पुग्छ र 3 वर्षमा रु.6655 पुग्छ भने सो रकम कति थियो ?

3. गृहकार्य/परियोजना कार्य

(i) पाठ्यपुस्तकमा रहेको अभ्यास 3 को प्रश्न न. 6 र 7 का सबै प्रश्नको समाधान गर्नुहोस् ।

घन्टी : **6**

एकाइ परीक्षा

(1) वार्षिक 21% ब्याज दरमा हरिले कृष्णसँग रु.130000 सापटी लिएछ भने 1 वर्ष 6 महिनाको अन्त्यमा,

(i) उसले साधारण ब्याज कति तिर्नुपर्ला ?

(ii) चक्रीय ब्याज कति तिर्नुपर्ला ?

(2) वार्षिक 21% ब्याज दरमा शर्मिलाले सुवानीसँग रु.150000 सापटी लिइन भने 2 वर्षको अन्त्यमा हुने साधारण ब्याज र वार्षिक चक्रीय ब्याज निकाल्नुहोस् ।

(3) रमेशले वार्षिक चक्रीय ब्याज 6% ले रु.4000 एउटा बैङ्कमा जम्मा गरेका रहेछन् भने 2 वर्षमा सोको वार्षिक र अर्धवार्षिकले हुने मिश्रधन बिच फरक पत्ता लगाउनुहोस् ।

(4) निश्चित वार्षिक चक्रीय ब्यजादरले कुनै धन 3 वर्षमा रु.66550र 4 वर्षमा रु.73205 हुन्छ भने ब्याजदर र मूलधन पत्ता लगाउनुहोस् ।

Note :(१) समय वर्ष र महिना दिएमा ब्याज चक्रीय वार्षिक हुँदा,

(i) चक्रीय मिश्रधन (CA) = $P\left(1+\frac{R}{100}\right)T\left(1+\frac{MR}{1200}\right)$

(ii) चक्रीय ब्याज (CI) = $P\left[\left(1+\frac{R}{100}\right)^{T}\left(1+\frac{MR}{1200}\right)-1\right]$

(२) समय वर्ष र महिनामा दिएमा, ब्याज चक्रीय अर्धवार्षिक हुँदा,

(i) चक्रीय मिश्रधन (CA) = $P\left(1+\frac{R}{200}\right)^{2T}\left(1+\frac{MR}{1200}\right)$

(ii) चक्रीय ब्याज (CI) = $P\left[\left(1+\frac{R}{200}\right)^{T}\left(1+\frac{MR}{1200}\right)-1\right]$

DRAFT

एकाइ 4 पाठ शीर्षक : जनसङ्ख्या वृद्धि र मिश्र ह्रास

अनुमानित घन्टी : 7

4.1. परिचय

जनसङ्ख्या वृद्धि (Population Growth)

हाम्रो दैनिक जीवनमा विभिन्न समयमा मानिस ब्याक्टोरिया, बोटविरुवा, पशुपंक्षीहरूको सङ्ख्यामा वृद्धि भइरहेको हुन्छ । यदि बाहिरी कुनै अवस्थाले असर नगरेमा निश्चित समयमा निश्चित दरमा सजीवहरूको वृद्धि भइरहेको हुन्छ । यसलाई जनसङ्ख्या वृद्धि भनिन्छ ।

अर्को शब्दमा भन्नु पर्दा, एउटा निश्चित समयवधिमा सजीव (जनसङ्ख्या) मा भएको सापेक्षित वृद्धिलाई जनसङ्ख्या वृद्धि (Population Growth) भनिन्छ । प्रति एकाइ समयमा भएको वृद्धिलाई जनसङ्ख्या वृद्धिदर भनिन्छ । वृद्धि दर धनात्मक वा ऋणात्मक हुन्छ । यदि वृद्धिदर ऋणात्मक छ भने जनसङ्ख्या बढ्नुको सट्टा घटिरहेको हुन्छ । जनसङ्ख्या वृद्धिको समस्यालाई पनि चक्रीय व्याजको समस्याहरूसँग तुलना गरी निकाल्न सकिन्छ ।

मिश्रह्रास (Compound Depreciation)

कुनै सामग्री निश्चित अवधिका लागि तयार गरिएको हुन्छ । सञ्चालन अवधि बढ्दै जाँदा क्षमतामा पनि क्रमश: कम हुँदै जान्छ । कुनै पनि मेसिनरी सामग्रीहरूको प्रयोग पछि निश्चित दरमा तिनीहरूको मूल्यमा गिरावट आउँछ । यसलाई मूल्यमा भएको ह्रास भनिन्छ । यसरी कुनै वस्तुको मूल्यमा प्रत्येक वर्ष वा निश्चित समयवधिमा क्रमश: बढ्दै वा घट्दै जान्छ भने त्यसरी आउने ह्रासलाई मिश्रह्रास(Compund Depreciation)भनिन्छ ।

4.2. सक्षमता

दैनिक जीवनमा आउने व्यावहारिक अङ्क गणितीय समस्याहरूको समाधानमा गणितीय संरचना तथा तार्किक विचारको प्रयोगबाट समाधान र परीक्षण

4.3. सिकाइ उपलब्धि

जनसङ्ख्या वृद्धि र मिश्र ह्रास सम्बन्धी साधारण समस्याहरू समाधान गर्न

4.4. विषयवस्तुको विभाजन

घन्टी	विषयवस्तु	सिकाइ समाग्री
1.	पुनरावलोकन, जनसङ्ख्या वृद्धिको सूत्र निर्धारण र तोकिएको अवस्था (सुरु जनसङ्ख्या, वृद्धिदर र समय) को आधारमा T वर्षपछिको जनसङ्ख्या निर्धारण तथा सम्बन्धित सामस्या	सूत्रको चार्ट
2.	तोकिएको अवस्था (T वर्षपछिको जनसङ्ख्या, वृद्धिदर, समय) का आधारमा सुरु जनसङ्ख्या निर्धारण	
3.	तोकिएको अवस्था (सुरुको जनसङ्ख्या T वर्षपछिको जनसङ्ख्या र समय) को आधारमा जनसङ्ख्या वृद्धिदरको निर्धारण -तोकिएको अवस्था (सुरुको जनसङ्ख्या, T वर्षपछिको जनसङ्ख्या र वृद्धिदर) को आधारमा समय निर्धारण	

DRAFT

4.	पुनरावलोकन, मिश्रह्रासको सूत्र निर्धारण सुरु मूल्य, ह्रास दर र समयको आधारमा T वर्ष पछिको मूल्य निर्धारण एवम् सम्बन्धित समस्या समाधान	
5.	तोकिएको अवस्था (सुरु मूल्य, T वर्षपछिको मूल्य, समय) को आधारमा ह्रास दरको निर्धारण -तोकिएको अवस्था (सुरु मूल्य, T वर्षपछिको मूल्य, ह्रास दर) का आधारमा समयको निर्धारण एवम् सम्बन्धित समस्या	
6.	तोकिएको अवस्था (T वर्षपछिको मूल्य, समय र ह्रास दर) का आधारमा सुरु मूल्यको निर्धारण एवम् सम्बन्धित समस्या समाधान -प्रत्येक वर्ष ह्रास दर फरक फरक भएका समस्याको समाधान	
7.	एकाइ परीक्षा	

4.5. क्रियाकलाप विस्तृतीकरण

घन्टी :1

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) विद्यार्थीहरू बीच आफ्नो गाउँको जनसङ्ख्या, आफ्नो विद्यालयको विगत वर्षको विद्यार्थी सङ्ख्या कति थियो ? हाल कति छ ? यसरी बढ्दै वा घट्दै गएमा अर्को वर्ष सो सङ्ख्या कति पुग्ला ? जस्ता प्रश्नहरू बीच छलफल गराउने । कुनै निश्चित सङ्ख्या भन्न कठिन भएमा कुनै उदाहरण लिई छलफल गराउनु उपयुक्त हुनेछ । यसरी सङ्ख्यापत्ता लगाउँदा जसरी चक्रीय व्याजमा साधारण व्याज प्रक्रियाले प्रत्येक वर्ष व्याज निकाल्दै मूलधनमा जोडेर पुन: व्याज निकाल्ने प्रक्रिया भए जस्तै यसमा पनि प्रतिशतको प्रक्रियाबाट प्रत्येक वर्षको सङ्ख्या निकाल्दै तोकिएको अवधिसम्मको जनसङ्ख्या निकाल्न सकिन्छ तर सो प्रक्रिया लामो र जटिल हुने भएकाले छोटो र सरल प्रक्रिया अवलम्बन गर्न यसमा पनि सूत्रबद्ध गरिएको छ भन्ने कुरा उदाहरण दिई स्पष्ट गरिदिने ।

(ख) चक्रीय व्याजको अवधारणासँग तुलना गर्दै जनसङ्ख्या वृद्धिको सूत्रलाई सूत्रबद्ध गर्नुपर्दछ । जस्तै :

यदि, P_o = सुरुको जनसङ्ख्या

R% = जनसङ्ख्या वृद्धि दर (प्रतिवर्ष)

P_T= T वर्षपछिको जनसङ्ख्या

चक्रीय मिश्रधनको सूत्रसँग तुलना गर्दा,

$$P_T = P_o\left(1+\frac{R}{100}\right)^T$$

बढेको जनसङ्ख्याP $= P_T - P_o$

$$= P_o\left[1+\frac{R}{100}\right]^T - P_o = P_o\left[\left(1+\frac{R}{100}\right)^T - 1\right]$$

यदि प्रत्येक वर्षको जनसङ्ख्या वृद्धि दर फरक फरक भएमा,

T वर्षपछिको जनसङ्ख्या $(P_T) = P_o\left(1+\frac{R_1}{100}\right)\left(1+\frac{R_2}{100}\right) \ldots \left(1+\frac{R_T}{100}\right)$

जहाँ, R_1, R_2,……….. R_T ले क्रमशः पहिलो, दोस्रो वर्ष ... गर्दै T औँ वर्षको जनसङ्ख्या वृद्धि दर जनाउँछ ।

(ग) जीता गाउँको हालको जनसङ्ख्या2500 छ । यो सङ्ख्या प्रत्येक वर्ष 2% का दरले वृद्धि भएको छ भने ठिक एक वर्षपछि सो गाउँको जनसङ्ख्या कति पुग्ला ?

यहाँ, सुरुको जनसङ्ख्या(P_O) = 2500

वृद्धि दर (R) = 2%

समय (T) = 1 वर्ष

1 वर्ष पछिको जनसङ्ख्या(P_1) = ?

प्रश्नअनुसार,

$P_1 = 2500 + 2500$ को 2%

$= 2500 + 2500 \times \frac{2}{100}$

$= 2500 + 50 = 2550$

यसकारण, 1 वर्षपछिको जनसङ्ख्या= 2550

यही समस्यालाई सूत्रबद्ध गरेर सजिलै निकाल्न सकिन्छ ।

जस्तो, एक वर्षपछिको जनसङ्ख्या$(P_1) = P_o\left(1+\frac{R}{100}\right)^T$

$= 2500\left(1+\frac{2}{100}\right)^1$

$= 2500\,(1+0.02) = 2500\,(1.02) = 2550$

यसरी, सूत्रलाई प्रमाणीकरण वा ठिक हो भन्न सरल उदाहरण दिएर छलफल गराउने प्रक्रिया अबलम्बन गर्नु पर्दछ ।

यदि जनसङ्ख्याका ठाउँमा कुनै वस्तुको मूल्य, बिरुवाको उचाइ आदि भएको खण्डमा के होला ? समूहमा छलफल गरी निष्कर्ष निकाल्नुहोस् ।

2. मूल्याङ्कन

(क) सुरुको जनसङ्ख्या P_o,T वर्षमा R% प्रतिवर्षका दरले वृद्धि हुन्छ । जनसङ्ख्या वृद्धि (P_o) र T वर्षपछिको जनसङ्ख्या(P_T) हुँदा

(i) P,T र P_Gको सम्बन्ध लेख्नुहोस् ।

(ii) P,T,R र P_T को सम्बन्ध लेख्नुहोस् ।

(ख) एउटा सहरको जनसङ्ख्या प्रतिवर्ष 5% का दरले वृद्धि हुन्छ । सहरको वर्तमान जनसङ्ख्या67200 छ भने दुई वर्षपछि त्यस सहरको जनसङ्ख्या कति होला ?

DRAFT

3. **परियोजना कार्य**

(ख) एउटा गाउँको अहिलेको जनसङ्ख्या 30,000 छ । यदि जनसङ्ख्या वृद्धि दर 10% प्रतिवर्ष छ भने 2 वर्षपछिको सो गाउँको जनसङ्ख्या निकाल्नुहोस् ।

(ख) आफ्नो गाउँपालिका वा वडा कार्यालयबाट वा अन्य किताब तथा स्मारिकाहरू प्रयोग गरी 2068 सालको जन गणनाबाट प्राप्त तथ्याङ्कका आधारमा आफ्नो वडा कार्यालयको जनसङ्ख्या र वृद्धिदर टिपोट गर्नुहोस् । त्यसका आधारमा यस वर्ष तपाईको गाउँको जनसङ्ख्या कति हुन्छ होला ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ग) पाठ्यपुस्तकको अभ्यास 4.1 का प्रश्न न. 1 का सबै समस्याहरु गर्नुहोस् ।

घन्टी : 2

1. **सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप**

(क) तोकिएको Tवर्षपछिको जनसङ्ख्या,वृद्धिदर र समयका आधारमा सुरु जनसङ्ख्या पत्ता लगाउन विद्यार्थीहरूमा सूत्रको सम्बन्धलाई पहिचान गराई विद्यार्थीहरू बीच समस्यामा छलफल गराउनुहोस् ।

जस्तै:कुनै एउटा सहरको अहिलेको जनसङ्ख्या1,05,840 छ । यदि प्रत्येक वर्ष जनसङ्ख्या 5% ले बढ्छ भने 2 वर्ष अगाडिको सो सहरको जनसङ्ख्या कति थियो होला ?पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान

यहाँ हालको जनसङ्ख्या$(P_T) = 105840$

समय $(T) = 2$ **वर्ष**

वृद्धिदर $(R) = 5\%$

2 **वर्ष अगाडिको जनसङ्ख्या**$(P_o) = ?$

we know that,

$$P_T = P_o\left(1+\frac{R}{100}\right)^T$$

$$\text{or, } 105840 = P_o\left(1+\frac{5}{100}\right)^2$$

$$\text{or, } 105840 = P_o\,(1+0.05)^2$$

$$\text{or, } 105840 = P_o\,(1.05)^2$$

$$\text{or, } \frac{105840}{1.1025} = P_o$$

$$\text{or, } 96000 = P_o$$

$\therefore$ 2 **वर्ष अगाडिको उक्त सहरको जनसङ्ख्या=96000 थियो ।**

2. **मूल्याङ्कन**

(क) एउटा गाउँको जनसङ्ख्या 17640 छ । यदि जनसङ्ख्या वृद्धिदर 5% भए उक्त गाउँको 2 वर्ष अगाडिको जनसङ्ख्यापत्ता लगाउनुहोस् ।

(ख) एउटा सहरको वार्षिक जनसङ्ख्या वृद्धिदर 5% छ र हालको जनसङ्ख्या 28.665 छ भने 2 वर्ष पहिलेको जनसङ्ख्या कति थियो ?पत्ता लगाउनुहोस् ।

DRAFT

3. **गृहकार्य**

पाठ्यपुस्तकको अभ्यास 4.1. को प्रश्न न. 2 र 3 हल गर्नुहोस् ।

घन्टी : 3

1. **सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप**

(क) तोकिएको अवस्था (सुरुको जनसङ्ख्या, T वर्षपछिको जनसङ्ख्या र समय) का आधारमा जनसङ्ख्या वृद्धि दर पत्ता लगाउन विद्यार्थीहरू बीच छलफल गराउनुहोस् ।

जस्तै : कुनै गाउँको जनसङ्ख्या एक वर्ष पहिले 10000 थियो । अहिलेको जनसङ्ख्या 10210 छ भने जनसङ्ख्या वृद्धिदर निकाल्नुहोस् ।

समाधान :

यहाँ सुरुको जनसङ्ख्या(P_o) = 10,000

समय (T) = 1 वर्ष

हालको जनसङ्ख्या(P_T) = 10210

वृद्धि दर (R) = ?

We know that,

$P_T = P_o\left(1+\frac{R}{100}\right)^T$

or, $10210 = 10000\left(1+\frac{R}{100}\right)^1$

or, $\frac{10120}{10000} = 1+\frac{R}{100}$

or, $1.0210 - 1 = \frac{R}{100}$

or, $0.0210 \times 100 = R$

or, $2.1\% = R$

$\therefore$ जनसङ्ख्या वृद्धिदर 2.1% प्रतिवर्ष रहेछ ।

(ख) यसरी नै तोकिएको अवस्थाका आधारमा समय निर्धारण गर्न विद्यार्थीहरू बीच छलफल गराउनुहोस् ।

2. **मूल्याङ्कन**

(क) कुनै सहरको जनसङ्ख्या2 वर्ष पहिले 40000 थियो तर अहिले बढेर 44100 पुगेको छ भने जनसङ्ख्या वृद्धिदर कति होला ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ख) कति वर्षमा 5% वार्षिक वृद्धि दरले एउटा सहरको जनसङ्ख्या 190000 बाट बढेर 209475 पुग्ला ?

3. **परियोजना कार्य**

DRAFT

(क) चार चार जनाको समूह निर्माण गरी प्रत्येक समूहले आफ्नो वडाका विभिन्न टोलहरूको भ्रमण गरी अहिलेको जनसङ्ख्या सङ्कलन गर्नुहोस् । गाउँपालिका वा वडा कार्यालयबाट वा अन्य किताब तथा स्मारिकाहरू प्रयोग गरी 2068 सालको जनगणनाबाट प्राप्त तथ्याङ्कको टिपोट गरी आफ्नो वडाको वार्षिक जनसङ्ख्या वृद्धिदर पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ख) पाठ्यपुस्तकको अभ्यास 4.1 को प्रश्न नं. 4 र 5 हल गर्नुहोस् ।

घन्टी : 4

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) जनसङ्ख्या वृद्धिजस्तै मिश्रह्रासलाई पनि उदाहरण प्रस्तुत गरी सूत्रबद्ध गर्नु उपयुक्त हुन्छ । यसमा खासगरी कुनै पनि मेसिनरी सामानहरू जस्तो मोटरसाइकल, मोटरहरू (बस, कार, जिप, स्कुटर) टाइपटाइटर, प्रेस मेसिन आदि जो प्रयोग गर्दा खिइने, पुरानो हुने, खिया लाग्ने प्रक्रियाले गर्दा त्यसको मूल्य कुनै खास निश्चित दरमा निश्चित अवधिसम्म घट्दै जान्छ । यही प्रक्रियालाई मिश्रह्रास (Compound Depreciation) भनिन्छ ।

मिश्रह्रासलाई सूत्रबद्ध गर्दा,

यदि, V_o= सुरुको मूल्य (Initial Value)

R%= ह्रास दर

T= समय अवधि (वर्षमा)

V_T = T समयपछिको मूल्य भएमा

$V_T = V_o\left(1-\frac{R}{100}\right)^T$ हुन्छ ।

ह्रास भएको मूल्य $V_D = V_T - V_o$

$= V_o\left(1-\frac{R}{100}\right)^T - V_o$

$= V_o\left[\left(1+\frac{R}{100}\right)^T - 1\right]$ हुन्छ ।

यदि ह्रास दर प्रत्येक वर्ष फरक फरक भएको अवस्थामा,

$V_T = V_o\left(1-\frac{R_1}{100}\right)\left(1-\frac{R_2}{100}\right)\left(1-\frac{R_3}{100}\right)\ldots\ldots\ldots\left(1-\frac{R_T}{100}\right)$ हुन्छ ।

जहाँ, $R_1, R_2 \ldots\ldots R_T$ ले पहिलो, दोस्रो .... T औ वर्षको ह्रास दर जनाउँछ । यसरी जनसङ्ख्या वृद्धिमा +(Ve) र मिश्रह्रासमा – को सूत्र प्रयोग गर्ने भनी विद्यार्थीहरूसँग छलफल गराउनुहोस् ।

उदाहरण, एउटा मेसिनको हालको मूल्य रु.250000 छ । प्रतिवर्ष 10% को दरले मूल्य ह्रास कट्टा हुन्छ भने 2 वर्षपछिको मूल्य पत्ता लगाउनुहोस् ।

यहाँ सुरुको मूल्य (V_o) = रु.250000

ह्रास दर (R) = 10%

समय (T) = 2 वर्ष

दुई वर्षपछिको मूल्य (V_T) = V_2 = ?

हामीलाई थाहा छ,

DRAFT

$V_T = V_o(1-\frac{R}{100})^T$

$= 250000\ (1-\frac{10}{100})^2$

$= 250000\ (1-0.1)^2$

$= 250000 \times (0.9)^2$

$= 250000 \times 0.81 =$ रु.202500

2. मूल्याङ्कन

(क) यदि V_o = सुरुको मूल्य, R% = ह्रास दर, T = समय, V_T = T समयपछिको मूल्य भएमा

(i) V_o, R, T र V_Tको सम्बन्ध लेख्नुहोस् ।

(ii) दुई वर्षसम्मको ह्रास दर R% फरक फरक छ भने यस अवस्थामा मिश्रह्रासको सूत्रलाई सूत्रबद्ध गर्नुहोस् ।

(ख) रु.12,000 मूल्य पर्ने एउटा साइकलमा वार्षिक 10% ले मूल्य ह्रासहुन्छ भने दुई वर्ष पछिको मूल्य पत्ता लगाउनुहोस् ।

3. गृहकार्य

(क) एउटा समानको मूल्य प्रत्येक वर्ष 10% ह्रास कट्टा हुँदै जान्छ भने रु.45000 पर्ने सामानको मूल्य 3 वर्षपछि कति होला ?

(ख) एउटा मेसिनको मूल्य रु.650000 छ । प्रतिवर्ष 10% का दरले मूल्य ह्रास कट्टा हुन्छ भने दुई वर्षपछिको मूल्य निकाल्नुहोस् ।

(ग) अभ्यास4.2. को प्रश्न नं. 1 को सबै प्रश्नहरु हल गर्नुहोस् ।

घन्टी : 5

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) तोकिएको अवस्था (सुरु मूल्य, T वर्षपछिको मूल्य, समय) का आधारमा ह्रास दर पत्ता लगाउन विद्यार्थीहरू बीच छलफल गराउनुहोस् ।

जस्तै : एउटा सामानको मूल्य दुई वर्षमा रु.18000 बाट घटेर रु.14580 कायम भएछ भने ह्रास दर पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान

यहाँ, सामानको खरिद मूल्य (सूरु मूल्य) (V_o) = रु.18000

सामानको 2 वर्षपछिको मूल्य (V_T) = V_2 = रु.14580

समय (T) = 2 वर्ष

मिश्रह्रास दर (R) = ?

We know that,

$$V_T = V_o\left(1-\frac{R}{100}\right)^T$$

or, 14580 = 18000

DRAFT

or, $\frac{14580}{18000} = \left(1-\frac{R}{100}\right)^2$

or, $0.81 = \left(1-\frac{R}{100}\right)^2$

or, $(0.9)^2 = \left(1-\frac{R}{100}\right)^2$

वर्ग हटाउँदा,

$\pm 0.9 = 1-\frac{R}{100}$

ऋणात्मक हुन सक्दैन, किन ?

धनात्मक चिह्न लिँदा,

$0.9 = 1-\frac{R}{100}$

or, $0.9 - 1 = -\frac{R}{100}$

or, $-0.1 = -\frac{R}{100}$

or, $R = 100 \times 0.1 = 10\%$

(ख) यसरी नै तोकिएको अवस्था सुरु मूल्य, T वर्षपछिका मूल्य, ह्रासदरका आधारमा समय पत्ता लगाउन विद्यार्थीहरू बीच छलफल गराउनुहोस् ।

2. मूल्याङ्कन

(क) एक जना मानिसले रु.44100 तिरेर किनेको एउटा कम्प्युटर 2 वर्षको प्रयोगपछि रु.40000 मा बिक्री गऱ्यो भने उक्त कम्प्युटरको मिश्रह्रास दर पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ख) रु.50000 तिरेर किनेको एउटा कम्प्युटरको मूल्य वार्षिक 10% का दरले ह्रास भयो भने कहिले सो कम्प्युटरको मूल्य रु.40500 पुग्ला ?

3. गृहकार्य

(क) एक जना मानिसले रु.96100 तिरेर किनेको एउटा मोटरसाइकल 2 वर्षको प्रयोग पछि रु.90000 मा बिक्री गऱ्यो भने उक्त मोटरसाइकको मिश्रह्रास दर पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ख) पहिले रु.204800 तिरेर बनाइएको एउटा घरको मूल्य वार्षिक 12.5% का दरले ह्रास हुन्छ भने कहिले सो घरको मूल्य रु.156800 होला ?

(ग) पाठ्यपुस्तकको अभ्यास 4.2 को प्रश्न नं. 2 (a–d) ल्याउन लगाउनुहोस् ।

घन्टी: 6

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) तोकिएको अवस्था (T वर्षपछिको मूल्य, समय र ह्रास दर) को आधारमा सूरु मूल्य पत्ता लगाउन विद्यार्थीहरूबीच छलफल गराउनुहोस् ।

जस्तै : प्रतिवर्ष 10% का दरले मूल्य ह्रास हुँदा एउटा मोटरसायकलको मूल्य 3 वर्षपछि रु.92583 हुन्छ भने सो मोटरसाइकलको सुरुको मूल्य पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान

यहाँ, 3 वर्षपछिको मूल्य $(V_T) = V_3$ =रु.92583

समय (T) = 3 वर्ष

ह्रास दर (R) = 10%

सुरु मूल्य $(V_o) = ?$

हामीलाई थाहा छ,

$$V_T = V_o\left(1-\frac{R}{100}\right)^T$$

$$\text{or, } 92583 = V_o\left(1-\frac{10}{100}\right)^3$$

$$\text{or, } 92583 = V_o\,(1-0.1)^3$$

$$\text{or, } 92583 = V_o\,(0.9)^3$$

$$\text{or, } 92583 = V_o\times 0.729$$

$$\text{or, } \frac{92583}{0.729} = V_o$$

or, रु.127000 = V_o

∴ सुरुको मूल्य (V_o) = रु.127000

(ख) त्यसरी नै प्रत्येक वर्ष ह्रास दर फरक फरक भएका समस्याहरूका बारेमा विद्यार्थीहरू बीच छलफल गराई समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।

2. मूल्याङ्कन

(क) प्रतिवर्ष 10% का दरले मूल्य ह्रास हुँदा एउटा मोटरसाइकलको मूल्य 3 वर्षपछि रु.87480 हुन्छ भने सो मोटरसाइकलको सुरुको मूल्य पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ख) एउटा मेसिनको हालको मूल्य रु.5,00000 छ ।उक्त मेसिनको मूल्य पहिलो वर्ष 15% र त्यसपछिका वर्षहरूमा क्रमशः10% र 5% ले ह्रास हुँदै जान्छ भने 3 वर्षपछि उक्त मेसिनको मूल्य कति होला ?

3. परियोजना कार्य

(क) कुनै रोगको भाइरसको सङ्ख्या औषधी प्रयोगपछि 5% प्रतिघण्टाका दरले कम भइरहेको छ यदि 11:00 am मा यसको सङ्ख्या2.3×10^7भएमा सोही दिनको 1:00 PM मा भाइरसको सङ्ख्या कति बाँकी रहला ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ख) चार चार जनाको समूह निर्माण गरी प्रत्येक समूहलाई फरक फरक कम्पनी ग्यारेज वा पसल वा अन्य सङ्ख्याहरूमा जानुहोस् । उक्त निकायमा प्रयोग गरेका अथवा भएका विद्युतीय सामग्री, मेसिन वा सवारी साधनको खरिदको समयको मूल्य सोध्नुहोस् ।उक्त सामग्रीलाई अहिलेको अवस्थामा बेच्नुपर्दा पर्ने मूल्य पनि सोध्नुहोस् ।उक्त सामग्री खरिदपश्चात के कति आम्दानी भयो त्यो पनि टिपोट गर्नुहोस् । माथिका तथ्याङ्कहरू प्रयोग गरी उक्त सामग्रीको मूल्य कति प्रतिशतले वार्षिक रूपमा घटेको रहेछ पत्ता लगाउनुहोस् । साथै उक्त मेसिन, गाडी बिक्री गर्दा उनलाई कति प्रतिशत नाफा वा नोक्सान हुन्छ ? प्रतिवेदन तयार गरी कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

DRAFT

(ग) अभ्यास 4.2. को प्रश्न नं. 3 को (a–c) हल गर्नुहोस् ।

घन्टी : 7

एकाइ परीक्षा

1. एउटा कारको हालको मूल्य रु.8,00000 पर्दछ । यति यसको मूल्य प्रतिवर्ष 10% ले घट्दै जान्छ भने 3 वर्षपछि यसको मूल्य कति पर्ला ? पत्ता लगाउनुहोस् ।
2. एक जना मानिसले रु.96100 तिरेर किनेको एउटा मोटरसाइकल 2 वर्षको प्रयोगपछि रु.90000 मा बिक्री गऱ्यो भने उक्त मोटरसाइकलको मिश्रह्रास दर पत्ता लगाउनुहोस् ।
3. एउटा घरको हालको मूल्य रु.2048000 छ, यदि वार्षिक 15% का दरले मिश्र ह्रास हुने भए कति वर्षपछि उक्त घरको मूल्य रु.1257728 होला ?पत्ता लगाउनुहोस् ।
4. एउटा मेसिनको हालको मूल्य रु.500000 छ ।उक्त मेसिनको मूल्य पहिलो वर्ष 15% र त्यसपछिका वर्षहरूमा क्रमश:10% र 15% ले ह्रास हुँदै जान्छ भने 3 वर्षपछि उक्त मेसिनको मूल्य कति होला ?

DRAFT

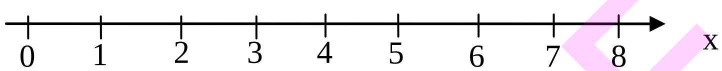
एकाइ : 5 समतलीय सतह (Plane Surface)

अनुमानित घन्टी : 7

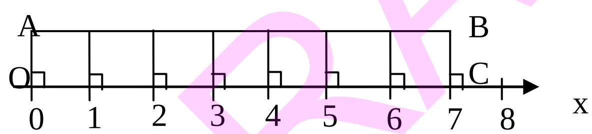
5.1 परिचय

विभिन्न आकारका ठोस वस्तुको आकृतिको परिमिति, क्षेत्रफल तथा आयतन निकाल्न आवश्यक नाप सम्बन्धी अध्ययन क्षेत्रमितिमा पर्दछ । माध्यमिक तहको गणित विषयको कक्षा 10 को क्षेत्र मिति अन्तर्गत नियमित ठोस वस्तुहरूमा प्रिज्म, पिरामिड, बेलना, गोला, अर्धगोला र सोलीको सतहको क्षेत्रफल तथा आयतन सम्बन्धी समस्याको अध्ययन अध्यापन गरिन्छ । यहाँ यस एकाइमा समतलीय सतहको परिमिति र क्षेत्रफल सम्बन्धी समस्याहरू अध्ययन गरिने छ । विशेषगरी यहाँ समकोण त्रिभुज, समबाहु त्रिभुज समद्विबाहु त्रिभुज, र विषमबाहु त्रिभुजका परिमिति र क्षेत्रफल निकाल्ने सुत्रहरूको खोजी तथा प्रमाणित गर्ने कार्यदेखि त्यससँग सम्बन्धीस मस्याहरूको बारे मात्र अध्ययन - अध्यापन गरिनेछ । समतलीय सतहको परिमिति र क्षेत्रफलको अवधारणा स्पष्ट गर्न ग्राफ पेपर, ग्राफबोर्ड, जियोबोर्डबाट सङ्ख्या रेखा आदिको प्रयोग गरी अध्यापन गर्दा उपर्युक्त र अर्थपूर्ण सिकाइ हुन्छ ।

जस्तै : दिइएको सङ्ख्या रेखामा 0 देखि 7 सम्मका प्रत्येक एकाइमा वर्गहरूको रचना गर्दा 7 ओटा वर्गहरू हुने छन् ।



यहाँ आयत ABCO को क्षेत्रफल 7 वर्ग एकाइ हुन्छ भने परिमिति 16 एकाइ हुन्छ ।



त्यस्तै गरी ग्राफपेपर/ग्राफबोर्ड/जियोबोर्डमा आयात वा वर्ग निर्माणगरी कोठाको गिन्तीबाट क्षेत्रफल चारै तिरको एकाइहरूको गणनाबाटपरिमिति थाहा हुन्छ ।

DRAFT

5.2. सक्षमता

समकोण त्रिभुज, समबाहु त्रिभुज, समद्विबाहु त्रिभुज, विषमबाहु त्रिभुजको क्षेत्रफल सम्बन्धी समस्या समाधान

5.3. सिकाइ उपलब्धि

विभिन्न आकारका समतलीय सतहहरू जस्तै समकोण त्रिभुज, समबाहु त्रिभुज, समद्विबाहु त्रिभुज, विषमबाहु त्रिभुजको क्षेत्रफल सम्बन्ध समस्याहरू समाधान गर्न

5.4. विषयवस्तुको विभाजन

घन्टी	विषयवस्तु	सिकाइ सामग्री
1.	पुनरावलोकन र त्रिभुजको क्षेत्रफल	ग्राफपेपर, ग्राफबोर्ड, जियोबोर्ड कैँची, स्केल, पेन्सील, इरेजर,
2.	समबाहु र समद्विबाहु त्रिभुजको क्षेत्रफल	

3.	विषमबाहु त्रिभुजको क्षेत्रफल	त्रिभुजहरूको मोडेल, सूत्रहरूको चार्ट, सिन्काहरू, कार्डबोर्ड पेपर, प्रश्नपत्र आदि
4.	त्रिभुज र चतुभुर्जको क्षेत्रफल (अभ्यास 5.1 को प्रश्न 1 र 2)	
5.	चङ्गा तथा त्रिभुजको क्षेत्रफल (अभ्यास 5.1 को प्रश्न 3,4,5	
6.	त्रिभुजको क्षेत्रफल (अभ्यास 1.5 को प्रश्न. 6 देखि)	
7.	एकाइ परीक्षा	

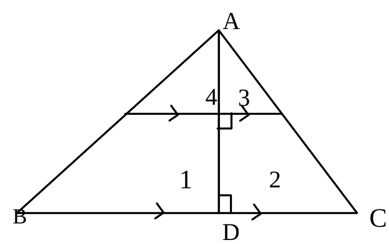
घन्टी: 1

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) विद्यार्थीहरूलाई पाठ्य पुस्तकको 5.0 का तिन ओटा चित्र अध्ययन गर्न लगाई परिमिति, क्षेत्रफल निकाल्न लगाई परिमिति र क्षेत्रफलको परिभाषा भन्न/ लेख्न लगाउनुहोस्

(अ) समतल सतहको वरिपरिको घेराको लम्वाइ लाई परिमिति भनिन्छ ।

(आ) समतल सतहको फैलावटलाई क्षेत्रफल भनिन्छ । यसको एकाइ वर्ग एकाइ हुन्छ ।



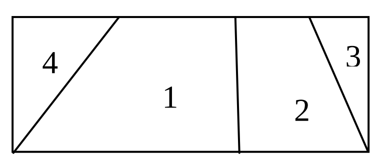
(ख) लम्बाइ 1 एकाइ भएको वर्गाकार समतल ज्यामितीय आकृतिको क्षेत्रफल कति वर्ग एकाइ हुन्छ भनी विद्यार्थीहरूलाई प्रश्न सोध्नुहोस् ।

(ग) लम्बाइ 1 मि. भएको वर्गाकार समतल ज्यामिति आकृतिले ओगटेको क्षेत्रफल कति हुन्छ भनी विद्यार्थीहरूलाई प्रश्न सोध्नुहोस् । (1 वर्ग मि)

(घ) त्रिभुजको क्षेत्रफल = आधार $\times$ उचाईको गुणनफल हुन्छ भनी देखाउन विद्यार्थीहरूलाई जोर पूर्णसङ्ख्या आधार र उचाइ भएको त्रिभुजको आकृति चित्र ग्राफ प्रेपरमा बनाउन लगाउनुहोस् ।

(ङ) त्रिभुजको उचाइको मध्येबिन्दुबाट आधार भुजासँग समानन्तर हुने गरी मध्य रेखा खिच्न लगाउनुहोस् ।

(च) चित्रमा देखाएका चारओटा भागहरूलाई छुट्टाछुट्टै भागमा काट्न लगाइ ती टुक्राहरूबाट एउटा आयत बनाउन विद्यार्थीहरूलाई निर्देशन दिनुहोस् ।



(छ) आयतको लम्बाइ त्रिभुजको आधार (b) र आयतको चौडाइ त्रिभुजको उचाइको आधा भएको कुरा विद्यार्थीहरूलाई स्पष्ट पार्न प्रश्न उत्तर विधि अप्नाउनुहोस् ।

(ज) यहाँ त्रिभुजको क्षेत्रफल र आयतको क्षेत्रफल बराबर हुने कुरा प्रश्नउत्तरविधिद्वारा स्पष्ट रूपमा बताउनुहोस् ।

(झ) तसर्थ त्रिभुज ABC को क्षेत्रफल = आयतको क्षेत्रफल

= आयतको लम्बाइ $\times$ आयतको चौडाइ

DRAFT

= त्रिभुजको आधार $\times$ त्रिभुजको उचाइ/2

$$\Delta = \frac{1}{2} \times \text{आधार} \times \text{उचाइ}$$

(ञ) समकोण त्रिभुजको क्षेत्रफल निकाल्न के माथिको सुत्र प्रयोग गर्न सकिन्छ ? सकिन्छ भने कसरी माथिका क्रियाकलापका आधारमा एउटा प्रश्न निमार्ण गरी हल गर्न विद्यार्थीहरूलाई निर्देशन दिनुहोस् ।

(ट) समकोण त्रिभुजको मोडेलबाट पनि हुन्छ भनी प्रमाणित गर्न समूह कार्य दिनुहोस् ।

निम्न प्रश्नहरू समूहमा हल गर्न लगाई आवश्यकतानुसार सहजीकरण गर्नुहोस् । तल दिइएका नापको आधारमा त्रिभुजको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् ।

(अ) आधार भुजा (b) = 8से.मि. र उचाइ (h) = 6 से.मि.

समाधान

उचाइ (h)= 6 से.मि. र आधार भुजा (b)=8 से.मि.

त्रिभुजको क्षेत्रफल= ?

सुत्रअनुसार,

त्रिभुजको क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} \times$आधार भुजा$\times$उचाइ = $\frac{1}{2} \times 8$ से.मि.$\times 6$ से.मि

=4×6 वर्ग से.मि = 24 वर्ग से.मि

(आ) कर्ण भुजा (h) = 10 से.मि. र आधार भुजा (b) = 8 से.मि.

समाधान:

यहाँ, त्रिभुजको आधार भुजा (b)= 8 से.मि.त्रिभुजको कर्ण भुजार (h)=10 से.मि.

लम्ब (P)= ?

त्रिभुजको क्षेत्रफल = ?

सूत्रअनुसार,

लम्ब (P)= $\sqrt{(\text{कर्ण})^2 - (\text{आधार})^2}$

= $\sqrt{(10 \text{ से.मि.})^2 - (8 \text{ से.मि.})^2}$

= $\sqrt{100 \text{ वर्ग से.मि.} - 64 \text{ वर्ग से.मि.}}$

= $\sqrt{36 \text{ वर्ग से.मि.}}$

= 6 से.मि.

$\therefore$ दिइएको नापको त्रिभुजको क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} \times b \times p$

$= \frac{1}{2} \times 8 \times 6$

$= 4 \times 6$ वर्ग से.मि

= 24 वर्ग से.मि

DRAFT

2. **मूल्याङ्कन (Evaluation/Reflection)**

(क) क्षेत्रफल भनेको के हो ? यसको एकाइ के हुन्छ, बताउनुहोस् ।

(ख) परिमिति भनेको के हो ? यसको एकाइ के हुन्छ, बताउनुहोस् ।

(ग) लम्बाइ 5 से.मि. र चौडाइ 1 से.मि. भएको एउटा क्षेत्रफल र परिमिति कति हुन्छ पत्ता लगाउनुहोस् ।

(घ) विषयको पाठ्यपुस्तकको कक्षा10 को गणित बाहिरी पानाको परिमिति र क्षेत्रफल कति छ ? पत्तालगाउनुहोस् ।

3. **परियोजना कार्य (Project work)**

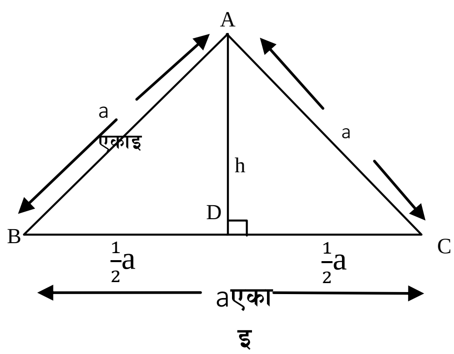
(क) त्रिभुजको क्षेत्रफल निकाल्ने सूत्र खोजी गर्न आवश्यक मोडेल तयार गर्नुहोस् ।

(ख) A^4 साइजको पेपरबाट त्रिभुजको क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}$ आधार र उचाइएकाइ हुन्छ भनी प्रमाणित गर्न आवश्यक क्रियाकलाप तयार गर्नुहोस् ।

(ग) विद्यार्थीहरूको आआफ्नो घर वा घर वरिपरि पाइने त्रिभुजाकार वस्तुहरूको सतहको परिमिति र क्षेत्रफल निकाल्न लगाउनुहोस् ।

घन्टी 2

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप



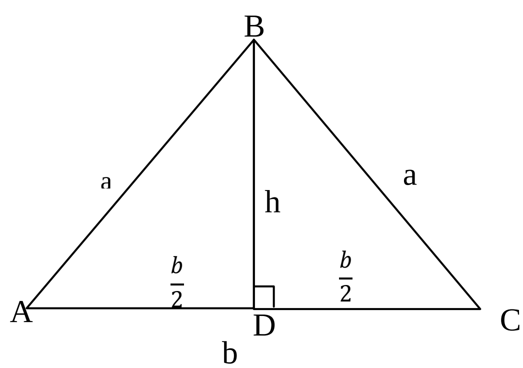
(क) छलफलबाट विद्यार्थीहरूमा समबाहु त्रिभुजको धारणा स्मरण गराउनुहोस् ।

(ख) जोर पूर्ण सङ्ख्याबाट ग्राफपेपरमा प्रत्येक विद्यार्थीलाई समबाहु त्रिभुजको रचना गर्न लगाउनुहोस् ।

(ग) आधार भुजा BC को मध्ये बिन्दु D बाट शीर्षबिन्दु A सम्म रेखा खिच्दा बन्ने रेखा (सजिलोकालागि a=b=c=8 से.मि.) उक्त आधार भुजा BC को लम्बार्धक हुने कुरा विद्यार्थीहरूलाई स्मरण गराउनुहोस् ।

(घ) पाइथागोरस साध्यका आधारमा उक्त समबाहु त्रिभुजको उचाइ (h) बराबर $\frac{\sqrt{3}}{2}$ एकाइ हुनेबारे छलफल र प्रश्नउत्तर विधिद्वारा स्पष्ट बताउनुहोस् । अर्थात h $=\frac{\sqrt{3}}{2}$ aएकाइ हुन्छ ।

(ङ) त्रिभुजको क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}$ आधार× उचाइ वर्ग एकाइ हुने अघिल्लो पाठको स्मरण गराउँदै त्रिभुजको ABC को क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} \times a \times \frac{\sqrt{3}}{2}a$ वर्ग एकाइ $\triangle ABC = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$ वर्ग एकाइ हुने कुरा अन्तरक्रियात्मक क्रियाकलापबाट विद्यार्थीहरूलाई सहजीकरण गराउनुहोस् । अत: समबाहु $\triangle ABC$



DRAFT

को क्षेत्रफल = $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ हुन्छ, जहाँ a=समबाहु त्रिभुजको भुजाको नाप हो भनी विद्यार्थीहरूलाई बताउनुहोस् ।

(च) यसैगरी समद्विबाहु त्रिभुज ABC को रचना गर्न लगाउनुहोस्, जहाँ बराबर भुजा AB = BC=a नाप एकाइ जनाउनुहोस् ।

(छ) पाइथागोरस साध्य अनुसार उचाइ AD, $(h)^2 = \sqrt{a^2-\left(\frac{1}{2}b\right)^2}$ हुने कुरा विद्यार्थीहरूलाई अवगत गराउनुहोस् । जहाँ BD ले आधार भुजा AC लाई आधा गर्छ तथा DC=DA = $\frac{1}{2}$AC अर्थात DC=AD= $\frac{1}{2}$b हुन्छ ।

(ज) पुनः त्रिभुजको क्षेत्रफल $=\frac{1}{2}\times$ आधार×उचाइ हुने अघिलो कक्षाको तथ्य स्मरण गराउँदै समद्विबाहु त्रिभुज BAC को क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times b \times \frac{1}{2}\sqrt{4a^2-b^2}$

$$=\frac{b\sqrt{4a^2-b^2}}{4}$$ हुन्छ ।

2. मूल्याङ्कन

(क) समबाहु त्रिभुजको क्षेत्रफल निकाल्ने सूत्र के हो, बताउनुहोस्

(ख) समबाहु त्रिभुजको एउटा भुजाको नाप 6 से.मि. भएको त्रिभुजको क्षेत्रफल कति हुन्छ ? निकाल्नुहोस् ।

3. गृहकार्य **(Homework)**

(क) एउटा भुजाको लम्बाइ 8से.मि. भएको समबाहु त्रिभुजको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् । ($16\sqrt{3}$वर्ग से.मि.)

(ख) भुजाको लम्बाइ 10 से.मि.भएको समबाहु त्रिभुजको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् । ($25\sqrt{3}$ वर्ग से.मि.)

(ग) आधार भुजाको नाप 8 से.मि. र बराबर भुजाको नाप 6 से.मि. भएको एउटा समद्विबाहु त्रिभुजको क्षेत्रफल कति हुन्छ, पत्ता लगाउनुहोस् । ($8\sqrt{5}$ वर्ग से.मि.)

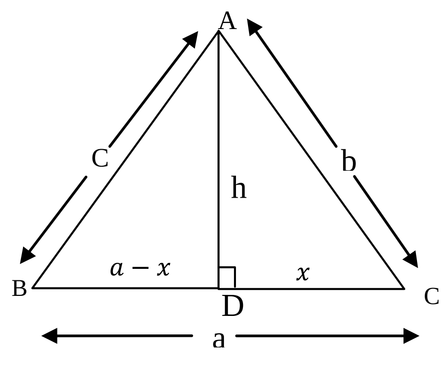
(घ) बराबर भुजाको नाप 4 से.मि तथा आधार भुजा 3 से.मि. भएको समद्विबाहु त्रिभुजको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् । (5.56वर्ग से.मि.)

घन्टी: 3

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) छलफलबाट त्रिभुज ABC को परिमिति (2s)=(a+b+c) हुने कुराको स्मरण गराउनुहोस् ।

(ख) यहाँ △ABCको अर्धपरिमिति कति होला ? भनी विद्यार्थीहरूसँग प्रश्न गर्दै $s=\frac{a+b+c}{2}$ हुन्छ भनी बताउनुहोस् ।



DRAFT

(ग) $\triangle ABC$मा $AD \perp BC$ भएकाले $DC = x$ मान्दा पाइथागोरस साध्यअनुसार उक्त त्रिभुजको उचाइ (h) पत्ता लगाउन विद्यार्थीहरूलाई उत्प्रेरित गर्नुहोस् ।

अत: $h^2 = b^2 - x^2$...................(i.)$\triangle ABC$बाट

(घ) पाइथागोरस साध्यकै आधारमा समकोण त्रिभुज ADB बाट h को मान पत्ता लगाउनुहोस् । अत: $h^2 = c^2 - (a - x)^2$........................... (ii)

(ङ) समीकरण (i) र (ii) बाट बराबरी तथ्यका आधारमा $x = \frac{a^2+b^2-c^2}{2}$ हुने जानकारी छलफलबाट बताउनुहोस् ।

(च) x को मान समीकरण (i) मा प्रतिस्थापन गर्दा h को मान कति हुन्छ ? सरल गरी पत्ता लगाउन लगाउनुहोस् । स्मरण गराउनुहोस कि 2s=a+b+c

अत: $h = \frac{1}{2a}\sqrt{(a+b+c)(a+b-c)(b+c-a)(c+a-b)}$

(छ) छलफलबाट a+b-c = a+b+c-2c= 2s-2c =2(s-c)

b+c-a = a+b+c-2a= 2s-2a = 2(s-a)

c+a-b = a+b+c-2s= 2s-2b = 2(s-b)

अत: $h = \frac{2}{a}\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

(ज) त्रिभुज ABC को क्षेत्रफल पत्ता लगाउने सूत्र स्मरण गराउँदै

$\triangle ABC \quad = \frac{1}{2}\times$आधार $\times$ उचाइ

$= \frac{1}{2} \times BC \times AD$

$= \frac{1}{2} \times a \times h$

$= \frac{1}{2} \times a \times \frac{2}{a}\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

अत: विषमबाहु त्रिभुज ABC को क्षेत्रफल $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ हुन्छ ।

निम्न प्रश्नहरू समूहमा हल गर्न लगाई आवश्यकताअनुसार सहजीकरण गर्नुहोस् ।

(अ) भुजाहरूको नाप 3,4 र 5 एकाइ भएका त्रिभुजको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् ।

(आ) भुजाहरूको नाप 78 र 10 एकाइ भएमा त्रिभुजको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् ।

समाधान:

अ) यहाँ, भुजाहरूको नाप, a=3 एकाइ

b=4 एकाइ

c=5 एकाइ मान्दा

उक्त त्रिभुजको अर्धपरिमिति (s) $=\frac{a+b+c}{2}$

DRAFT

$=\frac{3+4+5}{2}$

= 6एकाइ हुन्छ ।

$\therefore$ s-a = 6-3 = 3

s-b = 6-4 = 2

s-c = 6-5 = 1

सूत्रअनुसार,

दिइएका नाप अनुसारको त्रिभुजको क्षेत्रफल $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{6 \times 3 \times 2 \times 1}$

$= \sqrt{36}$

$= 6$

अत: आवश्यक त्रिभुजको क्षेत्रफल= 6 वर्ग एकाइ हुन्छ के उक्त नापका त्रिभुजको क्षेत्रफल अर्को सूत्रको प्रयोगद्वारा निकाल्न सकिन्छ ? विद्यार्थीहरू बीच छलफलगराउनुहोस् ।

आ) यो प्रश्नको उत्तर विद्यार्थीहरुलाई खोज लगाउने ।

2. मूल्याङ्कन

(क) एउटा त्रिभुजका भुजाहरूको नाप क्रमशः 15, 14 र 13 एकाइ भए उक्त त्रिभुजको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् । (84 वर्ग एकाइ)

(ख) कुनै त्रिभुजका भुजाहरूको नाप क्रमशः 10 से.मि. 24 से.मि. र 26 से.मि. भए उक्त त्रिभुजको क्षेत्रफल पत्तालगाउनुहोस् । (120 वर्ग से.मि.)

3. गृह कार्य (Homework)

तिन ओटा त्रिभुजका क्रमैसँग आउने नापहरू खोज्नुहोस् जसबाट त्रिभुजको क्षेत्रफल पूर्ण सङ्ख्यामा आउँछ । (जस्तै 3,4,5)

DRAFT

घन्टी: 4

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) आवश्यकताअनुसार समूह विभाजन गरी पाठ्यपुस्तकका उदाहरण 1,2,3 का प्रश्नहरूछलफलबाट समाधान गर्न लगाउनुहोस् । प्रश्नोत्तर गर्दै निम्न प्रश्नहरु समूहमा हल गर्न लगाउनुहोस् ।

i. त्रिभुजका भुजाहरुका नापहरू 7.5 से.मि., 4.5 से.मि. र 4 से.मि. भए उक्त त्रिभुजको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् ।

समाधान

यहाँ, त्रिभुजको अर्धपरिमिति (s)$=\frac{7.5+4.5+4}{2}$ से.मि.

$=\frac{16}{2}$ से.मि.

$= 8$ से.मि.

$\therefore$ s-a = (8-7.5) से.मि. = 0.5 से.मि.

s-b = (8-4.5) से.मि. = 3.5 से.मि.

s-c = (8-4) से.मि. = 4 से.मि.

आवश्यक त्रिभुजको क्षेत्रफल $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{8(0.5)(3.5)(4)}$

$= \sqrt{56}$

= 7.48

अत: दिइएको त्रिभुजको क्षेत्रफल = 7.48 वर्ग से.मि.

ii. एउटा समकोण त्रिभुजका कर्ण भुजाको नाप 9.5 से.मि. र आधार भुजाको नाप 8 से.मि. भए उक्त त्रिभुजको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् ।

समाधान

यहाँ, कर्ण भुजा (c) = 9.5 से.मि.

आधार भुजा (b) = 8 से.मि.

बाँकी भुजा (a)= ?

समकोण त्रिभुजको क्षेत्रफल = ?

पाइथागोरस साध्यअनुसार,

$a = \sqrt{c^2 - b^2}$

$= \sqrt{(9.5)^2 - (8)^2}$

$= \sqrt{90.25 - 64}$

$= \sqrt{26.25}$

$\therefore$ a = 5.12 से.मि.

समकोण त्रिभुजको क्षेत्रफल निकाल्ने प्रक्रियाबारे विद्यार्थीहरू बीच छलफल गराउने र छलफलको निष्कर्षका आधारमासमकोण त्रिभुजको क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times$ आधार भुजा $\times$ लम्ब भुजा

$= \frac{1}{2} \times 8$ से.मि.$\times 5.12$ से.मि.

$= (4 \times 5.12)$ वर्ग से.मि.

= 20.48 वर्ग से.मि.

iii. **अभ्यास 5.1 प्र.न. 2(c)**

समाधान

यहाँ AD = 5 से.मि., AC = 5.3 से.मि. र DC = ?

AB = 3.2 से.मि., BC = 6 से.मि. र $\triangle$ABC को क्षे.= ?

समकोण $\triangle$ADC मा, $DC = \sqrt{AC^2 - AD^2}$

$= \sqrt{(5.3)^2 - (5)^2}$

$= \sqrt{28.09 - 25}$

$= \sqrt{3.09}$

अत: DC = 1.76 से.मि.

समकोण $\triangle$ADC को क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times$ आधार $\times$ लम्ब

$= \left(\frac{1}{2} \times 5 \times 1.76\right)$ वर्ग से.मि.

$= 4.4$ वर्ग से.मि.

त्रिभुज ABC मा, परिमिति (2s) = (5.3+3.2+6) से.मि.

अर्धपरिमिति (s) $= \frac{14.5}{2}$ से.मि.

= 7.25 वर्ग से.मि.

. . .s-a = (7.25-6) से.मि.= 1.25 से.मि.

. . .s-b = (7.25- 5.3) से.मि. = 1.95 से.मि.

. . .s-c = (7.25-3.2) से.मि.= 4.05 से.मि.

त्रिभुज ABC को क्षेत्रफल $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{(7.25)(1.25)(1.95)(4.05)}$ वर्ग से.मि.

$= \sqrt{71.57}$ वर्ग से.मि.

$= 8.46$ वर्ग से.मि.

अत: दिइएको चर्तुभुजको क्षेत्रफल $= (8.46 + 4.4)$ वर्ग से.मि.= 12.86 वर्ग से.मि.

2. मूल्याङ्कन

अभ्यास 5.1 को प्र.न.1(e) हल गर्नुहोस् ।

3. गृहकार्य **(Homework)**

अभ्यास 5.1 को प्र.नं. 1 र 2 तथा उदाहरण 1,2,3 हल गर्न लगाउनुहोस् ।

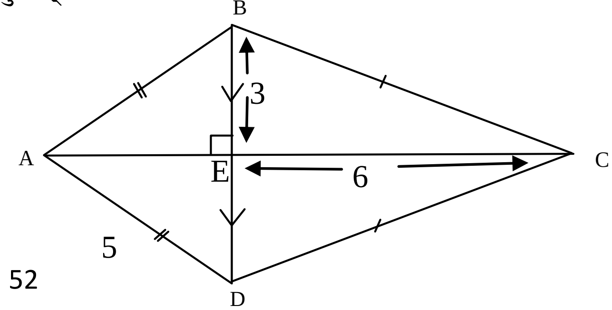
DRAFT

घन्टी: 5

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) विद्यार्थीहरूलाई किताबका उदाहरण 4,5,6 का बारे छलफल गराउँदै समाधान गर्न उत्प्रेरित गराउनुहोस् र चङ्गाको क्षेत्रफल निकाल्न प्रयोग गरिने सूत्रका बारे पनि कक्षामा छलफल गराउनुहोस् । निम्न प्रश्नहरु प्रश्नोत्तर समूहमा हल गर्न लगाउनुहोस् ।

i. दिइएको चङ्गाको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् :



समाधान

यहाँ, चङ्गाको विकर्ण AC=?

र BD = 6 से.मि.

समकोण $\triangle AEB$ बाट $AE = \sqrt{5^2 - 3^2}$ से.मि.

$= \sqrt{16}$ से.मि.

$= 4$से.मि.

$\therefore$ विकर्ण $(AC) = AE + EC = (4+6)$से.मि$= 10$से.मि.

$\therefore$ चङ्गाको क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times AC \times BD$

$= \frac{1}{2} \times 10$ से.मि.$\times 6$ से.मि.$= 30$वर्ग से.मि.

ii. समद्विबाहु त्रिभुजका आधार भुजाको नाप 16 से.मि. र क्षेत्रफल $32\sqrt{5}$ वर्ग से.मि. छ भने बाँकी भुजाहरूको नाप निकाल्नुहोस् ।

समाधान :

यहाँ, आधार भुजा $(b) = 16$ से.मि.

समद्विबाहु त्रिभुजको क्षेत्रफल $= 32\sqrt{5}$ वर्ग से.मि.

बाँकी भुजाहरूको नाप = १ एकाइ मान्दा

समद्विबाहु त्रिभुजको क्षेत्रफल $= \frac{1}{4} b\sqrt{4a^2 - b^2}$

$32\sqrt{5} = \frac{1}{4} \times 16\sqrt{4a^2 - (16)^2}$

अथवा, $32\sqrt{5} = 4 \times 2\sqrt{a^2 - 64}$ (. . . 2बाहिर निकाल्दा)

अथवा, $4\sqrt{5} = \sqrt{a^2 - 64}$

दुवै तर्फ वर्ग गर्दा,

$16 \times 5 = a^2 - 64$

अथवा, $a^2 = 80+64$

अथवा, $a = \sqrt{144}$

$= 12$

$\therefore$ बाँकी भुजाहरूको नाप 12 से.मि. र 12 से.मि. हुन्छन् ।

DRAFT

2. प्रतिबिम्बन (Reflection)

(क) चङ्गाको क्षेत्रफल निकाल्ने सूत्र कुन हो ? उक्त सूत्र कसरी प्रमाणित गर्न सकिन्छ ? प्रमाणित गर्नुहोस् ।

(ख) समद्विबाहु त्रिभुजको क्षेत्रफल $= \frac{1}{4} b\sqrt{4a^2 - b^2}$ मा a र b ले के के जनाउँछन्, बताउनुहोस् ।

(ग) क्षेत्रफल $14\sqrt{30}$ वर्ग से.मि. र आधार भुजाको नाप 14 से.मि. भएको समद्विबाहु त्रिभुजका बराबर भुजाको नाप निकाल्नुहोस् ।

3. परियोजन कार्य/गृहकार्य (Project Work/Homework)

(क) अभ्यास 5.1 को प्र.नं. 3,4,5 तथा उदाहरण 4,5,6 समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।

(ख) त्रिभुजका विभिन्न सूत्रहरू प्रयोग गरी तपाईंको खेत/आँगन/कौसीको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।

घन्टी: 6

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) विद्यार्थीहरूलाई पूर्व पाठको स्मरण गराउँदै उदाहरण 7 को प्रश्न र समाधानबारे छलफल गराउनुहोस् ।

छलफलपश्चात् त्यस्तै प्रकृतिको एउटा प्रश्नको समाधान गर्न दिनुहोस् । जस्तै : अर्धपरिमिति 11से.मि. र एउटा भुजाको नाप 10 से.मि. भएको कुनै त्रिभुजको क्षेत्रफल $2\sqrt{66}$ वर्ग से.मि. छ भने उक्त त्रिभुजका बाँकी भुजाहरू पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान

यहाँ, अर्धपरिमिति (s) = 11 से.मि.

एउटा भुजा (a) = 10से.मि.

त्रिभुजको क्षेत्रफल=$2\sqrt{66}$ वर्ग से.मि.

बाँकी भुजा (b) = ?

(c) = ?

विषमबाहु त्रिभुजको क्षेत्रफल $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ हुन्छ ।

हामीलाई थाहा छ, $s = \frac{a+b+c}{2}$

$2 \times 11 = 10 + b + c$

अथवा,$22 - 10 = b + c$

अथवा, $c = 12 - b$

अब, $s - a = 11 - 10 = 1$

$s - b = 11 - b$

$s - c = 11 - (12 - b)$

$= 11 - (12 + b)$

$= b - 1$

सूत्रअनुसार,

त्रिभुजको क्षेत्रफल $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$2\sqrt{66} = \sqrt{11(1)(11-b)(b-1)}$

दुवैतर्फ वर्ग गर्दा

DRAFT

$4 \times 66 = 11(11-b)(b-1)$

अथवा, $4 \times 6 = (11-b)(b-1)$

अथवा, $24 = 11b - 11 - b^2 + b$

अथवा, $b^2 + 24 + 11 = 12b$

अथवा, $b^2 - 12b + 35 = 0$

अथवा, $b^2 - 7b - 5b + 35 = 0$

अथवा, $b(b-7) - 5(b-7) = 0$

अथवा, $(b-7)(b-5) = 0$

अथवा, $b - 7 = 0$ अथवा, $b - 5 = 0$

$\therefore \; b = 7$ र $\quad \therefore \; b = 5$

b को मान $c = 12 - b$ मा प्रतिस्थापन गर्दा

$c = 12 - 7 = 5$ अथवा $c = 12 - 5 = 7$

अत: दिइएको त्रिभुजका बाँकी भुजाहरू 5 से.मि. र 7 से.मि. अथवा 7 से.मि. र 5 से.मि. का हुन्छन् ।

(ख) माथिकै जस्ता प्रश्नहरूको निर्माण शिक्षक आफैँले र विद्यार्थीहरूलाई पनि गर्न लगाई हल गर्नलगाउनुहोस् ।

(ग) त्यस्तै गरी अभ्यास 5.1 को प्रश्न 7 को जस्तै प्रश्न शिक्षक आफैँले बनाई हल गराउनुहोस् ।

जस्तै

एउटा त्रिभुजाकार जग्गाका किनाराहरूको अनुपात 4:7:9 छन् र जग्गाको परिमिति 40 मिटर छ, उक्त जग्गाको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् ।

समाधान :

यहाँ, जग्गाको परिमिति (a+b+c) = 40 मि.

जग्गाको किनाराहरुको अनुपात = a:b:c = 4:7:9

त्रिभुजाकार जग्गाको क्षेत्रफल = ?

त्रिभुजाकार जग्गाको किनारहरुको अनुपात = (a) = $4x$

(b) = $7x$ } मानौ

(c) = $9x$

$\therefore$ a+b+c = 40

अथवा $4x + 7x + 9x = 40$

अथवा $20x = 40$

DRAFT

$\therefore x = 2$

a= 4×2 मि. =8 मि.

b= 7×2मि. = 14 मि.

c= 9×2 मि. = 18 मि.

अर्धपरिमिति (s) $= \frac{40}{2} = 20$

$$s - a = 20 - 8 = 12$$

$$s - b = 20 - 14 = 6$$

$$s - c = 20 - 18 = 2$$

सूत्रअनुसार,

त्रिभुजाकार जग्गाको क्षेत्रफल $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{20(12)(6)(2)}$ वर्ग मि.

$= 24\sqrt{5}$ वर्ग मि.

2. मूल्याङ्कन (Evaluation)

(क) परिमिति 14 से.मि. र एउटा भुजाको नाप 7 से.मि. भएको त्रिभुजको क्षेत्रफल $2\sqrt{14}$ वर्गसे.मि. छ भने उक्त त्रिभुजका बाँकी भुजाहरूको नाप पत्ता लगाउनुहोस् । (3 से.मि. र 5 से.मि.)

(ख) आधार भुजाको लम्बाइ 4 से.मि. र क्षेत्रफल $6\sqrt{5}$ वर्ग से.मि. भएको समद्विबाहु त्रिभुजका बराबरभुजाहरूको नाप पत्ता लगाउनुहोस् । (7 से.मि.)

3. गृहकार्य (Homework)

(क) त्रिभुजका भुजाहरूको नापका आधारमा त्रिभुज नबन्ने अवस्थाहरू प्रयोगात्मक विधिद्वारा पत्तालगाउनुहोस् ।

(ख) अभ्यास 5.1 को प्रश्न. 6 देखि 10 सम्म हल गर्न लगाउनुहोस् ।

घन्टी: 7

1. एकाइ परीक्षा

(क) आधार 6 से. मि. र उचाई 4 से.मि भएको त्रिभुजको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् ।

(ख) समबाहु त्रिभुजका प्रत्येक भुजाहरूको नाप 6 से.मि. भए उक्त त्रिभुजको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ग) आधार भुजाको नाप 8 से.मि र बाँकी बराबर भुजाको नाप 6 से.मि. भए उक्त समद्विबाहु त्रिभुजको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् ।

(घ) भुजाहरूको नाप क्रमश: 7 से.मि., 8 से.मि. र 9 से.मि. नाप भएका त्रिभुजको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।

DRAFT

एकाइ : 6 बेलना र गोला (Cylinder and Sphere)

अनुमानित घन्टी -10

6.1 परिचय

यस एकाइमा विद्यार्थीहरूलाई सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलापद्वारा नियमित ठोस वस्तुहरू बेलना र गोलाको सतहको क्षेत्रफल र आयतन सम्बन्धी समस्या समाधानमा सक्षम बनाउन खोजिएको छ । अत: दिइएका बेलनाको सतहको क्षेत्रफल, क्रससेक्सनको क्षेत्रफल, बक्र सतहको क्षेत्रफल र आयतन सम्बन्धि समस्या समाधानका लागि सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप जोड दिई विद्यार्थीहरूको सक्षमता मापन गर्न खोजिएको छ । त्यस्तैगरी दिइएका गोलाको सतहको क्षेत्रफल र आयतन तथा अर्धगोलाको सतहको क्षेत्रफल, बक्रसतहको क्षेत्रफल, समतल सतहको क्षेत्रफल, पूरा सतहको क्षेत्रफल, र आयतन सम्बन्धी समस्या समाधानका लागि सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलापमा जोड दिई विद्यार्थीहरूको सक्षमता मापन गर्न खोजिएको छ ।

अनुरूप र समानान्तर दुई विपरीत वृत्त भएका तिन आयामिक ठोस वस्तुलाई बेलना भनिन्छ । बेलनाको कससेक्सन दुई विपरीत वृत्तहरूसंग अनुरूप र समानान्तर हुन्छ भने बाँकी सतह बक्र हुन्छ । कुनै निश्चित बिन्दुबाट सबै दिशामा बराबर दुरीमा पर्ने सतह भएको तिन आयामिक ठोस बस्तुलाई गोला भनिन्छ ।

DRAFT

6.2 सक्षमता

नियमित ठोस वस्तुहरू बेलना, गोला र अर्धगोलाको सतहको क्षेत्रफल तथा आयतन सम्बन्धी समस्या समाधान

6.3 सिकाइ उपलब्धी

विभिन्न आकारका ठोस वस्तुहरू बेलना, गोला र अर्धगोलाको सतहको क्षेत्रफल तथा आयतन सम्बन्धी समस्याहरू समाधान गर्न ।

6.4 विषय वस्तुको विभाजन

घन्टी	विषयवस्तु	सिकाइ सामग्री
1	बेलनाको परिचय र बेलनाको सतहको क्षेत्रफल अभ्यास 6.1(1,2,3,4,5,6)	ग्राफपेपर, कैंची, स्केल पेन्सिल, भलिबल टेनिसबल, गुच्चा इरेजर, कम्पास
2	बेलनाको आयतन र अभ्यास 6.1 (7,8,9)	
3	बेलनाको सतहको क्षेत्रफल र आयतन सम्बन्धी समस्याहरू	
4	बेलनाको आयतन सम्बन्धी समस्याहरू र अभ्यास 6.1(1,3,14)	
5	गोलाको सतहको क्षेत्रफल र आयतन	कार्डबोर्ड पेपर, गोला र अर्धगोला तथा बेलनाको मोडेल, सूत्रहरूको चार्ट,प्रश्नपत्र
6	अर्धगोलाको सतहको क्षेत्रफल र आयतन	
7	गोला र अर्धगोला सम्बन्धी समस्याहरू	
8	अर्धगोला र बेलनाको संयुक्त ठोस वस्तुको क्षेत्रफल	
9	अर्धगोला र बेलनाको संयुक्त ठोसवस्तुको आयतन	
10	एकाइ परीक्षा	

घन्टी :1

1. **सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप**

बेलनाको परिचय र बेलनाको सतहको क्षेत्रफल

(क) आयतकार कागज, वृत्त र बेलनाको मोडेलहरू देखाउँदै/प्रस्तुत गर्दै विद्यार्थीहरूलाई तिनीहरूको नाम, तिनीहरूबिच पाइने समानता र भिन्नताबारे प्रश्नहरू सोध्नुहोस् र उत्तर भन्न उत्प्रेरित गर्नुहोस् ।

(ख) बेलनाको मोडेल प्रस्तुत गर्दै बेलनाको परिभाषा, बेलनामा पाइने सतहको प्रकारबारे विद्यार्थीहरूबीच छलफल गराउनुहोस् ।

(ग) छलफलबाट आएको निष्कर्ष बताउँदै बेलनाको मोडलमा आयताकार कागज बेरेर बेलनाको बक्रसतहको क्षेत्रफल र आयताकार कागज क्षेत्रफल बराबर हुन्छ ? यो हुदैंन भनी विद्यार्थीहरूसँग प्रश्न गर्नुहोस् र तिनीहरूलाई छलफलमा सक्रिय सहभागी गराउनुहोस् ।

(घ) बेलनाको बक्रसतहको क्षेत्रफल = $2\pi rh$ वर्ग एकाइ कसरी भयो विद्यार्थीहरूबीच छलफल गर्दै शिक्षकले सहजकर्ताको भूमिका निर्वाह गर्नुहोस् ।

(ङ) बेलनामा कति ओटा वृत्ताकार सतह छन् ? तिनीहरूको क्षेत्रफल $2\pi r^2$ वर्ग एकाइ कसरी हुन्छ । भनी विद्यार्थीहरूसँग प्रश्न गर्दै सहजीकरण गर्नुहोस् ।

(च) विद्यार्थीहरूसँग प्रश्नउत्तर गर्दै बेलनाको पूरा सतहको क्षेत्रफल (TSA) बराबर $2\pi rh + 2\pi r^2$ हुन्छ भनी बताउनुहोस् । अर्थात बेलनाको पूरा सतहको क्षेत्रफल (TSA) = $2\pi r(h + r)$वर्ग एकाइ हुन्छ ।

(छ) अर्धव्यास 3.5 से.मि. र उचाइ 10.5 से.मि. भएको बेलनाको पूरा सतहको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् ।

समाधान

यहाँ, बेलनाको अर्धव्यास (r) = 3.5 से.मि.

बेलनाको उचाइ (h) = 10.5 से.मि.

बेलनाको पूरा सतहको क्षेत्रफल (TSA)= ?

सूत्रअनुसार,

बेलनाको पूरा सतहको क्षेत्रफल (TSA) $= 2\pi r(r + h)$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 3.5(3.5 + 10.5)$ वर्ग से.मि

$= 44 \times 0.5 \times 14$ वर्ग से.मि.

$= 308$ वर्ग से.मि.

(ज) बेलनाको बक्रसतहको क्षेत्रफल 231 वर्ग से.मि.तथा बेलनाको आधारको अर्धव्यास र बेलनाको उचाइको योगफल 14 से.मि. भएको बेलनाम अर्धव्यास र उचाइ कति कति हुन्छ ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान

यहाँ, बेलनाको बक्रसतहको क्षेत्रफल (CSA) = 231 वर्ग से.मि.

बेलनाको आधारको अर्धव्यास र उचाइको योगफल, $r + h = 14$ से.मि.

बेलनाको आधारको अर्धव्यास (r) = ?

बेलानाको उचाइ (h) = ?

DRAFT

सूत्र अनुसार,

बेलनाको बक्रसतहको क्षेत्रफल (CSA)= $2\pi rh$ हुन्छ ।

or, $\therefore 2\pi rh = 231$ वर्ग से.मि.

or, $2rh = \frac{231}{\pi}$ वर्ग से.मि.

or, $2rh = 231 \times \frac{7}{22}$ वर्ग से.मि ($\therefore \frac{1}{\pi} = \frac{7}{22}$ वर्ग से.मि)

or, $2rh = 73.5$ वर्ग से.मि................(i)

प्रश्नअनुसार, $r + h = 14$ से.मि......................(ii)

अथवा, $(r + h)^2 = (14)^2$

अथवा, $r^2 + 2rh + h^2 = 196$ वर्ग से.मि.

अथवा, $r^2 - 2rh + h^2 = (196 - 4rh)$ वर्ग से.मि.(दुवैतर्फ $-4rh$ थप्द)

अथवा, $(r - h)^2 = (196 - 2 \times 2rh)$ वर्ग से.मि.

अथवा, $(r - h)^2 = (196 - 2 \times 73.5)$ वर्ग से.मि.

अथवा, $(r - h)^2 = (196 - 147)$ वर्ग से.मि.

अथवा, $(r - h)^2 = (49)$ वर्ग से.मि.

$\therefore r - h = (7)$ से.मि. (दवै तर्फ वर्ग हटाउँदा)

समीकरण (ii) र (iii) जोड्दा

$$\begin{array}{r} r + h = 14 \\ \underline{r - h = 7} \\ 2r = 21 \\ \therefore r = 10.5 \end{array}$$

यहाँ r को मान समीकरण (ii) मा राख्दा

10.5 से.मि+ h = 14: से.मि.

अथवा, $h = (14 - 10.5)$ से.मि.

=3.5 से.मि.

अत: बेलानाको अर्धव्यास (r) = 10.5 से.मि.र बेलाना उचाइ (h) = 3.5 से.मि.

(झ) के माथि दिइएको समस्याको समाधान गर्ने वैकल्पिक उपाय छ ? छलफल गराई समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।

2. मूल्याङ्कन **(Evaluation)**

(क) बेलानाको ब्रकसतहको क्षेत्रफल निकाल्ने सूत्र कुन हो, बताउनुहोस् ।

(ख) बेलानाको आधारको क्षेत्रफल निकाल्ने सूत्र कुन हो, बताउनुहोस् ।

(ग) बेलानाको पूरा सतहको क्षेत्रफल निकाल्ने सूत्र भन्नुहोस् ।

(घ) एउटा आयताकार कागजबाट बेलना बनाउँदा बेलनाको बक्रसतहको क्षेत्रफल र आयाताकार कागजको क्षेत्रफल बराबर हुन्छ किन ? कारण दिई स्पष्ट पार्नुहोस् ।

DRAFT

(ङ) अर्धव्यास र उचाइ क्रमश: 3.5 से.मि. र 7 से.मि. नाप भएको बेलाना बक्रसतहको क्षेत्रफल र पूरा सतहको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् । (154वर्ग से.मि. र 231 वर्ग से.मि.)

3. परियोजना कार्य/गृहकार्य(Project Work/Homework)

(क) एउटा आयताकार कागजको लम्बाइ र चौडाइ क्रमश: 14 से.मि.र 7 से.मि. छन् । यदि उक्त कागजबाट बेलानाको आकारमा बदल्यौं भने उक्त बेलनाको बक्रसतहको क्षेत्रफल र पूरासतहको क्षेत्रफल कति कति हुन्छ पत्त लगाउनुहोस् । (616 वर्ग से.मि. र 924 वर्ग से.मि.)

(ख) विद्यार्थीहरूको घरमा भएका विभिन्न बेलानाकार ठोस वस्तुहरूको सूची बनाउन लगाइ तिनीहरूको बक्रसतहको क्षेत्रफल र पूरा सतहको क्षेत्रफल निकाल्न लगाउनुहोस् ।

(ग) अभ्यास 6.1 (प्रश्न न.1,2,3,4,5,6) हल गर्न लगाउनुहोस् ।

घन्टी : 2

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

बेलानाको आयतन र अभ्यास **6.1 (7,8,9)**

(क) कक्षा 10 को गणित किताब देखाउँदै त्यसको आयतन कसरी पत्ता लगाउन सकिन्छ ? त्यसको आयतन पत्ता लगाउन के के मापन गर्न आवश्यक छ ? विद्यार्थीहरूसंग प्रश्न-उत्तर विधिद्वारा छलफल गराउनुहोस् ।

(ख) छलफलको निष्कर्ष निकाल्दै कुनै पनि ठोस वस्तुको आयतन निकाल्न उक्त ठोस वस्तुको आधारको क्षेत्रफल र उचाइको मापन आवश्यक भएको कुरा स्पष्ट गर्नुहोस् ।

(ग) बेलनाको मोडेल प्रस्तुत गर्दै बेलनाको आधार र उचाइ कुन कुन हुन् ? तिनीहरूको सतह कस्तो प्रकारका छन् ? प्रश्नउत्तर विधिद्वारा प्रष्ट गर्नुहोस् ।

(घ) बेलनाको आधार वृत्ताकार भएकाले त्यसको क्षेत्रफल निकाल्न कुन सूत्र प्रयोग गर्नुपर्छ र बेलनाको उचाइलाई कुन सङ्केतले जनाउने हो सोको जानकारी दिँदै बेलनाको आयतन पत्ता लगाउन आवश्यक सूत्र कुन हो ? विद्यार्थीहरूसँग छलफल गर्नुहोस् ।

(ङ) अत: छलफलको निचोड प्रस्तुत गर्दै बेलनाको आयतन बराबर बेलनाको आधारको क्षेत्रफल र उचाइको गुणनफल हुन्छ भनी बताउनुहोस् ।

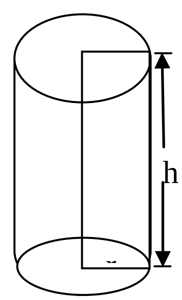
अर्थात बेलनाको आयतन् (v) = आधारको क्षेत्रफल$\times$उचाइ

(v) = $\pi r^2 h$ घन एकाइ

(च) निम्न प्रश्नहरु समूहमा छलफल गर्दै हल गराइ कक्षामा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

i. बेलनाको आधारको क्षेत्रफल 38.5 वर्ग से.मि. छ । यदि उक्त बेलनाको उचाइ 4 से.मि. बेलनाको आयतन कति हुन्छ, निकाल्नुहोस् ।

समाधान



यहाँ, बेलनाको आधारको क्षेत्रफल (A) = 38.5 वर्ग से.मि.

बेलनाको उचाइ (h) = 4 से.मि.

बेलनाको आयतन (v) = ?

सूत्रअनुसार,

बेलनाको आयतन (v)= बेलनाको आधारको क्षेत्रफल$\times$बेलनाको उचाइ

DRAFT

$=38.5$ वर्ग से.मि. $\times 4$ से.मि.

$=154$ घन से.मि.

ii. बेलनाको उचाइ र आधारको अर्धव्यासको फरक 3.5 से.मि. र योगफल 10.5 से.मि. छन् । उक्त बेलानाको आयतन कति हुन्छ ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान

यहाँ, बेलनाको उचाइ र आधारको अर्धव्यासको फरक=3.5से.मि.

अर्थात, $h - r = 3.5$ से.मि................(i)

र उचाइ र अर्धव्यासको योगफल, $h + r = 10.5$ से.मि........(ii)

बेलनाको आयतन (v) = ?

समीकरण (i) र (ii) जोड्दा

$$\begin{array}{r} h - r = 3.5 \\ \underline{h + r = 10.5} \\ 2h = 14 \\ \therefore h = 7 \end{array}$$

h को मान समीकरण (ii) मा प्रतिस्थापन गर्दा

7+ r=10.5

अथवा r = 10.5-7

$\therefore r = 3.5$ से.मि.

तसर्थ बेलनाको आयतना (v) $= \pi r^2 h$

$= \frac{22}{7} \times (3.5)^2 \times 7$ घन से. मि.

= 269.5 घन से.मि.

iii. एउटा काठको मुढाको लम्बाइ 2.1 मिटर छ । यदि मुढाको अर्धव्यास 14 से. मि. भए काठको मुढाको आयतन कति हुन्छ ? पत्ता लगाउनुहोस ।

समाधान

यहाँ, काठको मुढाको लम्बाइ (h)= 2.1 मि.

काठको मुढाको अर्धव्यास (r) =14 मि . = 0.14 मि.

काठको मुढाको आयतन (v) =?

सुत्रअनुसार;

काठको मुढा बेलनाकार भएकाले उक्त मुढाको आयतन, $v = \pi r^2 h$

$= \frac{22}{7} \times (0.14)^2 \times 2.1$ घन मि.

$= (22 \times 0.0196 \times 0.3)$ घनमि.

=0.12936 घन मिटर

2. मुल्याङ्कन (Evaluation)

DRAFT

(क) बेलनाको आधारको क्षेत्रफल निकाल्न कुन सुत्र प्रयोग गरिन्छ, बताउनुहोस् ।

(ख) बेलनाको आयतन निकाल्नको लागि प्रयोग गरिने सुत्र कुन हो ? बताउनुहोस् ।

(ग) व्यास (diameter) 12 से.मि. र उचाइ 10.5 से.मि. भएको बेलनाकार टिफिन बक्सको आधारको क्षेत्रफल र आयतन पत्ता लगाउनुहोस ।

3. परियोजन कार्य (Project Work)

(क) विद्यार्थीहरूका घरमा भएका बेलनाकार ठोस वस्तुहरूको सुची बनाउन लगाई तिनीहरूमा अट्ने पानीको आयतन निकाल्न लगाउनुहोस ।

(ख) टोल/समुदाय/गाउँमा रहेका इनारको उचाइ र अर्धव्यास पता लगाउन दिइ सो ईनारमा अट्ने पानीको अनुमानित आयतन निकाल्न लगाउनुहोस ।

(ग) अभ्यास 6.1 (प्रश्न न. 7,8,9) हल गर्न लगाउनुहोस् ।

घन्टी :3

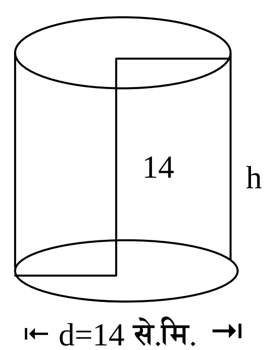
1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

बेलनाको सतहको क्षेत्रफल र आयतन सम्बन्धी समस्याहरू

(क) बेलनाको मोडेल प्रस्तुत गर्दै बेलनाको बक्र सतह, आधारको क्षेत्रफल र बेलनाको आयतन निकाल्न प्रयोग गरिने सुत्रहरूबारे विद्यार्थीहरूसंग प्रश्न गर्नुहोस ।

(ख) विद्यार्थीहरूसँग पूर्वज्ञान सम्बन्धी छलफल पश्चात आवश्यक सुत्रहरूका चार्ट देखाउदैन बेलनाको सतहको क्षेत्रफल र आयतन सम्बन्धी समस्याहरू प्रस्तुत गर्नुहोस र समाधान गर्न उत्प्रेरित गर्नुहोस ।

(ग) उचाइ र व्यास दुवैको नाप 14 से.मि. भएको बेलनाकार ठोस वस्तुको आधारको क्षेत्रफल, पुरा सतहको क्षेत्रफल र आयतन पत्ता लगाउनुहोस ।



समाधान

यहाँ, बेलनाको उचाइ (h) = 14 से.मि.

बेलनाको व्यास (d) = 14 से.मि.

∴ बेलनाको अर्धव्यास (r) = 7 से.मि.

बेलनाको आधारको क्षेत्रफल (A)= πr^2

$= \frac{22}{7} \times$ (7से.मि.)^2

$= \frac{22}{7} \times 7 \times 7$ (से.मि.)^2

$= 22 \times 7$वर्ग से.मि.

$= 154$ वर्ग से.मि.

बेलनाको पूरा सतहको क्षेत्रफल (TSA) $= 2\pi r(r + h)$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7$ से.मि. $(7 + 14)$ से.मि.

=44×21 (से.मि)^2

=924 वर्ग से.मि.

DRAFT

बेलनाको आयतन (v) = आधारको क्षेत्रफल × उचाइ

$= A \times h$

$= 154$ (से.मि.)$^2 \times 14$ से.मि.

$= (154 \times 14)$ (से.मि.)^3

$= 2156$ घन से.मि.

(घ) ब्यास र उचाइको अनुपात 2:3 तथा तिनीहरूको योगफल 17.5 से.मि. भएको बेलनाकार ठोस वस्तुको आधारको क्षेत्रफल, बक्र सतहको क्षेत्रफल र आयतन पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान

यहाँ, बेलनाको ब्यास र उचाइको अनुपात, d:h=2:3 छ ।

र तिनीहरूको योगफल, d+h=17.5 से.मि. छ ।

d=2x र h=3x मान्दा

d+h=17.5

2x+3x=17.5

अथवा, 5x=17.5

$\therefore x = \frac{17.5}{5}$ से.मि. =3.5 से.मि.

बेलनाको अर्धब्यास (r)= $\frac{d}{2} = \frac{2x}{2} = 3.5$से.मि.

बेलनाको उचाइ (h)= $3x = (3 \times 3.5$ से.मि.$) = 10.5$ से.मि.

तसर्थ बेलनाको आधारको क्षेत्रफल (A)= πr^2

$= \frac{22}{7} \times (3.5$ से.मि.$)^2$

$= \frac{22}{7} \times 12.25$ (से.मि.)^2

$= 38.5$ वर्ग से.मि.

बेलनाको बक सतहको क्षेत्रफल $= 2\pi rh$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times (3.5)$से.मि.$\times 10.5$ से.मि.

$= (44 \times 0.5 \times 10.5)$ (से.मि.)^2

$= 231$ वर्ग से.मि.

बेलनाको आयतन (v) $= \pi r^2 h$

$= \frac{22}{7} \times (3.5)^2 \times (10.5)$ (से.मि.)^3

$= (22 \times 12.25 \times 1.5)$(से.मि.)^3

$= 404.25$ घन से.मि.

2. मूल्याङ्कन (Evaluation)

(क) एउटा बेलनाकार ठोसवस्तुको आधारको अर्धव्यास र उचाइको योगफल 42 से.मि. र तिनीहरूको अनुपात 1:2 भए उक्त बेलनाको आधारको क्षेत्रफल, बक्र सतहको क्षेत्रफल, पूरा सतहको क्षेत्रफल र आयतन पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ख) बेलनाको आधारको वृत्त र उचाइकोअनुपात22:7तथा तिनीहरूको योगफल 116 से.मि. भए उक्त बेलनाको आधारको क्षेत्रफल, ५ सतहरूको क्षेत्रफल र आयतन पत्ता लगाउनुहोस् ।

3. परियोजन कार्य/गृहकार्य **(Project Work/Homework)**

(क) एउटा साइजको सापा पेपरबाट कति प्रकारको बेलनाको आकार बनाउन सकिएला ? प्रत्येक बेलनाकार अवस्थाको कागजको आयतन र पूरासतहको क्षेत्रफलमा के के अन्तर पाइन्छ ? क्रियाकलापद्वारा पत्ता लगाई निष्कर्ष निकाल्न लगाउनुहोस् ।

(ख) एउटा स्टिलको गिलासमा कति घन से.मि. पानी अटाउँलान् ? उक्त ग्लासको नाप जाँचगरी पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ग) अभ्यास 6.1 को प्रश्न नं 10,11,12 हल गराउनुहोस् ।

घन्टी : 4

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

बेलनाकार ठोस वस्तुको आयतन सम्बन्धी समस्याहरू

(क) पहिलो दोस्रो र तेस्रो घन्टीमा सिकाएका विषयवस्तुमा केन्द्रीत रही विद्यार्थीहरूलाई छलफलमा सहभागी बनाउनुहोस् । छलफललाई सहज बनाउन बेलनाको आधारको क्षेत्रफल, बक्रसतहको क्षेत्रफल, पूरा सतहको क्षेत्रफल र आयतन सम्बन्धी समस्याहरूको समाधानका लागि अलग अलग समूहलाई जिम्मा दिनुहोस् ।

(ख) छलफलको निष्कर्ष निकाल्न लगाई प्रत्येक समूहका टोली नेताद्वारा सकारात्मक पक्ष, कमजोर पक्ष तथा सिक्न नसकेका विषयवस्तुहरूका बारे आफ्नो समूहको निष्कर्ष प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

(ग) कक्षामा आयताकार पेपर प्रस्तुत गर्दै त्यसलाई दुई प्रकारले बेलाकार वस्तुमा स्पान्तरण गर्नुहोस् । यदि पेपरको लम्बाइ 44 से.मि. र चौडाइ 22 से.मि. भए दुवै अवस्थामा बेलनाकार वस्तुको आधारको क्षेत्रफल र आयतन निकाल्न लगाई तुलना गराउनुहोस् ।

जस्तै : चौडाइलाई आधार बनाउँदा बेलनाको आधारको परिधि $= 2\pi r_1$ हुन्छ

∴चौडाइ (b)= 22 से.मि.

$2\pi r_1 = 22$ से.मि.

अथवा $r_1 = 22 \times \frac{1}{2\pi}$ से.मि. $\left(\therefore \frac{1}{\pi} = \frac{7}{22}\right)$हुन्छ ।

∴ अर्धव्यास $(r_1) = 3.5$ से.मि.

बेलनाकार वस्तुको आधारको क्षेत्रफल $(A) = \pi r^2{}_1$

$= \frac{22}{7} \times (3.5$ से.मि.$)^2$

$= \frac{22}{7} \times 12.25$ वर्ग से.मि.

$= 22 \times 1.75$ वर्ग से.मि.

$= 38.5$ वर्ग से.मि.

DRAFT

बेलनाकारको वस्तुको आयतन (v_1) = आधारको क्षेत्रफल×उचाइ

= 38.5 (से.मि.)^2×44 से.मि.

= 1694 (से.मि)^3

= 1694 घन से.मि.

लम्बाइलाई आधार बनाउँदा बेनाको आधार, $2\pi r_2 = 44$ से.मि. हुन्छ ।

अथवा, $r_2 = 44 \times \frac{1}{2\pi}$ से.मि.$\left(\because \frac{1}{\pi} = \frac{7}{22}\right)$

= 7 से.मि.

तसर्थ बेलनाकार वस्तुको आधारको क्षेत्रफल $(A_2) = \pi {r_2}^2$

$= \frac{22}{7} \times$ (7से.मि.)^2

$= 154$ वर्ग से.मि.

बेलनाका वस्तुको आयतन (V_2)=$\pi {r_2}^2 h_2$, जहाँ h_2 = 22 से.मि.

$= 154$ (से.मि.)^2× 22 से.मि.

$= 3388$ घन से.मि.

तसर्थ आयताकार पेपरको लम्बाइलाई बेलनाको आधार बनाउँदा बढी आयतन हुन्छ । अर्थात यस कार्यमूलक अनुसन्धानमा आयताकार पेपरको लम्बाइलाई बेलनाको आधार बनाउँदा त्यसमा अटाउने क्षमता बढी हुन्छ ।

2. मूल्याङ्कन (Evaluation)

(क) एउटा प्लास्टिकको बोतलमा बेलनाकार भागको लम्बाइ 21 से.मि. र आधारको ब्यास 9 से.मि. भने उक्त बोटलमा कति लिटर पानी अट्ला ? पत्ता लगाउनुहोस् । (1000घन से.मि.=1 लिटर)

(ख) एउटा बाँसको ढुङ्ग्रो लम्बाइको 17.5 से.मि. र आधारको अर्धव्यास 4 से.मि. भए उक्त ढुङ्ग्राको पूरा सतहको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् । यदि ढुङ्ग्राको भित्र अर्धब्यास 2.5 से.मि. भए उक्त ढुङ्ग्रोमा कति घन से.मि. पानी अटाउला ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

3. गृहकार्य (Homework)

(क) लम्बाइ 35 से.मि. र चौडाइ 21 से.मि. भएको जस्ताको पाताबाट दुई किसिमले बेलनाकार वस्तु बनाउँदा आधारको क्षेत्रफल र त्यसमा अट्ने पानीको आयतनमा कतिले अन्तर आउँछ ? पत्ता लगाउनुहोस्

घन्टी : 5

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

गोलाको सतहको क्षेत्रफल र आयतन

(क) गोलाको सतह भनेको के हो ? गोलाको विभिन्न वस्तुहरू प्रस्तुत गर्दै गोलाको सतहको क्षेत्रफल कसरी निकाल्न सकिएला र विद्यार्थीहरूलाई समूहमा विभाजन गरी छलफल गराउनुहोस् ।

(ख) एउटा टेनिस बल र टेनिसबलको ब्याससँग बराबर उचाइ र ब्यास भएको बेलना लिनुहोस् ।

DRAFT

(ग) टेनिस बललाई उक्त बेलनामा राखेर बेलनालाई घुमाउनुहोस् र विद्यार्थीहरूसँग प्रश्न गर्नुहोस् गोलालाई देख्न सकियो वा सकिएन ? किन देख्न सकिएन ? विद्यार्थीहरूलाई छलफल गराउनुहोस् ।

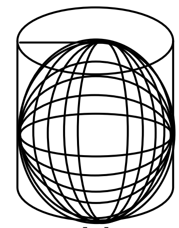
(घ) गोलाको सतहको क्षेत्रफल र बेलनाको बक्र सतहको क्षेत्रफल हुन्छ भनी विद्यार्थीहरूलाई बताउनुहोस् ।

(ङ) तसर्थ गोलाको सतहको क्षेत्रफल = बेलनाको आधारको परिधि×बेलनाको उचाइ

$= c \times h$

$= 2\pi r \times 2r (\because d=2r=h)$

$= 4\pi r^2$



अत: गोलाको सतहको क्षेत्रफल (SAS)=$4\pi r^2$ वर्ग एकाइ हुन्छ ।

(च) बराबर व्यास भएका एउटा गोला र बेलना लिन लगाई बेलनामा पानी भर्न लगाउनुहोस् ।

(छ) बेलनाको उचाइ र व्यास पनि बराबर भएको उक्त बेलनाको पानी एउटा नाप्ने भाँडा (measuring cylinder) मा खन्याउन लगाउनुहोस् ।

(ज) बेलनामा गोलालाई राखी पुन: पानी भर्न लगाउनुहोस् ।

(झ) गोला राखिएको बेलनामा एकाइ तिहाइ मात्र पानी अटाउँछ भन्ने कुरा छलफल तथा प्रदर्शन विधिद्वारा सहजीकरण गराउनुहोस् ।

(ञ) तसर्थ गोलाले बेलनाको दुई तिहाइ पानी ओगटेको कुरा विद्यार्थीहरूलाई सहजीकरण गर्नुहोस् ।

(ट) गोलाको आयतन (v) $= \frac{2}{3}$ (बेलनाको आयतन) हुन्छ । यो कुरा अवलोकन तथा प्रयोगद्वारा स्पष्ट हुन्छ ।

अथवा V $= \frac{2}{3}$ (बेलनाको आधारको क्षेत्रफल × उचाइ)

$= \frac{2}{3}\pi r^2 \times h$ वर्ग एकाइ

$= \frac{2}{3}\pi r^2 \times 2r$ ($\because$बेलनाको ब्यास र बेलनाको उचाइ बराबर भएकाले)

तसर्थ बेलनाको आयतन (v)= $\frac{4}{3}\pi r^3$घन एकाइ हुन्छ ।

DRAFT

2. मूल्याङ्कन (Evaluation)

(क) अर्धव्यास 10.5 से.मि. भएको एउटा गोलाको सतहको क्षेत्रफल र आयतन पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ख) एउटा गोलाको सतहको क्षेत्रफल 5544 वर्ग से.मि. भए त्यसको आयतन कति घन से.मि. हुन्छ ?पत्ता लगाउनुहोस् ।

3. गृहकार्य (Homework)

(क) टि.टि. बलको सतहको क्षेत्रफल र आयतन पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ख) अभ्यास 6.2 को प्रश्न न. 1,2,3 हल गर्नुहोस् ।

घन्टी : 6

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

अर्धगोलाको सतहको क्षेत्रफल र आयतन :

(क) गोलाको सतहको क्षेत्रफल $4\pi r^2$ वर्ग एकाइ भए अर्धगोलाको सतहको क्षेत्रफल कति हुन्छ ? भनी विद्यार्थीहरूलाई छलफलद्वारा सही उत्तर निकाल्न उत्प्रेरित गराउनुहोस् ।

(ख) विद्यार्थीहरूको छलफललाई सहजीकरण गर्न अर्धगोलाको मोडेल प्रस्तुत गर्दै अर्धगोलामा कति प्रकारका सतह छन् ? प्रश्न गर्नुहोस् ।

(ग) अर्धगोलामा बक्र सतहको क्षेत्रफल कति हुन्छ ? विद्यार्थीहरूलाई छलफल गराउनुहोस् ।

(घ) अर्धगोलाको बक्र सतहको क्षेत्रफल =गोलाको सतहको क्षेत्रफलको आधा हुन्छ भनी दुईओटा अर्धगोला जोडेर विद्यार्थीहरूलाई प्रदर्शन विधिद्वारा स्पष्ट पार्नुहोस् ।

(ङ) अर्धगोलाको आधार वृत्ताकार हुने कुरा अर्धगोलको मोडेलको प्रदर्शनबाट स्पष्ट पार्नुहोस् ।

(च) तसर्थ गोलाको सतहको क्षेत्रफल = अर्धगोलाको बक्र सतहको क्षेत्रफल र आधारको वृत्तको क्षेत्रफलको योगफल हुन्छ ।

$$=\left(\frac{4\pi r^2}{2}+\pi r^2\right) \text{ वर्ग एकाइ}$$

$$=(2\pi r^2+\pi r^2)\text{वर्ग एकाइ}$$

$$= 3\pi r^2 \text{ वर्ग एकाइ}$$

(छ) यसलाई अर्धगोलाको पूरा सतहको क्षेत्रफल पनि भनिन्छ ।

(ज) अर्धगोलाको आयतन कति हुन्छ त ? विद्यार्थीहरूलाई सही उत्तर खोज्न उत्प्रेरित गर्नुहोस् ।

(झ) अर्धगोलाको आयतन (v) =गोलाको आयतनको आधा घन एकाइ हुन्छ ।

$$=\frac{1}{2}\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)\text{घन एकाइ हुन्छ}$$

$$=\frac{2}{3}(\pi r^3) \text{ घन एकाइ}$$

2. मूल्याङ्कन **(Evaluation)**

(क) अर्धगोलाको सतहको क्षेत्रफल $2\pi r^2$ नभई कसरी $3\pi r^2$ हुन गयो ? प्रस्ट पार्न लगाउनुहोस् ।

(ख) अर्धव्यास 3.5 से.मि. भएको अर्धगोलाको सतहको क्षेत्रफल र आयतन पत्ता लगाउनुहोस् ।

3. गृहकार्य **(Homework)**

(क) मैनबाट गोला र अर्धगोलाको मोडेल तयार गर्न लगाउनुहोस् ।

(ख) विद्यार्थीले तयार पारेका मोडेलका आधारमा मोडेलको अर्धगोलाको सतहको क्षेत्रफल $3\pi r^2$ वर्ग हुन्छ भनी देखाउनुहोस् ।

(ग) अभ्यास 6.2 को प्रश्न न. 4,5,6,7 हल गर्न लगाउनुहोस् ।

घन्टी : 7

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

गोला र अर्धगोला सम्बन्धी समस्याहरू

DRAFT

(क) अर्धगोला र गोलको आयतन तथा गोला र अर्धगोलको सतहको क्षेत्रफल निकाल्ने सूत्रहरू समूहमा लेख्न लगाई प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

(ख) सतहको क्षेत्रफल 6.16 वर्ग से.मि. भएको सानो फलामको आयतन पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान

यहाँ, फलामको गुच्चाको सतहको क्षेत्रफल (A) = 6.16 वर्ग से.मि.

फलामको गुच्चाको आयतन (v)=?

सूत्रअनुसार,

$A = 4\pi r^2$

अथवा, $4\pi r^2 = 6.16$ से.मि.

अथवा, $4 \times \frac{22}{7} \times r^2 = 6.16$ से.मि. (वर्ग से.मि.=(से.मि)^2)

अथवा, $r^2 = \frac{6.16 \times 7}{88}$ (से.मि)^2

$= 0.49$(से.मि)^2

$= 0.7$(से.मि)^2

$\therefore$गुच्चाको अर्धव्यास (r) = 0.7 से.मि.

गुच्चाको आयतन(v) $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times$(0.7 से.मि.)^3

$= \frac{88}{21} \times 0.343$(से.मि.)^3

$= 1.44$ घन से.मि. (लगभग)

(ग) अर्धव्यास क्रमशः 3 से.मि, 4 से.मि. र 5 से.मि. भएका तीनओटा फलामका गोलाहरूलाई पगालेर एउटै गोला बनाउँदा उक्त नयाँ गोलाको व्यास पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान

यहाँ,

पहिलो फलामको गोलाको अर्धब्यास (r_1) = 3 से.मि.

दोस्रो फलामको गोलाको अर्धब्यास (r_2) = 4 से.मि.

तेस्रो फलामको गोलाको अर्धब्यास (r_3) = 5 से.मि.

नयाँ गोलाको अर्धब्यास (R) = ?

नयाँ गोलाको ब्यास (D) = ?

यहाँ, तिन ओटा गोलाको आयतन (v)= $v_1 + v_2 + + v_3$

अथवा $\frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4\pi}{3} r_1{}^3 + \frac{4\pi}{3} r_2{}^3 + \frac{4\pi}{3} r_3{}^3$

अथवा $\frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4\pi}{3}(3^3 + 4^3 + 5^3)$ (से.मि.)^3

DRAFT

अथवा $R^3 = (27 + 64 + 125)$ (से.मि.)^3

अथवा $R^3 = 216$ (से.मि.)^3

$\therefore R = 6$से.मि.

$\therefore$ व्यास (D)= (2×6) से.मि.= 12 से.मि.

2. मूल्याङ्कन **(Evaluation)**

(क) गुच्चा, टि.टि. बल र साना प्लास्टिकका बलहरू समूहमा दिई तिनीहरूको सतहको क्षेत्रफल र आयतन निकाल्न लगाउनुहोस् ।

(ख) गोलाको परिधि 66 से.मि. भएको उक्त गोलाको आयतन र सतहको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।

3. गृहकार्य **(Homework)**

(क) विद्यालयहरुलाई आफूसँग उपलब्ध भलिबल, फुटबलका परिधि मापन गरी तिनीहरूको सतहको क्षेत्रफल र आयतन निकाल्न लगाउनुहोस् ।

(ख) टि.टि. बलको सहयोगबाट अर्धगोलाको मोडेल तयार गर्न लगाई उक्त अर्धगोलाको पूरा सतहको क्षेत्रफल र आयतन निकाल्न लगाउनुहोस् ।

(ग) एउटा गोलाको सतहको क्षेत्रफल 1386 वर्ग से.मि. छ भने उक्त गोलाको आयतन पत्ता लगाउनुहोस् ।

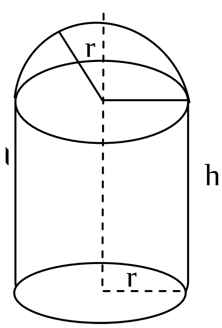
(घ) अभ्यास 6.2 प्रश्न न. 8,9,10,11,12,13 हल गर्नुहोस् ।

घन्टी : **8**

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

अर्धगोला र बेलनाको संयुक्त ठोसवस्तुको सतहको क्षेत्रफल

(क) बेलनामाथि अर्धगोला राखिएको एउटा संयुक्त ठोस वस्तुको मोडेल प्रस्तुत गर्दै निम्न प्रश्नहरूको उत्तर लेख्न लगाउनुहोस् :



i. बेलनाको मात्र सतहको क्षेत्रफल कति हुन्छ, लेख्नुहोस् ।

ii. अर्धगोलाको मात्र सतहको क्षेत्रफल कति हुन्छ, लेख्नुहोस् ।

iii. संयुक्त ठोस बस्तुको पूरा सतहको क्षेत्रफल कति हुन्छ, लेख्नुहोस् ।

iv. बेलनाको आयतन कति हुन्छ, लेख्नुहोस् ।

v. अर्धगोलाको आयतन कति हुन्छ, लेख्नुहोस् ।

vi. उक्त संयुक्त ठोसवस्तुहरू आयतन कति हुन्छ, लेख्नुहोस् ।

माथिका प्रश्नहरू बारे अध्ययन र छलफलपछि दिइएका प्रश्नहरूको समाधान गर्न विद्यार्थीहरूलाई उत्प्रेरित गराउनुहोस् ।

(ख) अर्धब्यास 3.5 से.मि. भएको बेलनाको माथि एउटा अर्धगोला राखिएको छ । यदि बेलनाको उचाइ 12 से.मि. भए उक्त संयुक्त ठोस वस्तुको पूरा सतहको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान

यहाँ,

DRAFT

बेलना र अर्धगोलाको अर्धब्यास बराबर हुन्छ ।

∴ अर्धगोलाको अर्ध ब्यास (r)= 3.5 से.मि.

बेलनाको अधारको अर्धब्यास (r) = 3.5 से.मि.

बेलनाको उचाइ (h) = 12 से.मि.

संयुक्त ठोस वस्तुको पूरा सतहको क्षेत्रफल (TSA)= ?

(TSA) = अर्धगोलाको बक्र सतहको क्षेत्रफल + बेलनाको बक्र सतहको क्षेत्रफल + बेलनाको आधारको क्षेत्रफल

$= 2\pi r^2 + 2\pi rh + \pi r^2$

$= 3\pi r^2 + 2\pi rh$

$= \pi r(3r + 2h)$

$= \frac{22}{7} \times 3.5$से.मि.$(3 \times 3.5 + 2 \times 12)$ से.मि.

$= 22 \times 0.5(10.5 + 24)$(से.मि.)^2

$= 11.0 \times 34.5$(से.मि.)^2

$= 379.5$ वर्ग से.मि.

2. मूल्याङ्कन ⁄ प्रतिबिम्बन **(Evaluation/Reflection)**

(क) बेलनामाथि अर्धगोला ठिक मिल्ने राखिएको छ भने उक्त संयुक्त ठोस वस्तुको पूरा सतहको क्षेत्रफल कति हुन्छ ? खोजी गरी लेख्नुहोस् ।

(ख) उचाइ 10.5 से.मि. भएको बेलनामाथि 3.5 से.मि. अर्धव्यास अर्ध गोला राखिएको छ । उक्त संयुक्त ठोस वस्तुको सतहको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।

3. गृहकार्य **(Homework)**

(क) बेलनामाथि अर्धगोला राखिएको एउटा संयुक्त ठोस वस्तुको मोडेल तयार गरी उक्त ठोस वस्तुको सतहको क्षेत्रफल $(3\pi r^2 + 2\pi rh)$ वा $\pi r(3r + 2h)$ वर्ग एकाइ कसरी हुन्छ ? सचित्र वर्णन गर्नुहोस् ।

(ख) बेलनाको आधारको परिधि 44 से.मि. र उचाइ 14 से.मि. छ । यदि उक्त बेलनामाथि बेलनाको परिधि बराबर आधार भएको अर्धगोला खोजिएको छ भने संयुक्त ठोस वस्तुको सतहको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ग) अभ्यास 6.3 को प्रश्न न. 1,2,3,4,5 हल गर्नुहोस् ।

घन्टी :9

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

अर्धगोला र बेलनाको संयुक्त ठोस वस्तुको आयतन :

(क) बेलना र अर्धगोलाको संयुक्त ठोस वस्तुको मोडेल प्रस्तुत गर्दै निम्न प्रश्नहरू हल गर्न लगाउनुहोस् ।

DRAFT

(a) बेलनाको आधारको अर्धब्यास 7 से.मि. तथा बेलनामाथि राखिएको अर्धगोलाको संयुक्त उचाइ 21 से.मि. छ । उक्त संयुक्त ठोस वस्तुको आयतन पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान

यहाँ,

बेलनाको आधारको अर्धब्यास र अर्धगोलको अर्धब्यास बराबर हुन्छ ।

अर्धब्यास (r)= 7 से.मि.

बेलनाको उचाइ (h) = (21-7) से.मि.

=14 से.मि.

संयुक्त ठोस वस्तुको आयतन (v) = अर्धगोलाको आयतन+ बेलनाको आयतन

$= \left(\frac{2}{3}\pi r^3 + \pi r^2 h\right)$ घन एकाइ

$= \pi r^2 \left(\frac{2}{3} \times r + h\right)$ घन एकाइ

$= \frac{22}{7}$(7 से.मि.)$^2\left(\frac{2}{3} \times 7 + 14\right)$ से.मि.

$= 154 \left(\frac{14+42}{3}\right)$ (से.मि.)^3

$= 2874.67$ घन से.मि.

(b) अर्धब्यास 3.5 सेन्टि मिटर भएको एउटा बेलनाकार क्यानमाथि सोका लागि अर्ध गोला राखिएको छ । यदि बेलनाको अर्धब्यास र उचाइको योगफल 17.5 से.मि. भए उक्त ठोस वस्तुको सतहको क्षेत्रफल र आयतन कति हुन्छ ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान

यहाँ,

बेलनाको अर्धब्यास र गोलाको अर्धब्यास बराबर हुन्छ ।

बेलनाको अर्धब्यास (r)= 3.5 से.मि.

बेलनाको उचाइ = h मान्दा,

प्रश्नअनुसार,

r+h = 17.5 से.मि.

अथवा, 3.5 से.मि.+h = 17.5 से.मि.

अथवा, h = (17.5-3.5) से.मि.

=14 से.मि.

∴ संयुक्त ठोस वस्तुको सतहको क्षेत्रफल (A)= $(3\pi r^2 + 2\pi rh)$ वर्ग एकाइ

$= \pi r(3r + 2h)$ वर्ग एकाइ

$= \frac{22}{7} \times 3.5(3 \times 3.5 + 2 \times 14)$ वर्ग से.मि.

$= 22 \times 0.5(10.5 + 28)$ वर्ग से.मि.

DRAFT

$= 423.5$ वर्ग से.मि.

र संयुक्त ठोस वस्तुको आयतन (v) $= \pi r^2 \left(\frac{2}{3}r + h\right)$ घन एकाइ

$= \frac{22}{7}(3.5)^2\left(\frac{2}{3} \times 3.5 + 14\right)$(से.मि.)^3

$= 38.5(16.33)$घन से.मि.

$= 628.83$ घन से.मि.

2. मूल्याङ्कन **(Evaluation)**

(क) अर्धगोला बेलनाको छुट्टाछुट्टै सतहको क्षेत्रफल तथा तिनीहरूको संयुक्त अवस्थाको ठोस वस्तुको सतहको क्षेत्रफलमा के अन्तर छ ? छलफल र अध्ययन गरी निकाल्नुहोस् ।

(ख) माथिको प्रश्नमा आयतन निकाल्दा के अन्तर हुन्छ, लेख्नुहोस् ।

3. परियोजना कार्य/ गृहकार्य **(Project Work/Homework)**

(क) कुनै सार्वजनिक विद्यालयको लागि दशहजार लिटर पानी अट्ने एउटा ट्याङ्कीको आवश्यकता छ । यदि बेलनाकार माथि अर्धगोला राखिएको ट्याङ्की निर्माण गर्नुपर्‍यो भने ट्याङ्कीको पूरा उचाइ, बेलनाको आधारको अर्धब्यास र अर्धगोलाको अर्धब्यास कति कति मिटर/फिट आवश्यक हुन्छ ? खोज तथा अनुसन्धान गरी निष्कर्ष निकाल्नुहोस् ।

(ख) अभ्यास 6.3 को प्रश्न न.6,7,8,9,10 हल गर्नुहोस् ।

(ग) प्रश्न न. 8 बेलनाको अर्धब्यास र अर्धगोलाको अर्ध ब्यास बाराबर भएको एउटा संयुक्त ठोस बस्तु छ । जसमा बेलनाको आयातन 27720 घन से.मि छ । यदि बेलनाको उचाइ 80 से.मि. भए उक्त ठोस वस्तुको पुरा सतहको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् । 6319.5 वर्ग से.मि.

घन्टी : **10**

1. एकाइ परीक्षा

तलका प्रश्नहरू समाधान गर्नुहोस् :

(क) अर्धगोला र बेलनाको आधारको अर्धब्यास 3.5 से.मि. तथा बेलनाको उचाइ 5 से.मि. भएको संयुक्त ठोस वस्तुको सतहको क्षेत्रफल र आयतन पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ख) अर्धगोला र बेलनाको उचाइको अनुपात 1:2 तथा तिनीहरूको योगफल 10.5 से.मि. भएको संयुक्त ठोस वस्तुको सतहको क्षेत्रफल र आयतन पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ग) अर्धब्यास क्रमशः 6 से.मि., 8 से.मि. र 10 से.मि. भएका तिन ओटा धातुका गोलाहरू पगालेर एउटा नयाँ गोला बनाउँदा त्यसको अर्धब्यास कति हुन्छ ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

DRAFT

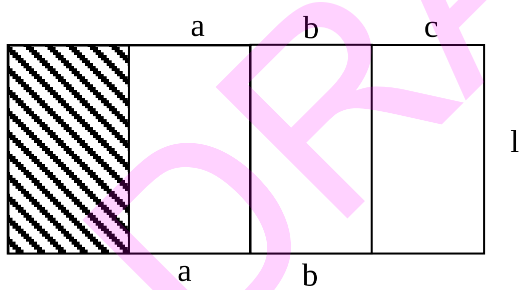
एकाइ : 7 प्रिज्म र पिरामिड (Prism and Pyramid)

अनुमानित घन्टी : 11

7.1 परिचय

यस एकाइमा नियमित ठोस वस्तुहरू प्रिज्म, पिरामिड, प्रिज्म र पिरामिडको संयुक्त ठोस वस्तुसंग सम्बन्धी समस्याहरू समाधानमा सक्षम बनाउन खोजिएको छ । प्रिज्म र पिरामिडमा पनि Right prism र Right pyramid का बारेमा मात्र सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलापद्वारा समस्या समाधानमा जोड दिइने छ । यसैले प्रिज्म र पिरामिड भन्नेबितिकै समकोणीय प्रिज्म र समकोणीय पिरामिडलाई जनाउँछ । पिरामिड र प्रिज्मको पूरा सतहको क्षेत्रफल र आयतन आदि समस्याहरूकोसमाधान पनि यस एकाइमा अध्ययन अध्यापन गरिने छ । यसका लागि प्रिज्म, पिरामिड, सोली र अर्धगोला आदिको ठोस मोडेलहरू बनाई त्यससंग सम्बन्धी समस्याहरूको समाधानमा जोड दिइएको छ । शिक्षण सिकाइका लागि शैक्षिक सामग्री तथा मोडेलको प्रयोगविनाको शिक्षण कोरा सैद्धान्तिक हुने हुँदा प्रभावकारी एवम् अर्थपूर्ण सिकाइका लागि पनि यसको आवश्यकतामा जोड दिइएको हो । मोडेल तथा सामग्रीको निर्माणका विभिन्न तरिकाहरू छन् ती मध्ये स्थानीय र खेर गएका वस्तुहरूको प्रयोगबाट ठोस वस्तुका विभिन्न नमुना निर्माण गर्नु पनि यसको उद्देश्य हो, जस्तैः एउटा आयताकार कागजलाई दुई पटक पट्याएर सामान्य प्रिज्मको नमुना तयार गर्न सकिन्छ । यसको नमुनाबाट विद्यार्थीहरूलाई प्रत्यक्ष अवलोकन गराई सबै प्रकारका सतह तथा आयतन निकाल्न आवश्यक पर्ने सूत्रहरू खोजि गराउन सकिन्छ । यहाँ छायाँ पारेको भागमा गम/फेबिकल प्रयोग गरी टाँस्दा त्रिभुजाकार आधार भएको प्रिज्म तयार हुन्छ ।

अनुरूप र समानान्तर दुई विपरीत बहुभुज भएका तिन आयामिक ठोस वस्तुलाई प्रिज्म (prism) भनिन्छ । यसका अन्य सतहहरू आयताकार हुन्छन् । बहुभुज आधार भएको र अन्य छड्के सतहहरूको एउटा साझा शीर्षबिन्दु भएको त्रिआयामिक (Three dimensional) ठोस वस्तुहरूलाई पिरामिड (pyramid) भनिन्छ । कक्षा



१० का विद्यार्थीहरूलाई वर्ग आधार भएको पिरामिड र त्यससंग सम्बन्धी समस्याहरूको समाधानमा सक्षम बनाउनु यस एकाइको उद्देश्य हो । कुनै पनि प्रिज्मको शीर्ष भागको मध्य बिन्दुबाट लम्ब बनाउँदा आधारको ठिक बिचमा लम्ब पर्छ भने त्यस्तो प्रिज्मलाई Right prism भनिन्छ । त्यस्तै गरी पिरामिडको शीर्ष बिन्दुबाट लम्ब तानियो भने आधारको ठिक बीच भागमा लम्ब पर्छ भने त्यस्तो पिरामिडलाई Right pyramid भनिन्छ ।

7.2 सक्षमता

नियमित ठोस वस्तुहरू प्रिज्म, पिरामिड, बेलना, गोला, अर्धगोला र सोलीको सतहको क्षेत्रफल तथा आयतन सम्बन्धी समस्या समाधान

7.3 सिकाइ उपलब्धि

विभिन्न आकारका ठोस वस्तुहरू त्रिभुजाकार प्रिज्म, पिरामिड, बेलना, गोला, अर्धगोला र सोलीको सतहको क्षेत्रफल र आयतन सम्बन्धी समस्याहरू समाधान गर्न ।

DRAFT

कारखाना, निर्माण कार्य जस्ता अवस्थामा उल्लिखित ज्यामितीय वस्तु वा आकारहरूका (Geometricalshapes) गुणको प्रयोगबाट आवश्यक परिमाणको अनुमान लागत अनुमान जस्ता समस्याहरूको सङ्कलन र समाधान गर्न ।

7.4 विषयवस्तुको विभाजन

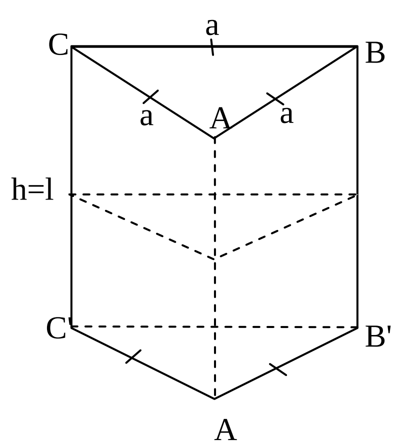
घन्टी	विषय वस्तु	सिकाइ सामग्री
1	प्रिज्मको परिचय र यसको क्षेत्रफल तथा आयतन	स्केल, पेन्सिल, कम्पास, फेबिकल, कार्डबोर्ड पेपर, साइनपेन,प्रिज्म, पिरामिड, सोली तथा तिनीहरूको संयुक्त ठोस वस्तुहरूको मोडेलहरू, सूत्रहरूको चार्ट
2	प्रिज्मको सतहको क्षेत्रफल र आयतन सम्बन्धी समस्या समाधान	
3	प्रिज्मको सतहको क्षेत्रफल र आयतन सम्बन्धी समस्या समाधान	
4	पिरामिडको सतहको क्षेत्रफल र आयतन	
5	पिरामिडको सतहको क्षेत्रफल र आयतन सम्बन्धी समस्या समाधान	
6	पिरामिड र प्रिज्म तथा सोली र बेलनाको संयुक्त ठोस वस्तुको अध्ययन	
7	पिरामिड र प्रिज्म तथा सोली र बेलनाको संयुक्त ठोस वस्तुको अध्ययन	
8	ज्यामितीय र वस्तुहरूको गुणहरूको प्रयोगबाट आवश्यक परिमाण लगत अनुमान सम्बन्धी समस्या समाधान	
9	ज्यामितीय वस्तुहरूको समस्या सम्बन्धी	
10	ज्यामितीय वस्तुहरूको समयस्या सम्वन्धी	
11	एकाइ परीक्षा	प्रश्न पत्र

DRAFT

घन्टी: 1

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

प्रिज्मको सतहको क्षेत्रफल तथा आयतन :



(क) प्रिज्मको मोडेल प्रस्तु गर्दै विद्यार्थीहरूसँग निम्न प्रश्नहरू गरी सिकाइ सहजीकरण गर्नुहोस् :

(a) दिइएको प्रिज्मको मोडेलमा कति वटा सतहहरू छन् ? बताउनुहोस् ।

(b) ती सतहहरू कुन कुन प्रकारका छन्, बताउनुहोस् ।

(c) प्रत्येक सतहको क्षेत्रफल निकाल्न कुन कुन सूत्रहरू प्रयोग गर्नुपर्ला ? छलफल गरी निष्कर्ष बताउनुहोस् ।

(d) सबै सतहको क्षेत्रफललाई के भनिन्छ ? बताउनुहोस् ।

(e) प्रिज्मका किनारा (lateral) को सतह (surface) को निकाल्न कुन सूत्र प्रयोग गर्नु पर्ला, बताउनुहोस् ।

(f) त्यसको आयतन पत्ता लगाउन कुन सूत्र प्रयोग गरिन्छ ? खोजी गर्नुहोस् ।

(g) क्रस सेक्सनको क्षेत्रफल कसरी निकालिन्छ, बताउनुहोस् ।

(ख) माथिका प्रश्नहरूको छलफलपछि निम्न निष्कर्ष निकाल्न सिकाइ सहजीकरण गर्नुहोस् ।

(a) प्रिज्मको किनारा आयताकार हुने भएकाले तिनीहरूको क्षेत्रफल $(A_1) = ah+bh+ch$

अर्थात किनाराको सतहको क्षेत्रफल (LSA) = $h(a+b+c) = hp[\because a+b+c=p]$

प्रिज्मको आधार समबाहु त्रिभुज भए (LSA) = 3ah हुन्छ । जहाँ a=b=c हुन्छ ।

प्रिज्मको आधार समद्विबाहु त्रिभुज भए (LSA) = h(2a+b) हुन्छ । जहाँ a = c हुन्छ ।

(b) प्रिज्मको आधारसंग क्रस सेक्सन बराबर र समानान्तर हुने भएकोले प्रिज्मको आधारको क्षेत्रफललाई क्रस सेक्सन क्षेत्रफल (cross- sectional area) भनिन्छ ।

∴ समबाहु त्रिभुजको क्षेत्रफल (A)=$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$, जहाँ a= भुजाको नाप हो ।

समद्विबाहु त्रिभुजको क्षेत्रफल (A) =$\frac{1}{4}b\sqrt{4a^2-b}$, जहाँ, b= त्रिभुजको आधार भुजा र a= बराबर भुजाको नाप हुन ।

विषयबाहु त्रिभुजको क्षेत्रफल (A)=$\frac{1}{2}\times b\times h^1$, जहाँ b= त्रिभुजको आधार भुजा र h भनेको त्रिभुजको उचाइ हो ।

तसर्थ त्रिभुजाकार प्रिज्मको पूरासतहको क्षेत्रफल

(TSA) $= 2\left(\frac{1}{2}\times b\times h^1\right)+h(a+b+c)$

$= bh+hp$, जहाँ p= आधारको परिमिति

h= प्रिज्मको उचाइर h^1= आधार त्रिभुजको उचाइ

अथवा (TSA)= bh^1+lp पनि लेख्न सकिन्छ । जहाँ l=h= प्रिज्मको उचाइ वा लम्बाइ

विषमबाहु त्रिभुज आधार भएको अवस्थामा (TSA)=

$$2\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}+pl$$

समद्विबाहु त्रिभुज आधार भएको अवस्थामा, (TSA)=$2\left(\frac{b}{4}\sqrt{4a^2-b^2}\right)+l(2a+b)$

$$=\frac{1}{2}b\sqrt{4a^2-b^2}+l(2a+b)$$

समबाहु त्रिभुज आधार भएको अवस्थामा, (TSA) = $2\left(\frac{3}{4}a^2\right)+3al$

DRAFT

$$=\left(\frac{3}{2}a^2\right)+3al$$

प्रिज्मको आयतन (V)= आधारको क्षेत्रफल × लम्बाइ

$\therefore$V= Ah अथवा Al, जहाँ, h=l प्रिज्मको लम्बाइ वा उचाइ

2. मूल्याङ्कन (Evaluation)

(क) एउटा प्रिज्मको आधारका भूजाहरूको नाप क्रमश: 3 से.मि., 4 से.मि. र 5 से.मि. तथा त्यसको लम्बाइ 6 से.मि. छ भने उक्त त्रिभुजाकार प्रिज्मको पूरा सतहको क्षेत्रफल र आयतन पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ख) कक्षा 10 को गणित किताबको पूरा सतहको क्षेत्रफल र आयतन पत्ता लगाउनुहोस् ।

3. परियोजना कार्य (Project Work)

(क) विद्यार्थीहरूको घरमा भएका विभिन्न प्रिज्मकार ठोस वस्तुहरूको सूची बनाउन लगाइ कम्तीमा तिन ओटा प्रिज्मकार ठोसवस्तुको पूरा सतहको क्षेत्रफल र आयतन निकाल्न लगाउनुहोस् ।

(ख) अभ्यास 7.1 प्रश्न नम्बर 1,2,3 हल गर्न लगाउनुहोस् ।

घन्टी : 2

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

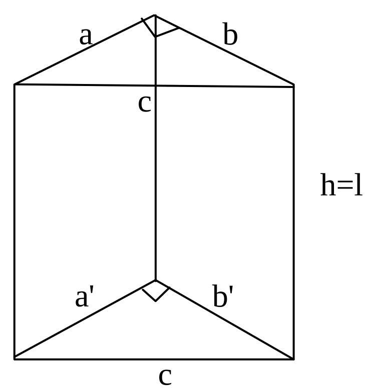
प्रिज्मको सतहको क्षेत्रफल र आयतन सम्बन्धी समस्या समाधान

(क) प्रिज्मको मोडेल प्रस्तुत गर्दै विद्यार्थीहरूको ध्यानाकर्षणका साथ तल दिइएको प्रश्नहरू सोध्नुहोस् :

(a) प्रिज्म भनेको के हो ? यसका उदाहरणहरू बताउनुहोस् ।

(b) प्रिज्मको आयतन निकाल्न प्रिज्मको कुन सतहको क्षेत्रफल र लम्बाइको नाप आवश्यक हुन्छ ? विद्यार्थीहरूलाई छलफल गराउनुहोस् ।

(c) छलफलको निष्कर्ष सोध्दै कुनै पनि प्रिज्मको आयतन निकाल्न प्रिज्मको आधारको क्षेत्रफल र त्यसको ठाडो उचाइको नाप आवश्यक हने कुरा विद्यार्थीहरूलाई सहजीकरण गर्नुहोस् ।



(d) अत: प्रिज्मको आयतन

(V)= प्रिज्मको आधारको क्षेत्रफल× प्रिज्मको उचाइ

$\therefore$ V=Ah वा Al वर्ग एकाइ हुन्छ ।

(ख) समकोणी त्रिभुजाकार आधार भएको प्रिज्मको आधारको भुजामध्ये सबभन्दा लामो भुजाको नाप 10 से.मि. अन्य एउटा भुजाको नाप 6 से.मि. तथा उक्त प्रिज्मको उचाइ 20 से.मि. का छन् भने सो प्रिज्मको आधारको क्षेत्रफल र आयतन निकाल्नुहोस् ।

समाधान

समकोण त्रिभुजको बाँकी भुजा = ?

समकोण त्रिभुजको कर्ण भुजा = 10 से.मि.

अन्य एउटा भुजाको नाप = 6 से.मि.

DRAFT

प्रिज्मको ठाडो उचाइको नाप = 20 से.मि.

प्रिज्मको आयतन (V) = ?

प्रिज्मको आधारको क्षेत्रफल (A) =?

समकोण त्रिभुजको बाँकी भुजा $= \sqrt{(10)^2 - (6)^2}$

$= \sqrt{(100 - 36)}$ (से.मि.)^2

$= \sqrt{(64)}$ (से.मि.)^2

$=$ 8 से.मि.

तसर्थ प्रिज्मको आधारको क्षेत्रफल (A) $= \frac{1}{2} \times 6$ से.मि.×8 से.मि.

= 24 वर्ग से.मि.

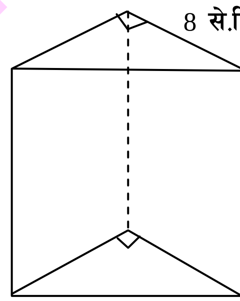
प्रिज्मको आयतन (V) = आधारको क्षेत्रफल × ठाडो उचाइ

= 24 वर्ग से.मि. × 20 से.मि.

= 480 घन से.मि.

(ग) दिइएको त्रिभुजाकार प्रिज्मको आयताकार सतहको क्षेत्रफल 288 वर्ग से.मि. छ । उक्त प्रिज्मको आयतन पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान



यहाँ, समकोण त्रिभुजका बाँकी भुजा$= \sqrt{10^2 - 8^2}$ से.मि.

$= \sqrt{100 - 64}$से.मि.

$= \sqrt{36}$ से.मि.

$= 6$ से.मि.

त्रिभुजका भुजाहरूको नाप a,b,c र प्रिज्मको ठाडो उचाइ h मान्दा आयताकार प्रिज्मको क्षेत्रफल = (a+b+c)h वर्गहुन्छ ।

∴(a+b+c)h = 288

अथवा (6+8+10)h= 288

अथवा h$= \frac{288}{24}$ = 12 से.मि.

∴ प्रिज्मको ठाडो उचाइ (h)= 12 से.मि.

प्रिज्मको आधारको क्षेत्रफल $= \left(\frac{1}{2} \times 6 \times 8\right)$ (से.मि.)^2(∴समकोण △ भएकाले)

$= 24$ (से.मि)^2

प्रिज्मको आयतन (v) = आधारको क्षेत्रफल ×ठाडो उचाइ

= 24 (से.मि.)^2×12 से.मि.

= 288(से.मि.)^3

= 288 घन से.मि.

DRAFT

2. **मूल्याङ्कन (Evaluation)**

(क) विद्यालयको क्षेत्रफल रहेका कुनै एउटा प्रिज्मकार ठोस वस्तुको खोजी गर्न लगाई उक्त प्रिज्मको आयतन निकाल्न लगाउनुहोस् ।

(ख) कक्षा 10 को विज्ञान किताबको पूरा सतहको क्षेत्रफल र आयतन निकाल्न लगाउनुहोस् ।

3. **गृहकार्य (Homework)**

(क) एउटा A_4 साइजको पेपरबाट वर्गाकार आधार भएको प्रिज्म कति तरिकाले बनाउन सकिन्छ ? बनाउन लगाई प्रत्येक प्रिज्मको आयतन तुलना गर्न लगाउनुहोस् ।

(ख) अभ्यास 7.1 को प्रश्न नम्बर 4,5 र 6 हल गर्न लगाउनुहोस् ।

घन्टी : 3

1. **सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप**

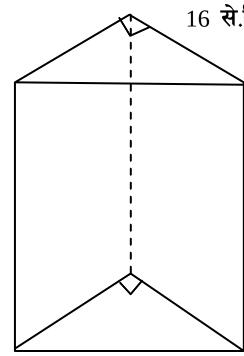
प्रिज्मको सतहको क्षेत्रफल र आयतन सम्बन्धी समस्या

(क) दिइएको त्रिभुजाकार आधार भएको प्रिज्मको आयताकार सतहको क्षेत्रफल र आयतन निकाल्नुहोस्।

समाधान

यहाँ,

समकोण त्रिभुजको बाँकी भुजा,



$= \sqrt{(20)^2 - (16)^2}$ से.मि.

$= \sqrt{400 - 256}$ से.मि.

$= \sqrt{144}$ से.मि.

$=12$ से.मि.

तसर्थ प्रिज्मको आयताकार सतहको क्षेत्रफल,

$A_1 = (20+16+12)\times25$ (से.मि.)^2

$=48\times25$ वर्ग से.मि.

$=1200$ वर्ग से.मि.

प्रिज्मको आधारको क्षेत्रफल (A_2)= $\left(\frac{1}{2} \times 16 \times 12\right)$(से.मि.)^2

$=96$ वर्ग से.मि.

$\therefore$ प्रिज्मको आयतन (V) = आधारको क्षेत्रफल $\times$ ठाडो उचाइ

$= (96\times25)$ (से.मि.)^3

$= 2400$ घन से.मि.

(ख) समबाहु त्रिभुजाकार आधारको भुजाको नाप 8 से.मि. र आयतन 576 घन से.मि. भएको प्रिज्मको उचाइ पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान

DRAFT

यहाँ, समबाहु त्रिभुजको भुजाको नाप (a)= 8 से.मि.

समबाहु त्रिभुजाकार प्रिज्मको आयतन (v) = 576 घन से.मि.

समबाहु त्रिभुजको क्षेत्रफल (A)=$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ वर्ग एकाइ हुन्छ ।

$$\therefore (A) = \frac{\sqrt{3}}{4} \times (8 \text{ से.मि.})^2$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 64 \text{ वर्ग से.मि.}$$

$$= 16\sqrt{3} \text{ वर्ग से.मि.}$$

प्रिज्मको आयतन (V) = आधारको क्षेत्रफल × ठाडो उचाइ

$\therefore 576$ (से.मि.)^3 = $16\sqrt{3} \times h$ (से.मि.)^2

अथवा,h = $\frac{576}{16\sqrt{3}}$ (से.मि.)^3

=$\frac{36}{\sqrt{3}}$ से.मि. (से.मि.)^3

=$\frac{12\times\sqrt{3}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$ से.मि. ($\because 36 = 12 \times \sqrt{3} \times \sqrt{3}$)

$\therefore$ प्रिज्मको ठाडो उचाइ (h) = $12\sqrt{3}$ से.मि.

2. मूल्याङ्कन/प्रतिबिम्बन(**Evaluation/Reflection)**

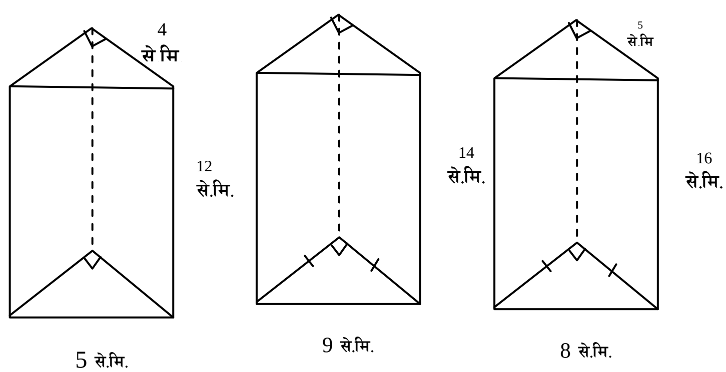
(क) एउटा समबाहु त्रिभुजाकार प्रिज्मको ठाडो उचाइ $6\sqrt{3}$ से.मि. र आधारको भुजा 6 से.मि.भए उक्त प्रिज्मको पूरा सतहको क्षेत्रफल र आयतन पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ख) यदि समबाहु त्रिभुजाकार प्रिज्मको आधारको भुजाको नाप 8 से.मि. र ठाडो उचाइ $12\sqrt{3}$ से.मि. भए उक्त प्रिज्मको आयताकार सतहको क्षेत्रफल र आयतन पत्ता लगााउनुहोस् :

3. गृहकार्य **(Homework)**

(क) आयताकार सतहको क्षेत्रफल र आयतनको अङ्क गणितीय परिमाण बराबर हुने एउटा प्रिज्मको मोडेल तयार गर्न लगाउनुहोस् ।

(ख) तल दिइएका प्रिज्मको आयताकार सतहको क्षेत्रफल र आयतन निकाल्न लगाउनुहोस् ।



DRAFT

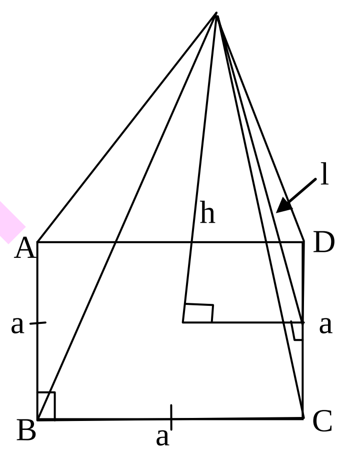
(ग) एउटा प्रिज्मको आधारको भुजाहरू क्रमश:5 से.मि. र 7से.मि. छन् । यदि उक्त प्रिज्मको उचाइ 15 से.मि. भए उक्त प्रिज्मको आयताकार सतहको क्षेत्रफल, पूरा सतहको क्षेत्रफल र आयतन निकाल्न लगाउनुहोस् ।

घन्टी: 4

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

पिरामिडको सतहको क्षेत्रफल र आयतन

(क) वर्ग आधार भएको एउटा पिरामिडको मोडेल र पिरामिडको चित्रसहितको चार्ट प्रस्तुत गर्दै विद्यार्थीहरूसँग निम्न प्रश्नहरू समूहमा छलफल गराइ निष्कर्ष प्रस्तुत गराउनुहोस् :



(a) दिइएको पिरामिडका मोडेलमा कति प्रकारका सतहहरू छन् ? ती सतहहरूको आकार कस्ता प्रकारका छन्, बताउनुहोस् ।

(b) पिरामिडको आधारको वर्गको क्षेत्रफल कति हुन्छ, बताउनुहोस् ।

(c) पिरामिडको आधार भुजामा उभिएका सतहहरू कुन साझा विन्दुमा मिलेका छन् ?

(d) पिरामिडको चारै ओटा त्रिभुजको सतहको क्षेत्रफललाई के भनिन्छ, बताउनुहोस् ।

(e) पिरामिडको छड्के उचाइ (slant height) l र आधार भुजा a दिइएको अवस्थामा पिरामिडको छड्के सतहको क्षेत्रफल कति हुन्छ, बताउनुहोस् ।

(ख) पिरामिडको चार ओटा छड्के सतह भएको हुँदा छड्के सतहको क्षेत्रफल $= 4(\frac{1}{2}\times$आधार$\times$छड्के उचाइ)

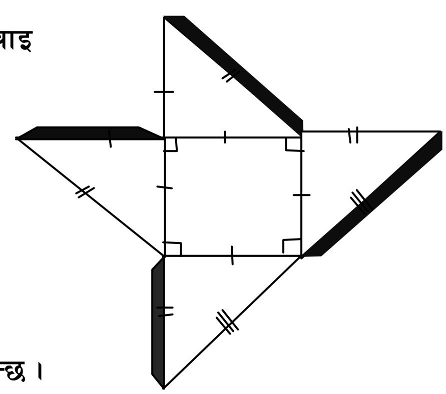
$= 2al$वर्ग एकाइर आधारको क्षेत्रफल = (भुजा)^{2}वर्ग एकाइ

$=a^2$वर्ग एकाइ

तसर्थ वर्गाकार पिरामिडको पूरा सतहको क्षेत्रफल (TSA) $= 2al+a^2= a(2l+a)$

(ग) पिरामिडको आयतन $(v)= \frac{1}{3}\times$ आधारको क्षेत्रफल$\times$ठाडो उचाइ

$= \frac{1}{3}Ah$



(घ) $V= \frac{1}{3}Ah$प्रमाण्ति गर्न दिइएको जाली (net) को आधारमा तिन ओटा वर्ग आधार भएको पिरामिड बनाउन लगाउनुहोस् ।

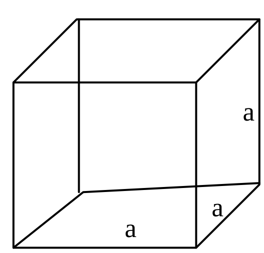
(ङ) तिन ओटा पिरामिडबाट एउटा घन तयार हुन्छ ।

(च) तसर्थ तिन ओटा पिरामिडको आयतन बराबर एउटा घन हुन्छ ।

(छ) तिन ओटा पिरामिडको आयतन = एउटा घनको आयतन

अथवा $3v = Ah$

अथवा $v = \frac{1}{3}Ah$



DRAFT

∴ पिरामिडको आयतन (v)=$\frac{1}{3}$×आधारको क्षेत्रफल×ठाडो उचाइ हुन्छ ।

(ज) आधार भुजाको नाप 6 से.मि. र ठाडो उचाइ 4 से.मि. भएको एउटा वर्गाकार पिरामिडको पुरा सतहको क्षेत्रफल र आयतन निकाल्नुहोस् ।

समाधान

यहाँ, आधारको भुजा (a) =6 से.मि.

ठाडो उचाइ (h) = 4 से.मि.

∴ छड्के उचाइ (l) $=\sqrt{\left(\frac{6}{2}\right)^2+(4)^2}$

$=\sqrt{9+16}$

$=\sqrt{25}$

∴ $l = 5$ से.मि.

अत: पिरामिडको पूरा सतहको क्षेत्रफल(T..S.A) $= 2al + a^2$

$= a(2l + a)$

$= 6(2\times5+6)$

$= 6(10+6)$

$= 6\times16$

∴ $T.S.A$ =96 से.मि.

र पिरामिडको आयतन (v) $=\frac{1}{3}\times Ah$

$=\frac{1}{3}\times(6)^2\times4$ (से.मि.)^3

$=\frac{1}{3}\times36\times4$ (से.मि.)^3

$=12\times4$ घन से.मि.

∴ $v = 48$ घन से.मि.

2. मूल्याङ्कन (Evaluation)

(क) एउटा वर्गाकार पिरामिडमा कति ओटा सतहहरू हुन्छन् ?

(ख) प्रत्येक वर्गाकार पिरामिडका छड्के सतह कति ओटा हुन्छन् ? ती कस्तो आकारका हुन्छन्, बताउनुहोस ।

(ग) वर्गाकार पिरामिडको आधारको भुजाको नाप 8 से.मि. र ठाडो उचाइ 3 से.मि.छन् । उक्त पिरामिडको पुरा सतहको क्षेत्रफल र आयतन निकाल्नुहोस् ।

3. परियोजना कार्य (Project Work)

DRAFT

(क) चार चार जना विद्यार्थीहरूको समुहमा क्रियाकलापमा दिइएका जालीको आधारमा चार ओटा वर्गाकार पिरामिडहरू बनाउन लगाउनुहोस् र ती पिरामिडहरूको प्रयोगबाट सिकाइ सहजीकरणमा के कस्ता मोडेलहरू निर्माण गर्न सकिएला ? छलफलबाट निष्कर्ष निकाल्न लगाउनुहोस् ।

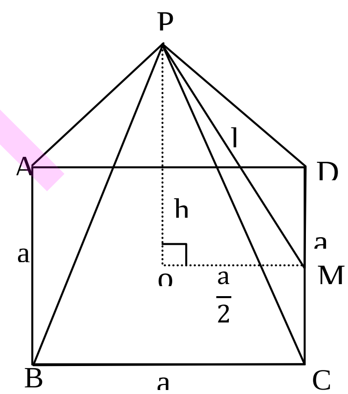
(ख) पिरामिडको आयतन (v)= $\frac{1}{3}Ah$ सुत्र खोजी गर्न के अन्य उपायहरू छन् ? खोजी गर्नु/गराउनुहोस् ।

घन्टी : 5

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

पिरामिडको सतहको क्षेत्रफल र आयतन सम्बन्धी समस्या

(क) एउटा वर्गाकार पिरामिडका आधारको भुजाको नाप a एकाइ र ठाडो उचाइको नाप h एकाइ छन् । उक्त पिरामिडको पूरा सतहको क्षेत्रफल र आयतन पत्ता लगाउनुहोस् ।



समाधान

यहाँ, आधारको भुजाको नाप = a एकाइ

पिरामिडको ठाडो उचाइ =h एकाइ

पिरामिडको छड्को उचाइ = l एकाइ भन्दा

पिरामिडको छड्के सतहको क्षेत्रफल = 4 ओटा त्रिभुजको क्षेत्रफल

$= 4(\frac{1}{2} \times al)$

$= 2al$

छड्के (l)= $\sqrt{(OP)^2 + (OM)^2}$

$= \sqrt{h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2}$

$= \sqrt{\frac{4h^2 + a^2}{4}}$

$= \frac{1}{2}\sqrt{4h^2 + a^2}$

∴ पिरामिडको छड्के सतहको क्षेत्रफल (L.S.A) $= 2a \times \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + 4h^2}$

$= a\sqrt{a^2 + 4h^2}$ वर्ग एकाइ

पूरा सतहको क्षेत्रफल (T.S.A) = आधारको क्षे.+ छड्के सतहका क्षे.

$= a^2 + a\sqrt{a^2 + 4h^2}$ वर्ग एकाइ

$\therefore T.S.A = a(a + \sqrt{a^2 + 4h^2})$

DRAFT

पिरामिडको आयतन (v)= $\frac{1}{3}a^2h$ घन एकाइ

(ख) एउटा वर्गाकार पिरामिडको आधारको भुजाको नाप 12 से.मि. र ठाडो उचाइ 8 से.मि. भए उक्त पिरामिडको पूरा सतहको क्षेत्रफल र आयतन पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान

यहाँ, पिरामिडको आधारको भुजा (a) = 12 से.मि.

पिरामिडको ठाडो उचाइ (h) = 8 से.मि.

पिरामिडको पूरा सतहको क्षे. (T.S.A)= $a\left(a+\sqrt{a^2+4h^2}\right)$ वर्ग एकाइ

$= 12\left(12+\sqrt{12^2+4\times 8^2}\right)$ वर्ग से.मि.

$= 12\left(12+\sqrt{400}\right)$ वर्ग से.मि.

$= 12(12+20)$ वर्ग से.मि.

$= 348$ वर्ग से.मि.

पिरामिडको आयतन (v)= $\frac{1}{3}a^2h$ घन एकाइ

$= \frac{1}{3}\times(12)^2\times 8$ घन से.मि.

$= \frac{1}{3}\times 144\times 8$ घन से.मि.

$= (48\times 8)$ घन से.मि.

$= 348$ घन से.मि.

2. मूल्याङ्कन **(Evaluation)**

(क) पिरामिडको आधारको भुजाको नाप र उचाइको नाप मात्र दिइएको आवस्थामा वर्गाकार पिरामिडको छड्के सतहको क्षेत्रफल र पूरा सतहको क्षेत्रफल निकाल्न कुन कुन सुत्रहरू प्रयोग गर्न सकिन्छ ? बताउनुहोस् ।

(ख) आधारको भुजाको लम्बाइ 16 से.मि. र ठाडो उचाइ 6 से.मि. भएको एउटा पिरामिडको छड्के सतहको क्षेत्रफल र आयतन पत्ता लगाउनुहोस् ।

3. गृहकार्य **(Homework)**

(क) एउटा यस्तो पिरामिडको नमुना तयार गर्नुहोस् । जसमा पूरा सतहको क्षेत्रफल र आयतनको मान सङ्ख्या बराबर हुन्छ ।

(ख) पेपर फोल्डिङबाट वर्गाकार पिरामिडको मोडेल तयार गरी उक्त पिरामिडको आयतन र छड्के सतहको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् ।

(ग) वर्गाकार पिरामिडको छड्के सतहको क्षेत्रफल 240 वर्ग से.मि. र त्यसको आधारको भुजाको नाप 12 से.मि. भए उक्त पिरामिडको पूरा सतहको क्षेत्रफल र आयतन पत्ता लगाउनुहोस् ।

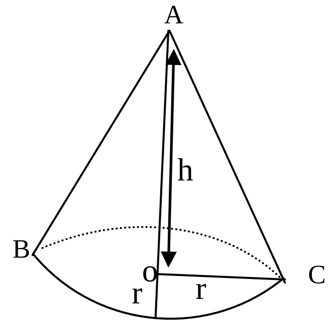
(घ) अभ्यास 7.2 को प्रश्न न. 9,10,11,12 हल गर्नुहोस् ।

DRAFT

घन्टी : 6

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

सोलीको सतहको क्षेत्रफल र आयतन सम्बन्धी समस्याहरु



(क) एउटा सोलीको मोडेल प्रस्तुत गर्दै सोलीलाई काटेर फिजाउँदा वृत्तको क्षेत्रक (sector) कसरी बन्छ ? छलफल र प्रदर्शनबाट स्पष्ट पार्नुहोस् ।

(ख) सोलीको बक्र रेखाले सोलीको परिधि (circumference) प्रतिनित्व गर्दछ । तसर्थ $C = 2\pi r$ एकाइ हुन्छ ।

(ग) क्षेत्रकलालाई काटेर चित्र न. (iii) मा देखाए जस्तै आयताकार बनाउँदा सुरुको सोलीको छड्के उचाइ (slantheight) l आयताकार वस्तुको लम्बाइ (l) र सोलीको परिधिको आधा भाग आयताकार वस्तुको चौडाइ बन्छ । तसर्थ उक्त आयताकार वस्तुको क्षेत्रफल $= b \times l$

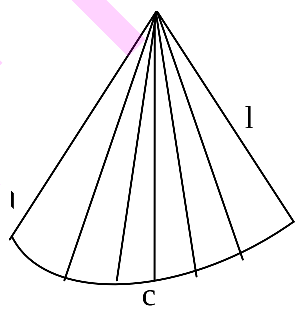
$= \pi r l$

(घ) तसर्थ सोलीको बक्र सतहको क्षेत्रफल= $\pi r l$ र

सोलीको आधारको क्षेत्रफल $= \pi r^2$ हुन्छन् ।

$\therefore$ सोलीको पूरा सतहको क्षेत्रफल (TSA) $= \pi r^2 + \pi r l$

$= \pi r(r + l)$ हुन्छ ।



चित्र न. 1

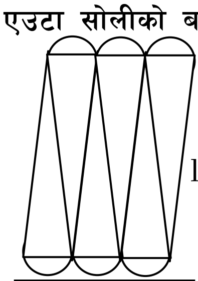
(ङ) सोलीको आयतन (v) $= \frac{1}{3} \times$ आधारको क्षेत्रफल $\times$ उचाइ

$v = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

यहाँ, h= सोलीको ठाडो उचाइ

r= सोलीको आधारको अर्धव्यास

(च) आधारको अर्धव्यास (r)= 3 से.मि.र ठाडो उचाइ (h)= 4 से.मि. भएको एउटा सोलीको बक्रसतहको क्षेत्रफल र आयतन पत्ता लगाउनुहोस् ।



चित्र न. 2

$$\frac{c}{2} = \frac{2\pi r}{2} = b$$

समाधान

सोलीको आधारको अर्धव्यास (r)= 3 से.मि.

सोलीको ठाडो उचाइ (h) = 4 से.मि.

$\therefore$ सोलीको छड्के उचाइ (l)=?

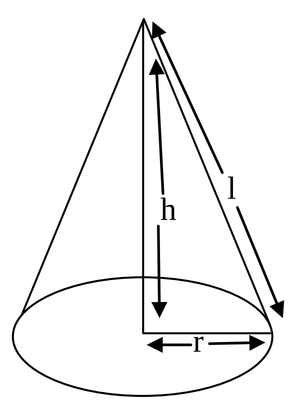
पाइथागोरस साध्यअनुसार,

$l = \sqrt{h^2 + r^2}$

$= \sqrt{4^2 + 3^2}$

$= \sqrt{16 + 9}$

$= \sqrt{25}$



चित्र न. 4

DRAFT

$\therefore l = 5$ से.मि.

अत: सोलीको बक्र सतहको क्षेत्रफल (CSA)= πrl

$$= \frac{22}{7} \times 3 \times 5 \text{ वर्ग एकाइ}$$

$$= 47.14 \text{ वर्ग से.मि.}$$

2. मूल्याङ्कन (Evaluation)

(क) सोलीको बक्र सतहको क्षेत्रफल निकाल्न प्रयोग गरिने सूत्रको खोजी गर्न गरिने सिकाइ क्रियाकलापको एउटा नमुना तयार गर्न लगाउनुहोस् ।

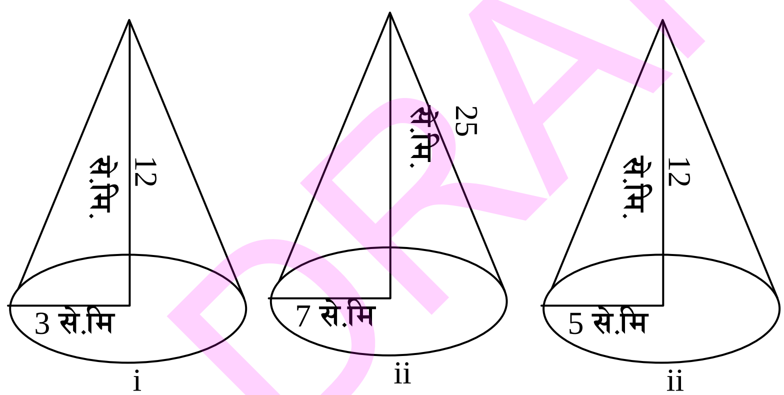
(ख) सालीको मोडेल तयार गर्न आवश्यक क्रियाकलापको एउटा नमुना तयार गर्न पार्नुहोस् ।

(ग) एउटा सोलीको आधारको परिधि (c) = 22 से.मि. र छड्के उचाइ (l)= 12.5 से.मि. भए उक्त सोलीको आयतन र आधारको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् ।

3. परियोजना कार्य/ गृहकार्य (Project Work/Homework)

(क) सोलीको आधारको परिधि र बेलनाको आधारको भित्री परिधि बराबर भए तिनीहरूको उचाइ बराबर भएका सोली र बेलनाको मोडेल तयार गर्न लगाउनुहोस् । दुवै मोडेलको आयतन निकाल्न लगाई आयतनको अनुपात निकाल्न लगाउनुहोस् । यसबाट नतिजा के आयो ? निष्कर्ष निकाल्न लगाउनुहोस् ।

(ख) निम्न नाप भएको सोलीको आयतन र पूरा सतहको क्षेत्रफल निकाल्न लगाउनुहोस् ।



(ग) अभ्यास 7.2 को प्रश्न न. 13,14 र 15 हल गर्न लगाउनुहोस् ।

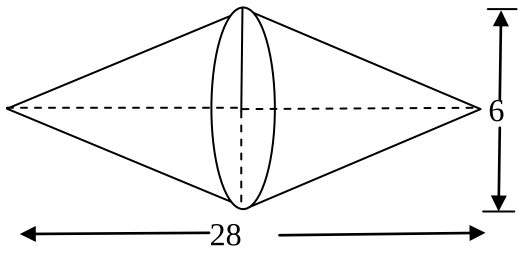
DRAFT

घन्टी : 7

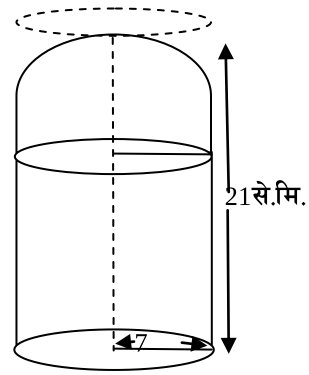
1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) संयुक्त ठोस वस्तुको आयतन र सतहको क्षेत्रफल 1. पिरामिड र प्रिज्म, सोली र बेलना तथा अर्धगोला र बेलनाको संयुक्त ठोस वस्तुहरूको छुट्टाछुट्टै मोडेल र तिनीहरूको चित्रहरू भएको चार्ट प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

(ख) कक्षाका विद्यार्थीहरूको सङ्ख्याको आधारमा समूह विभाजन गरी प्रत्येक समूहलाई चार्टमा दिइएका ठोस वस्तुहरूको आयतन र सतहको क्षेत्रफल निकाल्न लगाउनुहोस् । जस्तै: निम्न नापका संयुक्त ठोस वस्तुहरूको आयतन, किनारको क्षेत्रफल (lateral surface area) पूरा सतहको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् ।

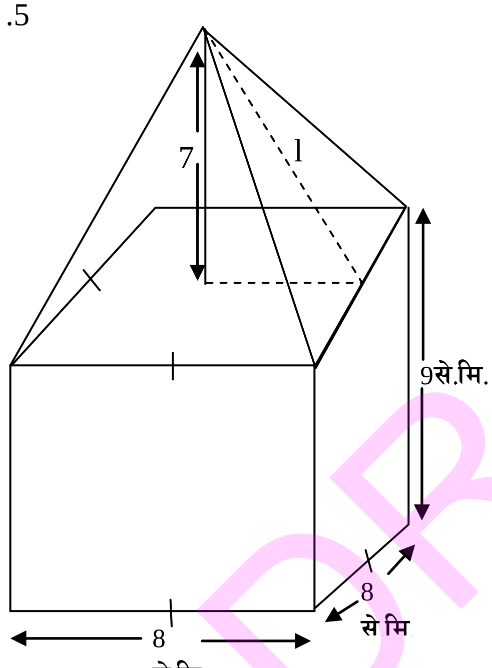


सोली र सोलीको संयुक्त
ठोस वस्तु
चित्र न. iv

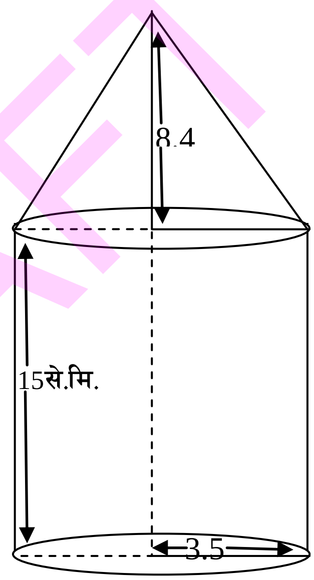


अर्ध गोला र बेलनाको संयुक्त
ठोस वस्तु
चित्र न. iii

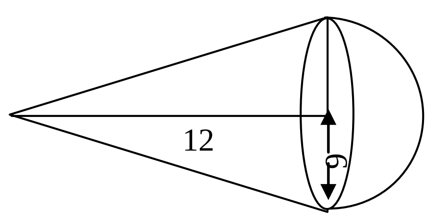
.5



पिरामिड र प्रिज्मको
संयुक्त ठोस वस्तुचित्र

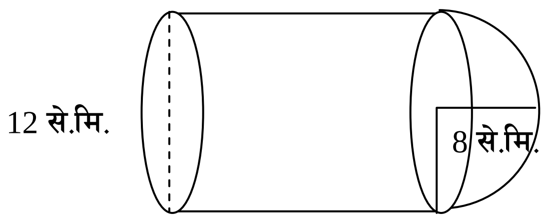


सोली र बेलनाको संयुक्त ठोस
वस्तु
चित्र न. ii

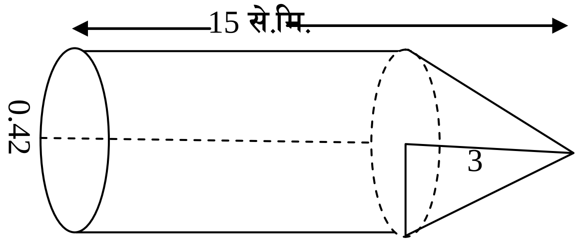


अर्धगोला र सोलीको संयुक्त वस्तु
चित्र न.vi

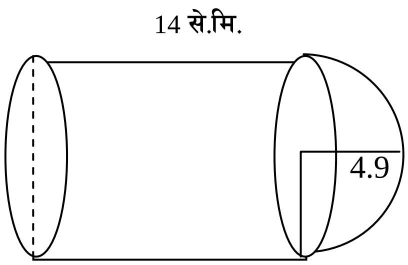
DRAFT



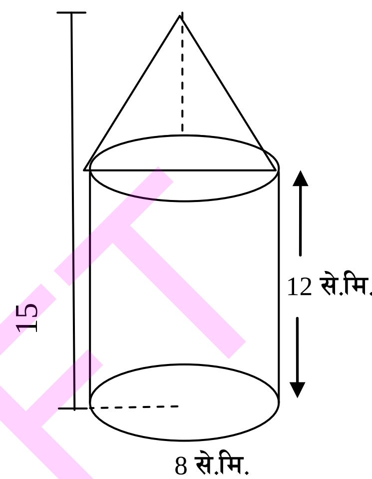
अर्धगोला र बेलनाको संयुक्त
चित्र न. viii



पेन्सिल चित्र न. v



अर्धगोला र बेलनाको संयुक्त वस्तु
चित्र न. vii



सोली र बेलनाको संयुक्त वस्तु
चित्र न. viii

DRAFT

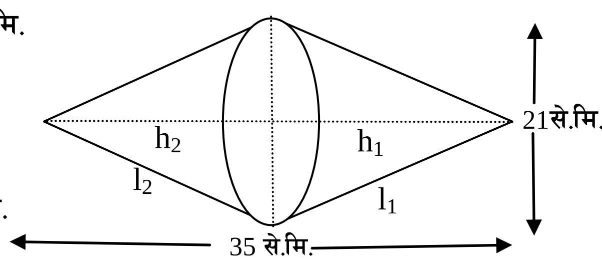
(ग) दुई ओटा सोलीको संयुक्त लम्बाइ 35 से.मि. र तिनीहरूको आधारको अर्धव्यास 10.5 से.मि. भए उक्त संयुक्त ठोस सोलीको आयतन र पूरा सतहको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् ।

समाधान

यहाँ, सोलीको आधारको अर्धव्यास (r)= 10.5 से.मि.

सोलीको संयुक्त लम्बाइ (h)= 35 से.मि.

संयुक्त सोलीको आयतन (v)=?



$\therefore v = \frac{1}{3}\pi r^2(h_1 + h_2)$ हुन्छ ।

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7}(10.5)^2 \times 35$ घन से.मि.

=4042.5 घन से.मि.

र संयुक्त सोलीको पूरा सतहको क्षेत्रफल (TSA)= $(\pi r l_1 + \pi r l_2)$ हुन्छ ।

$= \pi r(l_1 + l_2)$

यहाँ एउटा सोलीको ठाडो उचाइ (h_1)= 17 से.मि.मान्दा h_2= 18 से.मि.

$$\therefore l_1 = \sqrt{(17)^2 + (10.5)^2}\text{से.मि.} = 19.98\text{से.मि.}$$

$$\text{र}\ l_2 = \sqrt{(18)^2 + (10.5)^2}\text{से.मि.} = 20.84\ \text{से.मि.}$$

$$\therefore l_1 + l_2 = (19.98 + 20.84)\text{से.मि.}$$

$$= 40.82\ \text{से.मि.}$$

तसर्थ संयुक्त सोलीको पूरा सतहको क्षेत्रफल (TSA) $= \frac{22}{7} \times 10.5(40.82)$

$= 1347.06$ वर्ग से.मि.

2. मूल्याङ्कन (Evaluation)

(क) पिरामिड, प्रिज्म, सोली, बेलना र अर्धगोलाहरू मध्येबाट दुईदुई ओटाको संयुक्त ठोस वस्तुहरू कति प्रकारको बनाउन सकिएला ? त्यसको लागि के के आधारहरू आवश्यकता छन् ? अध्ययन अवलोकन गरी एउटा छोटो प्रतिवेदन तयार गर्न लगाउनुहोस् ।

(ख) बेलना र अर्धगोलाको आधारको अर्धव्यास 10.5 से.मि. तथा पूरा उचाइ 25.5 से.मि. भएको संयुक्त ठोस वस्तुको आयतन र पूरा सतहको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् ।

3. गृहकार्य (Homework)

(क) आधारको क्षेत्रफल बराबर हुने एउटा एउटा प्रिज्म र पिरामिडको मोडेल निर्माण गर्न लगाउनुहोस् । निर्माण गरिएका मोडेलको संयुक्त ठोस वस्तुको पूरा सतहको क्षेत्रफल र छुट्टाछुट्टै ठोस वस्तुको पूरा सतहको क्षेत्रफल निकाली जोड्दा के कस्तो प्रकारको भिन्नता पाइन्छ ? छलफल गराई भिन्नता पाइनुका कारण पत्ता लगाउन दिनुहोस् ।

(ख) बेलना र सोलीको आधारको क्षेत्रफल बराबर हुने गरी छुट्टाछुट्टै मोडेल निर्माण गर्न लगाउनुहोस् । यसरी निर्माण गरिएका मोडेलबाट संयुक्त ठोस वस्तुको मोडेल बनाउन दिइ उक्त संयुक्त ठोसवस्तुको पूरा सतहको क्षेत्रफल र छुट्टाछुट्टै मोडेलको पूरासतहको क्षेत्रफल निकाली जोड्दा तिनीहरू बीच के भिन्नता पाइन्छ, किन ? अध्ययन अवलोकन र छलफलको आधारमा निष्कर्ष निकाल्न लगाउनुहोस् ।

(ग) अभ्यास 7.2 को प्रश्न न. 16,17,18 हल गर्न लगाउनुहोस् ।

DRAFT

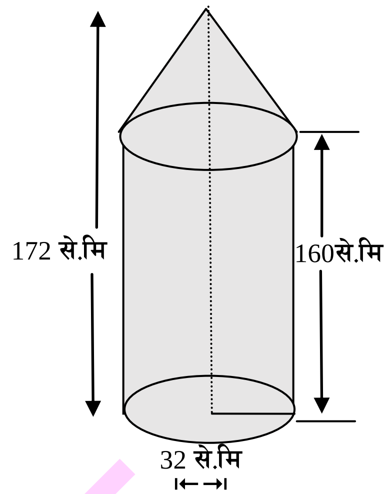
घन्टी : **8**

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

ज्यामितीय वस्तुहरू सम्बन्धी समस्याहरू

यहाँ ज्यामितीय वस्तुहरू भन्नाले कारखाना निर्माण कार्य जस्ता अवस्थामा उल्लिखित ज्यामितीय आकारका विभिन्न वस्तुहरू जनाउँछन् । जस्तै : ट्याङ्की निर्माण, इनार निर्माण, टेन्ट निर्माण, गेट निर्माण गर्दा लाग्ने लागत अनुमान, प्लास्टर, रङ्ग रोगन गर्दा लाग्ने अनुमाणित खर्च जस्ता समस्याहरूको सङ्कलन र समाधान गर्न आवश्यक सिपहरू विद्यार्थीहरूलाई हस्तान्तरण गर्ने कार्य पर्दछन् । साथै गणितलाई क्रियाकलापमुखी बनाई विद्यार्थीहरूको सक्षमता मापन गर्नका लागि पनि ज्यामितीय वस्तुहरूसंग सम्बन्धी समस्याहरूलाई जोड दिन खोजिएको छ । पाठ्यपुस्तक शिक्षक र विद्यार्थीका लागि स्रोत सामग्री मात्र भएको हुँदा क्षेत्रमितिका विषयवस्तुको शिक्षण स्थानीय स्तरका विषयवस्तुसँग तुलना गरेर पढाउनु आवश्यक छ । किताबका कुरा सैद्धान्तिक ज्ञानलाई व्यवहारसँग तुलना गरी पढाउन क्षेत्रमितिका विषयवस्तु अत्यन्त सान्दर्भिक छ, यसलाई गणित शिक्षकले ध्यान दिनु नितान्त आवश्यक छ ।

(क) चित्रमा सोली र बेलनाको संयुक्त ठोस वस्तुको एउटा पिलर छ । उक्त पिलरको आयतन र पूरा सतहको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् ।



समाधान

यहाँ, पिलरको आधारको व्यास (d)= 32 से.मि.

∴ पिलरको आधारको अर्धव्यास (r)= 16 से.मि.

सोलीको आधारको अर्धव्यास पनि 16 से.मि. नै हुन्छ ।

∴ सोलीको छड्के सतहको लम्बाइ (l)=?

यहाँ सोलीको उचाइ (h_1)=(172-160) से.मि.

= 12 से.मि.

$\therefore l = \sqrt{h_1^2 + r^2}$ से.मि.

$= \sqrt{(12)^2 + (16)^2}$ से.मि.

$= \sqrt{144 + 256}$ से.मि.

$= \sqrt{400}$ से.मि.

$= 20$ से.मि.

पिलरको पूरा सतहको क्षेत्रफल $= \pi r(2h + l)$ वर्ग एकाइ

$= \frac{22}{7} \times 16(2 \times 160 + 20)$ (से.मि.)^2

$= 17097.14$ वर्ग से.मि.

पिलरको आयतन (v) $= \pi r^2(h_1 + h_2)$ घन से.मि., $h_1 + h_2 = 172$ से.मि.

$= \frac{22}{7} \times (16)^2 \times 172$ घन से.मि.

$= 138386.29$ घन से.मि.

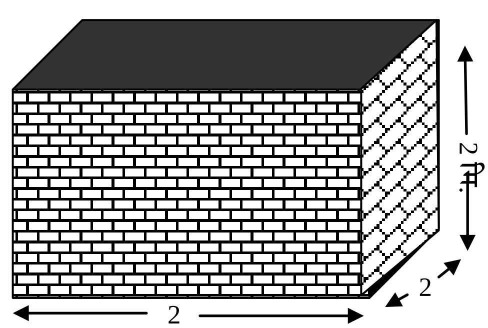
(ख) चित्रमा एउटा पानी टयाङ्कीको दिइएको छ । यदि पानी टयाङ्की नाप 2 मि.×2 मि. ×2 मि. भए उक्त टयाङ्कीमा कति हजार लिटर पानी अटाउँछन्, पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान

यहाँ, पानी टयाङ्कीको भित्री लम्बाइ (l)= 2 मि.

पानी टयाङ्कीको भित्री चौडाइ (b)= 2 मि.

पानी टयाङ्कीको भित्री उचाइ (h)= 2 मि.



तसर्थ पानीको आयतन,

(v) = टयाङ्कीको भित्री आयतन

=2मि.×2 मि.×2मि.

=8 (मि.)^3

1 घन मिटर पानी = 1000 लिटर पानी हुन्छ ।

DRAFT

अत: उक्त पानी टयाङ्कीमा 8000 लिटर पानी अटाउँछ ।

2. मूल्याङ्कन **(Evaluation)**

(क) बेलनाकार वस्तुमाथि सोली आकारको वस्तु भएको एउटा पिलरको नमुना तयार गरी त्यसको आयतन र पूरा सतहका क्षेत्रफल निकाल्न लगाउनुहोस् ।

(ख) दश हजार लिटर पानी अट्ने एउटा पानी टयाङ्कीको खाका तयार गर्न लगाउनुहोस् । तयार गरिएकोखाकाको आधारमा उक्त टयाङ्की बाहिर देखिने सतहको क्षेत्रफल निकाल्न लगाउनुहोस् ।

3. गृहकार्य **(Homework)**

(क) विभिन्न प्रकारका पिलरहरूको मोडेल तयार गर्न लगाई तिनीहरूको बाहिर देखिने सतहको क्षेत्रफल र आयतन निकाल्न लगाउनुहोस् ।

(ख) अभ्यास 7.3 को प्रश्न नं. 1 र 2 हल गर्न लगाउनुहोस् ।

घन्टी : 9

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

ज्यामितीय वस्तुहरूको समस्या सम्बन्धी

(क) अर्धव्यास 70 से.मि. र उचाइ 14 से.मि. को एउटा इनार खन्दा कति घन मिटर माटो बाहिर फाल्न लगाउनु पर्ला ? यदि प्रति घन मिटर माटो बाहिर फाल्न रु 550 पर्छ भने उक्त इनार खन्न कति रूपियाँ खर्च होला ? अनुमानित लागत निकाल्नुहोस् ।

समाधान

यहाँ, इनारको अर्धव्यास (r) = 70 से.मि.

= 0.7 मि.

इनारको उचाइ (h)= 14 मि.

प्रति घन मि. माटो फाल्न लाग्ने लागत खर्च (C)= रु.550

तसर्थ माटो फाल्न लाग्ने कुल लागत खर्च (T)= ?

सूत्रअनुसार,

इनारको माटोको आयतन (V) = इनारको आयतन हुन्छ ।

$= \pi r^2 h$ घन मि.

$= \frac{22}{7} \times (0.7)^2 \times 14$ घन मि.

$= 21.56$ घन मि.

माटो फाल्न लाग्ने लागत खर्च (T) = C×V

=रु. (550×21.56)

=रु. 11,858

(ख) एउटा टयाङ्कीको लम्बाइ, चौडाइ र क्रमश: 2.25 मि., 2.4 मि. र उचाइ 2 मि. छ । उक्त टयाङ्की खन्दा प्रति घन मिटर माटो फाल्न रु 500 ज्याला आवश्यक पर्छ भने कुल खर्च कति होला, निकाल्नुहोस् ।

DRAFT

समाधान

यहाँ, टयाङ्कीको आयतन (V) $= (2.25 \times 2.4 \times 2)$ घन मि.

$= 10.8$ घन मि.

तसर्थ माटोको आयतन $(v) = 10.8$ घन मि.

प्रति घन मि. माटो फाल्न लाग्ने खर्च $(c) =$ रु 500

माटो फाल्न लाग्ने कुल खर्च $(T) = ?$

$\therefore T = C \times V$

$=$ रु (500×10.8)

$=$ रु 5400

(ग) यस्तै प्रकारका प्रश्नहरू निर्माण गरी विद्यार्थीहरूलाई सिकाइ क्रियाकलापमा सहयोगी गराई क्रियाकलाप मुखी शिक्षण गर्नुहोस् ।

2. मूल्याङ्कन **(Evaluation)**

(क) विद्यालय हातामा रहेका पानी टयाङ्की इनार, पिलर आदिको मापन गर्न लगाई तिनीहरूको निर्माणमा लाग्ने लागत खर्चको अनुमान गर्न लगाउनुहोस् ।

(ख) अर्धव्यास 56 से.मि. र उचाइ 2 मि. भएको टयाङ्की माथि अर्धगोलाकार राखिएको छ । उक्त टयाङ्कीमा कति लिटर पानी अराउँला ? उक्त टयाङ्कीको बाहिरी सतहमा प्रति वर्ग मिटर रु.300 का दरले प्लास्टर गर्न लगाउँदा कति खर्च होला ? लागत खर्च निकाल्नुहोस् ।

(ग) अभ्यास 7.3 को प्रश्न न. 3 हल गर्न लगाउनुहोस् ।

3. परियोजना कार्य/गृहकार्य **(Project Work/Homework)**

(क) दुई लाख लिटर पानी अटाउने बेलनाकार पानी टयाङ्की निर्माणका लागि आवश्यक कार्य योजना बनाउन लगाउनुहोस् । यसका लागि अर्धव्यास र उचाइको अनुमानित नाप खोजी गर्न लगाउनुहोस् । साथै उक्त पानी टयाङ्की बनाउँदा निकाल्नु पर्ने माटोको लागत खर्च पनि निकाल्न ।

(ख) दुई लाख पचास हजार लिटर पानी अट्ने घनाकार पानी टयाङ्की बनाउन कति कति मिटर नापको आवश्यकता पर्ला ? खोजी गर्न लगाउनुहोस् ।

(ग) पन्ध्र हजार लिटर पानी अट्ने बेलनाकार टयाङ्की बनाउनका लागि आवश्यक नापहरूको खोजी गर्न लगाउनुहोस् ।

(घ) पचास हजार लिटर पानी अट्ने बेलनाकार टयाङ्की बनाउनका लागि आवश्यक नापहरूको खोजी गर्न लगाउनुहोस् ।

(ङ) अभ्यास 7.3 को प्रश्न न. 4 हल गर्न लगाउनुहोस् ।

घन्टी : **10**

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

ज्यामितीय वस्तुहरूसँग सम्बन्धी समस्याहरू

(क) विद्यालय वा समुदायमा रहेका पानी ट्याङ्की, इनार पोखरी आदिको अवलोकन भ्रमण गर्न लगाई ती कुराहरू निर्माण तथा त्यसमा अट्ने पानीको अनुमान गर्न लगाउनुहोस । त्यसको लागि आवश्यक सामग्रीहरू व्यवस्थापनमा पनि ध्यान दिनुहोस् ।

DRAFT

(ख) अध्ययन अवलोकन भ्रमणबाट प्राप्त ज्ञान सिपको आधारमा विद्यालय वा समुदायमा पानी ट्याङ्की, इनार पोखरी आदि निर्माणका लागि आवश्यक कच्चा पदार्थको सङ्कलन कहाँबाट कसरी प्राप्त गर्न सकिन्छ ? सोका लागि आवश्यक एउटा योजना गर्न विद्यार्थीहरूलाई सहजीकरण गर्नुहोस ।

(ग) सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलापबाट सिकेका ज्ञान सिपलाई आफ्नो विद्यालय, समुदाय वा टोल छिमेकमा कसरी प्रयोग गर्न सकिन्छ ? सोको लागि आवश्यक स्रोत र साधनहरू के, कसरी, कहाँबाट उपलब्ध गर्न सकिएला ? सोका लागि आवश्यक कार्य योजना तयार गर्न लगाउनुहोस् ।

(घ) समुहगत रूपमा कार्य योजना कक्षामा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस ।

(ङ) विद्यार्थीहरूलाई आवश्यक पृष्ठपोषण दिई सिकाइ क्रियाकलापमा सक्रिय रूपले निरन्तर लागि रहन उत्प्रेरणा दिनुहोस् ।

2. मुल्याङ्कन/प्रतिबिम्बन (Evaluation/Reflection)

(क) के क्षेत्रमिति शिक्षणमा अध्ययन अवलोकन भ्रमण उपयोगी छ, किन ?

(ख) के गणित शिक्षणमा विभिन्न प्रकारका मोडेल र चार्टहरूको प्रयोग उपयोगी र सान्दर्भिक छ, किन ?

(ग) के तिन लाख लिटर इन्धन भण्डारका लागि आवश्यक नापहरूको खाका तयार गर्न सकिन्छ, खोजी गरी निष्कर्ष पत्ता लगाउनुहोस् ।

3. परियोजना कार्य/गृहकार्य (Project Work/Homework)

(क) के तपाईंको विद्यालयमा आकाशे पानी सङ्कलन तथा भण्डारको व्यवस्था छ, भने छिमेकी विद्यालयको लागि एउटा कार्ययोजना तयार गरी कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस । यदि छैन भने पनि आफ्नो विद्यालयको लागि आकाशे पानी सङ्कलन तथा व्यवस्थापनको लागि एउटा कार्य योजना बनाउनुहोस् ।

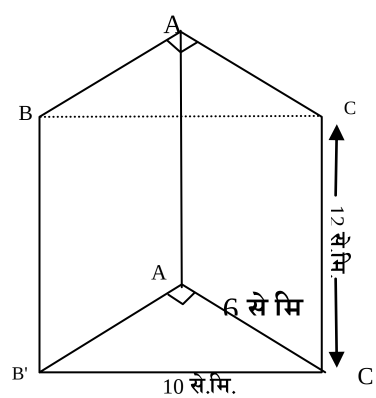
(ख) अभ्यास 7.1 देखि 7.3 सम्ममा सम्पुर्ण समस्याहरुको हल गर्नुहोस् ।

घन्टी : 11

एकाइ परीक्षा

1. वर्गाकार आधार भएको पिरामिडको ठाडो उचाइ 4 से.मि. र आधारका भुजाहरूको 6 से.मि. भए पिरामिडको आयतन पत्ता लगाउनुहोस् ।

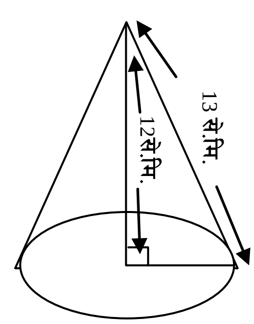
2. एउटा प्रिज्मका आधारको भुजाहरू क्रमशः 3 से.मि.4 से.मि. र 5 से.मि. छन् । यदि उक्त प्रिज्मको लम्बाइ 9 से.मि. भए प्रिज्मको छड्के सतहको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् ।



3. दिइएको ठोस वस्तुको प्रिज्जको चित्रमा A'B', B'C'र C'A' समकोण त्रिभुजकार प्रिज्मको आधारका भुजाहरू हुन् । यदि B'C' = 10 से.मि. C'C' =12 से.मि र C'A' =6 से.मि. भए उक्त प्रिज्मको आयतन कति हुन्छ, निकाल्नुहोस ।

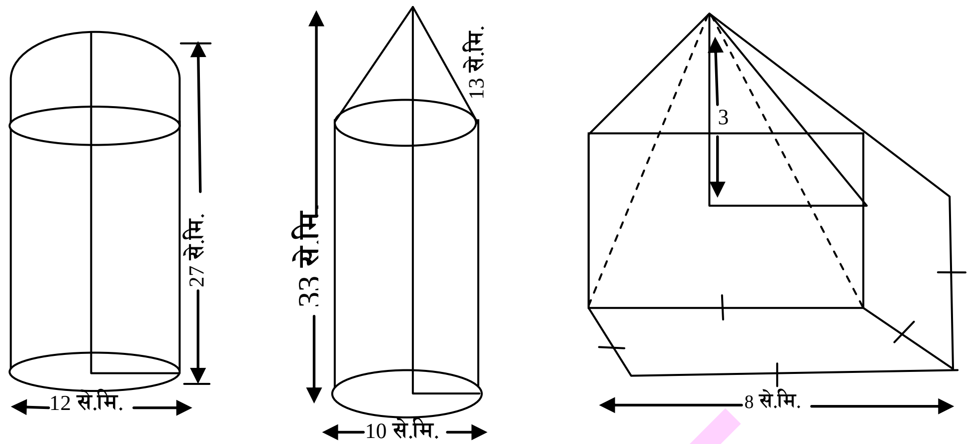
4. दिइएको ठोसवस्तुहरूको सोलीको चित्रमा सोलीको उचाइ =12 से.मि. र छड्के उचाइको लम्बाइ 13 से.मि. दिइएका छन् । उक्त सोलीको पूरा सतहको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।

5. चित्रमा दिइएको ठोस वस्तुको पूरा सतहको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् :



DRAFT

6. एउटा बेलनामाथि अर्धगोला राखिएको छ । यदि बेलनाको उचाइ 80 से.मि. र आयतन 27720 घन से.मि. भए उक्त अर्धगोला र बेलनाको संयुक्त ठोस वस्तुको आयतन पत्ता लगाउनुहोस ।



DRAFT

एकाइ -8 महत्तम समावर्तक र लघुत्तम समावर्तक
(Heighest Common Factor and Lowest common Multiple)

अनुमानित घन्टी: 6

म.स.र ल.स. (HCF and LCM)

8.1 परिचय

दिइएका दुई वा दुईभन्दा बढी बीज गणितीय अभिव्यञ्जकहरूको साझा गुणनखण्ड वा साझा गुणनखण्डहरूको गुणनफललाई म.स. (H.C.F) भनिन्छ भने दुई वा दुईभन्दा बढी बीज गणितीय अभिव्यञ्जकहरूले निशेष भाग जाने सबैभन्दा सानो अभिव्यञ्जकहरूलाई ल.स. (L.C.M) भनिन्छ । म.स. र ल.स. निकाल्न दिइएका अभिव्यञ्जकहरूको खण्डीकरण गर्नुपर्छ । सबैभन्दा ठुलो साझा गुणन खण्ड नै म.स.(H.C.F) हुन्छ । यदि एकभन्दा बढी साझा गुणनखण्ड भएमा म.स. लेख्दा धेरै गुणनखण्डलाई गुणनको रूपमा राख्नुपर्दछ । साझा गुणनखण्ड र बाँकी गुणनखण्डको गुणन नै ल.स. हुन्छ । म.स.(H.C.F) ले दिइएका अभिव्यञ्जकहरूलाई भाग जान्छ । ल.स.(L.C.M)लाई दिइएका अभिव्यञ्जकहरूले भाग जान्छ । दिइएको अभिव्यञ्जकमा कुनै पनि साझा पद छैन भने त्यसको म.स.(H.C.F)1 हुन्छ ।

8.2 सक्षमता

बीजगणितीय सम्बन्धहरूको सरलीकरण र समीकरणहरूको खोजी प्रस्तुती तथा समस्या समाधान ।

8.3 सिकाइ उपलब्धि

बीज गणितीय अभिव्यञ्जकहरूको गुणन खण्ड विधिबाट म.स. र ल.स. (H.C.F & LCM) निकाल्न ।

8.4 विषयवस्तु विभाजन

घन्टी	विषयवस्तु	सिकाइ सामग्री
1.	म.स. र ल.स.को परिचय, पुनरावलोकन	चार्टपेपर, Sign pen, Highlighter, Rubber bands, Circle bands, Pencil, Compass, Scaleआदि ।
2.	दुई ओटा अभिव्यञ्जकको म.स.	
3.	तिन ओटा अभिव्यञ्जकको म.स.	
4.	दुई ओटा अभिव्यञ्जकको ल.स.	
5.	तिन ओटा अभिव्यञ्जकको ल.स.	
6.	बढीमा तिन ओटा अभिव्यञ्जकको म.स. र ल.स.	

घन्टी:1

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप :

(क) म.स. र ल.स. सम्बन्धी धारणा र फरक देखाउने खालको अङ्क गणितीय उदाहरण प्रस्तुत गर्नुहोस् । म.स. सँग सम्बन्धित अङ्क गणितीय उदाहरण यस प्रकार लिन सक्नुहुने छ ।

प्रविण शाहले 24 ओटा सुन्तला र 18 ओटा केरा बढीमा कति जनलाई बराबर गरी बाँड्न सक्छन् ।

DRAFT

समाधान

24 को गुणनखण्डहरू(F_{24}) = {1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24}

18 को गुणनखण्डहरू(F_{18}) = {1, 2, 3, 6, 9,18}

साझा गुणनखण्डहरू = {1, 2, 3, 6}

सबैभन्दा ठुलो साझा गुणनखण्ड = 6 जुन म.स. हो ।

$\therefore$ म.स. =6

वा, अर्को तरिकाबाट

$24 = \boxed{2} \times 2 \times \boxed{3} \times 2$

$18 = \boxed{2} \times 3 \times \boxed{3}$

2 | 24
2 | 12
2 | 6
  3

2 | 18
3 | 9
  3

साझा गुणनखण्डहरू= 2×3

$\therefore$ म.स. (H.C.F) = $2 \times 3 = 6$

(ख) ल.स. सँग सम्बन्धित तलको उदाहरण लिनुहोस् ।

1 कि.मि.को दुरीमा रहेको गणेश मन्दिर, राम मन्दिर र कृष्ण मन्दिरमा रहेका मुख्य घन्टीहरू क्रमश: 20, 30 र 40 मिनेटको फरका बज्ने गर्दछन् । बिहान 6 बजे एकैसाथ सँगै बज्ने उक्त तिन मन्दिरका घन्टीहरू पुन: पहिलोपल्ट कति बजे सँगै बज्लान् ?

समाधान,

20 मिनेटको फरकमा बज्ने घन्टीहरू निम्न समयमा बज्ने गर्दछन् :

M (20) ={20, 40, 60, 80, 100, 120, 140,160,180,200,220,240, ...}

30 मिनेको फरकमा बज्ने घन्टीहरू निम्न समयमा बज्ने गर्दछन्

M(30)= {30, 60, 90, 120, 150, 180, 210, 240,270,300,330,360,.....}

40 मिनेटको फरकमा बज्ने घन्टीहरू निम्न समयमा बज्ने गर्दछन्

M(40) = {40, 80, 120, 160, 200, 240, 280,320,360,400,.......}

उक्त घन्टीहरू निम्न समयमा सँगै बज्छन् (C) = {120, 240, 360, ...}

$\therefore$ उक्त घन्टीहरू 120 मिनेटमा पहिलोपल्ट सँगै बज्छन् ।

उक्त घन्टीहरू 240 मिनेटमा दोस्रोपल्ट सँगै बज्छन् ।

उक्त घन्टीहरू 360 मिनेटमा तेस्रोपल्ट सँगै बज्छन्, आदि

$\therefore$ पहिलोपल्ट सँगै बज्ने नै ल.स. हो । किनकि सबैभन्दा सानो गुणा जाने सङ्ख्या नै ल.स. हो ।

$\therefore$ ल.स. (L.C.M) = 120 मिनेट

=2 घण्टा

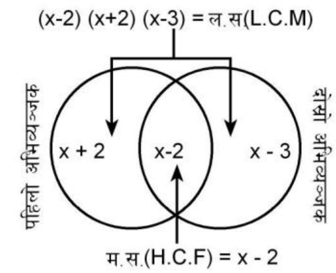
$\therefore$ उक्त 3 ओटा मन्दिरका घन्टीहरू 120 मिनेट (2 घण्टा) पछि वा 8 बजे पुन: पहिलोपल्ट सँगै बज्छन् भनि ल.स. को धारणा बुझाउनुहोस् ।

(ग) दुई ओटा बीज गणितीय अभिव्यञ्जकहरू लिई चार्टपेपरको सहायताबाट भेन चित्रमा म.स. र ल.स. देखाउनुहोस् ।

DRAFT

जस्तै:

$x^2 - 4$ र $x^2 - 5x + 6$ को म.स. र ल.स. चार्ट पेपरबाट देखाउनुहोस् ।



यहाँ, पहिलो अभिव्यञ्जक $= x^2 - 4$

$= x^2 - 2^2$

$= (x+2)(x-2)$

दोस्रो अभिव्यञ्जक $= x^2 - 5x + 6$

$= x^2 - 3x - 2x + 6$

$= (x - 3)(x - 2)$

(घ) विद्यार्थीहरूलाई समूहमा विभाजन गर्नुहोस् र पाठ्यपुस्तकको पेज 99 को पुनरावलोकन 8.0 मा दिइएका प्रश्नहरू प्रत्येक समूहलाई 2-2 ओटाका दरले छलफल गरी समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।

2. मूल्याङ्कन

प्रत्येक समूहलाई निम्न अनुसार प्रश्न दिई समाधान गरी प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

समूह–**A:** $x^2 - 1$ र $x^2 - 3x + 2$ को म.स. र ल.स. भेनचित्रबाट चार्ट पेपरमा देखाउनुहोस् ।

समूह–**B:** $a^2 - 2ab + b^2$ र $a^3 - b^3$ को म.स. र ल.स. भेनचित्रबाट चार्ट पेपरमा देखाउनुहोस् ।

समूह–**C:** $m^2 + 4mn + n^2$ र $m^3 + n^3$ को म.स. र ल.स. भेनचित्रबाट चार्ट पेपरमा देखाउनुहोस् ।

3. गृहकार्य

(क) $4x^2 - 25y^2$ र $8x^3 - 125y^3$ को ल.स. र म.स. निकाल्नुहोस् र भेनचित्रमा देखाउनुहोस् ।

(ख) क्रियाकलाप 2 मा दिइए जस्तै ल.स. र म.स. सँग सम्बन्धित दैनिक जीवनमा प्रयोग हुने कुनै २ ओटा प्रश्नहरू बनाई समाधान गर्नुहोस् ।

DRAFT

घन्टी : 2

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) अघिल्लो दिनको गृहकार्य अवलोकन गरी आवश्यक पृष्ठपोषण दिनुहोस् ।

(ख) विद्यार्थीहरूलाई 4 समूहमा विभाजन गर्नुहोस् र प्रत्येक समूहलाई निम्नअनुसारको प्रश्नहरू दिई प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् :

म.स. (H.C.F) निकाल्नुहोस् ।

समूह–**A:** $x^4 - xy^4$ र $x^3y - xy^3$

समूह–**B:** $a^3b - ab^3$ र $a^4b - ab^4$

समूह–**C:** $x^4y + xy^4$ र $x^4y^2 - x^2y^4$

समूह–**D:** $a^4b^2 - a^2b^4$ र $a^4b + ab^4$

(ग) विद्यार्थीहरूसँग निम्न प्रश्नमा प्रश्नोत्तर र छलफल गर्दै समाधान गर्नुहोस् ।

म.स. (H.C.F) निकाल्नुहोस् ।

$x^3 + 3x^2 + 2x$ **र** $x^3 + 2x + 2x^2 + 1$

समाधान

पहिलो अभिव्यञ्जक

$x^3 + 3x^2 + 2x$

$= x(x^2 + 3x + 2)$

$= x\{x^2 + (2 + 1)x + 2\}$

$= x(x + 2)(x + 1)$ [**यो चरण कसरी आयो समाधान विद्यार्थीबाट खोज्नुहोस् ।**]

दोस्रो अभिव्यञ्जक

$= x^3 + 2x + 2x^2 + 1$

$= x^3 + 1 + 2x^2 + 2x$ [$\because$ **किन यसरी मिलाउनुपर्ने भनी प्रश्न गर्नुहोस् ।**]

$= (x + 1)(x^2 - x + 1) + 2x(x + 1)$

$= (x + 1)(x^2 + 1)$ [$\because$ **कसरी भनी प्रश्न गर्नुहोस् ।**]

म.स. (H.C.F) = **साझा गुणन खण्ड**

$= (x + 1)$ [$\because$ **कसरी साझा भयो भनी प्रश्न गर्नुहोस् ।**]

यसलाई भाग विधिबाट यसरी समाधान गर्न सकिन्छ भनी देखाउनुहोस् ।

$x^3 + 3x^2 + 2x\ )\ x^3 + 2x^2 + 2x + 1\ (1$

$x^3 + 3x^2 + 2x$

$\underline{(-)(-)\ (-)}$

$-x^2 + 1)\ x^3 + 3x^2 + 2x\ (-x - 3$

$x^3 - x$

$\underline{(-)\ (+)}$

$3x^2 + 3x$

$3x^2 - 3$

$\underline{(-)\ (+)}$

$3x + 3)\ -x^2 + 1\ (\frac{x}{3}$

$-x^2 - x$

$\underline{(+)\ (+)}$

$x + 1)\ 3x + 3\ (3$

$3x + 3$

$\underline{(-)\ (-)}$

$\times$

$\therefore$ **म.स.** (H.C.F) $= (x + 1)$

म.स.(H.C.F)**ले दिईएको अभिव्यञ्जकलाई यसरी भाग जान्छ भनि देखाउनुहोस् ।**

DRAFT

$x + 1)x^3 + 3x^2 + 2x(x^2 + 2x$ र $x + 1)x^3 + 2x + 2x^2+1(x^2+x+1$

$x^3 + x^2$ $\quad$ $x^3 + x^2$

(-) (-) $\quad$ (-)(-)

$2x^2 + 2x$ $\quad$ $x^2 + 2x+1$

$2x^2 + 2x$ $\quad$ $x^2 + x$

(-)(-) $\quad$ (-) (-)

× $\quad$ $x + 1$

$x + 1$

(-) (-)

×

(घ) 4 समूहमा विभाजन गरिएका विद्यार्थीहरूलाई निम्नअनुसार प्रश्न दिई छलफल गरी समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।

समूह- A: $a^4+a^2b^2 + b^4$ र $a^4b + ab^4$

समूह- B: $m^4n + mn^4$ र $m^4 + m^2n^2 + n^4$

समूह- C: $x^4 + x^2y^2 + y^4$ र $x^4y – xy^4$

समूह- D: $p^4q – pq^4$ र $p^4 + p^2q^2 + q^4$

2. मूल्याङ्कन

म.स. (H.C.F) निकाल्नुहोस् :

$y^5 + y^3 + y$ र $y^3 + 2y + 1 + 2y^2$

3. गृहकार्य

(क) पाठ्यपुस्तकको पेज 103 मा भएको अभ्यास 8.1 का प्रश्न न. 1, 2, 3, 4, 5 र 6 हल गर्नुहोस् ।

घन्टी :3

1. अघिल्लो दिनको गृहकार्य अवलोकन गरी आवश्यक पृष्ठपोषण दिनुहोस् ।
2. विद्यार्थीलाई प्रश्नोत्तर र छलफल गराउँदै निम्न प्रश्नको म.स. निकाल्नुहोस् :

$x^3 – 64y^3, x^2 – 6xy + 8y^2$ र $x^2 – 16y^2$

समाधान,

यहाँ, पहिलो अभिव्यञ्जक$= x^3 – 64y^3$

$= x^3 - (4y)^3$

$= (x - 4y) \{x^2 + x . 4y + (4y)^2\}$

$= (x – 4y) (x^2 + 4xy + 16y^2)$

दोस्रो अभिव्यञ्जक : $= x^2 – 6xy + 8y^2$

$= x^2 – (4 + 2) xy + 8y^2$

$= x^2 – 4xy – 2xy + 8y^2$

DRAFT

$= x(x – 4y) – 2y (x – 4y)$

$= (x – 4y) (x – 2y)$

तेस्रो अभिव्यञ्जक : $x^2 – 16y^2$

$= x^2 – (4y)^2$

$= (x - 4y) (x + 4y)$

म.स. (H.C.F) = साझा गुणन खण्डहरू (Common factors)

$= (x – 4y)$

3. समूहमा निम्न प्रश्न छलफल गरी समाधान गर्न लगाउनुहोस् :

समूह- **A र B:** $3p^2 - 9pq – 12q^2$, $4p^2 – 18pq + 8q^2$ & $3p^2 – 18pq + 24q^2$

समूह- **A र B:** $4x^2 – 9$, $2x^2 + x – 3$ and $8x^3 + 27$

4. निम्न प्रश्नमा छलफल गराउँदै विद्यार्थीबाट समाधान खोज्नुहोस् :

$x^4 + x^2y^2 + y^4$, $x^4 – xy^3$ र $x^4 – xy^3$

5. विद्यार्थीहरूलाई छलफल गर्न लगाई निम्न प्रश्न समाधान गर्न लगाउनुहोस् :

म.स. (H.C.F) निकाल्नुहोस् ।

$x^2 – y^2 + z^2 + 2xz$, $z^2 + y^2 – x^2 + 2yz$ र $x^2 + y^2 – z^2 + 2xy$

2. मूल्याङ्कन

म.स. निकाल्नुहोस् ।

$x^4 + x^2 + 1$, $x^4 – x$, $x^3 + 1 + 2x^2 + 2x$

3. गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पेज न. 104 को अभ्यास 8.1 को 26, 27, 29, 30, 31, 33, 34 र 35 हल गर्न लगाउनुहोस् ।

DRAFT

घन्टी : 4

1. अघिल्लो दिनको गृहकार्य अवलोकन गरी आवश्यक पृष्ठपोषण प्रदान गर्नुहोस् ।

(क) विद्यार्थीहरूलाई निम्न प्रश्नमा प्रश्नोत्तर र छलफल गर्दै समाधान गर्नुहोस् :

ल.स. निकाल्नुहोस् :

$x^4 + 4$ र $x^3 - 3x^2 + 4x – 2$

पहिलो अभिव्यञ्जक : $x^4 + 4$

$= (x^2)^2 + 2^2$

$= (x^2 + 2)^2 – 2.x^2.2$ $[\because a^2+b^2 = (a+b)^2 – 2ab]$

$= (x^2 + 2)^2 – (2x)^2$ $[\because a^2–b^2 = (a+b) (a–b)]$

$= (x^2 + 2x + 2) (x^2 – 2x + 2)$ [∵ यो step कसरी आयो भनी प्रश्न गर्ने]

दोश्रो अभिव्यञ्जक : $x^3 – 3x^2 + 4x – 2$

$= x^3 – x^2 – 2x^2 + 2x + 2x – 2$

$= x^2(x - 1) - 2x(x - 1) + 2(x-1)$ [∵ यो चरण कसरी आयो भनी प्रश्न गर्नुहोस् ।]

$= (x - 1) (x^2 - 2x + 2)$

$= (x^2 - 2x + 2) (x -1)$

ल.स. (L.C.M) = साझा गुणन खण्ड × बाँकी गुणन खण्ड

$= (x^2 - 2x + 2) (x^2 + 2x + 2) (x - 1)$

(ग) समूहमा विभाजन गरिएका विद्यार्थीहरूलाई निम्नअनुसार प्रश्न दिई छलफल गरी समाधान गर्नलगाउनुहोस् :

ल.स. (L.C.M) निकाल्नुहोस् :

समूह- **A** र **C:** $a^3 - a^2 + a - 1$ र $2a^3 - a^2 + a - 2$

समूह- **B** र **D:** $p^4 + p^2 + 1$ र $2p^3 - p^2 + p - 2$

(घ) समूहमा विभाजन गरिएका विद्यार्थीहरूलाई निम्नअनुसार प्रश्न दिई छलफल गरी समाधान प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

समूह- **A:** $16a^4 - 4a^2 + 4a - 1$ र $8a^3 + 1$

समूह- **B:** $8x^3 - 1$ र $16x^4 - 4x^2 + 4x - 1$

समूह- **C:** $8m^3 + 1$ र $16m^4 - 4m^2 + 4, m - 1$

समूह- **D:** $16y^4 - 4y^2 + 4y - 1$ र $8y^3 - 1$

(ङ) समूहमा विभाजन गरिएका विद्यार्थीहरूलाई निम्नअनुसार प्रश्न दिई छलफल गरी समाधान गर्न लगाउनुहोस् :

समूह- **A:** पाठ्यपुस्तकको पेज 107 को अभ्यास 8.2 को प्रश्न न. 1

समूह- **B:** पाठ्यपुस्तकको पेज 107 को अभ्यास 8.2 को प्रश्न न. 2

समूह- **C:** पाठ्यपुस्तकको पेज 107 को अभ्यास 8.2 को प्रश्न न. 4

समूह- **D:** पाठ्यपुस्तकको पेज 107 को अभ्यास 8.2 को प्रश्न न. 6

2. मूल्याङ्कन

ल.स. निकाल्नुहोस् : $y^3 - y^2 + y - 1$ र $2y^3 - y^2 + y - 2$

3. गृहकार्य

(क) पाठ्यपुस्तकको पेज न. 107 को अभ्यास 8.2 को प्रश्न न. 1 देखि 8 सम्म हल गर्न लगाउनुहोस् ।

(ख) पाठ्यपुस्तकको पेज न. 105 को उदाहरण 1 र 2 तथा पेज न. 106 को उदाहरण 3 अध्ययन गर्नुहोस् ।

घन्टी : 5

1. अघिल्लो दिनको गृहकार्य अवलोकन गरी आवश्यक पृष्ठपोषण प्रदान गर्नुहोस् ।
2. विद्यार्थीहरूलाई निम्न प्रश्नमा प्रश्नोत्तर र छलफल गर्दै समाधान गर्नुहोस् :

म.स. (H.C.F) र ल.स. (L.C.M) निकाल्नुहोस् :

$2(x^2 - y^2), 4(x^3 - y^3)$ र $6(x^4 - y^4)$

DRAFT

समाधान,

यहाँ, पहिलो अभिव्यञ्जक : $2(x^2 - y^2)$

$= 2(x + y)(x - y)$ [∵किन भनी प्रश्न गर्नुहोस् ।]

दोस्रो अभिव्यञ्जक : $4(x^3 - y^3)$

$= 2\times2(x - y)(x^2 + xy + y^2)$ [∵ कसरी भनी प्रश्न गर्नुहोस् ।]

तेस्रो अभिव्यञ्जक : $6(x^4 - y^4)$

$= 6\{(x^2)^2 - (y^2)^2\}$ [∵ किन $(x^2)^2$ गर्नपऱ्यो भनी प्रश्न गर्नुहोस्।]

$= 2\times3(x^2 + y^2)(x + y)(x-y)$

म.स. (H.C.F) = साझा गुणन खण्डहरू (Common factors)

$= 2(x - y)$

ल.स. (L.C.M) = साझा गुण खण्ड × बाँकी गुणन खण्डहरू

(common factors × remaining factors)

$= 2(x - y)(x + y)\, 2\times3(x^2 + y^2)(x^2 + xy + y^2)$

$= 12(x - y)(x + y)(x^2 + y^2)(x^2 + xy + y^2)$

$= 12(x^2 - y^2)(x^2 + y^2)(x^2 + xy + y^2)$

3. समूहमा विभाजन गरिएका विद्यार्थीहरूलाई निम्नअनुसार प्रश्न दिई छलफल माध्यामबाट समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।

ल.स. र म.स. पत्ता लगाउनुहोस् ।

समूह- **A** र **C:** $a^5 + a^3b^2 + ab^4$ र $a^4b + ab^4$

समूह- **B** र **D:** $x^5 + x^3y^2 + xy^4$ र $x^4y + xy^4$

4. समूहमा विभाजन गरिएका विद्यार्थीहरलाई निम्नअनुसार प्रश्न दिई छलफल गरी समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।

समूह- **A:** $x^3 - 3x^2 - x + 3$ र $x^3 - x^2 - 9x + 9$

समूह- **B:** $x^3 + 2x^2 - x - 2$ र $x^3 + x^2 - 4x - 4$

समूह- **C:** $x^3 - 9x$, $x^4 - 2x^3 - 3x^2$ र $x^3 - 27$

समूह- **D:** $a^3 - 4a$, $a^4 + a^3 - 2a^2$ र $a^3 - 8$

5. विद्यार्थीहरूलाई निम्नअनुसार प्रश्न दिई छलफल गरी समाधान गर्न लगाउनुहोस् :

$9m^2 - 4n^2 - 4nr - r^2$, $r^2 - 4n^2 - 9m^2 - 12mn$ र $9m^2 + 6mr + r^2 - 4n^2$

मूल्याङ्कन

ल.स. निकाल्नुहोस् :

$6(m^2 - n^2)$, $12(m^3 - n^3)$ र $8(m^4 - n^4)$

गृहकार्य

1. पाठ्यपुस्तकको पेज न. 107 को अभ्यास 8.2 को प्रश्न न. 9 देखि 20 सम्म हल गर्न लगाउनुहोस् ।

DRAFT

घन्टी:6

1. **सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप**

1. अघिल्लो दिनको गृहकार्य अवलोकन गरी आवश्यक पृष्ठपोषण प्रदान गर्नुहोस् ।
2. एकाइ परीक्षा सबै प्रश्नहरू अनिवार्य छन् ।

[Note: परीक्षा लिई सकेपछि उत्तर पुस्तिका परीक्षणपश्चात उत्कृष्ट ग्रेड नदेखिएका विद्यार्थीहरूलाई Remedial Teaching गराउनुहोस् ।]

एकाइ-परीक्षा (नमुना प्रश्नपत्र)

सबै प्रश्नहरू अनिवार्य छन् ।

1. **म.स.** (H.C.F) **निकाल्नुहोस् :** $4m^4 – 9$ **र** $8m^3+27$ (2)
2. **ल.स.** (L.C.M) **निकाल्नुहोस् :** $x^3 - y^3$ **र** $x^3 – xy^2$ (2)
3. **म.स.** (H.C.F) **निकाल्नुहोस् :** $x^4 + 4x^2 + 16$ **र** $x^4 – 8x$ (4)
4. **म.स.** (H.C.F) **निकाल्नुहोस् :** $a^2 – b^2 + c^2 + 2ac$, $a^2 + b^2 - c^2 + 2ab$ **र** $b^2 + c^2 – a^2 + 2ac$ (4)
5. **ल.स.** (L.C.M) **निकाल्नुहोस् :** $a^3 - 4a$, $a^4 - a^3 - 2a^2$ **र** $a^3 - 8$ (4)
6. **म.स.** (H.C.F) **र ल.स.** (L.C.M) **निकाल्नुहोस् :**
   $x^3y + y^4$, $x^4 + x^2y^2 + y^4$ **र** $2ax^3 - 2ax^2y + 2axy^2$ (5)

थप अभ्यासका लागि प्रश्नहरू **(Question of addition practice)**

1. **म.स. निकाल्नुहोस् :** (Find the H.C.F.)
   a) $x^4 + 2x^2 + 9$ & $x^3 - x + 6$ b) $x^3 - 3x - 2$ & $x^3 - x^2 - 4$
   c) $a^4 - 6a^2 - 7 + 8x - x^2$ & $a^3 - ax + a$ d) $x^4 - 10x^2 + 24 + 6y - 9y^2$ & $x^3 + 3xy - 6x$
2. **म.स. र ल.स. निकाल्नुहोस् :**

a) $a^4 - x^4$, $a^3 - a^2x - ax^2 + x^3$ b) $x^3 + 4x^2 - 6x - 24$, $x^3 - 6x^2 - 6x + 36$
c) $x^2 + 6x + 8$, $x^3 + 5x^2 + 7x + 2$ d) $(x+3)^2 - 9x-27$, $x^4 - 4x^2 + 15x$, $x^3 - 13x^2 + 36x$

उत्तरहरू

1. a) $x^2 - 2x + 3$ b) $x - 2$ c) $(a^2 - x + 1)$ d) $x^2 + 3y - 6$
2. a) H.C.F = 1 L.C.M. = $(x - 1)^3 (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)$
   b) H.C.F. = $x^2 - xy + y^2$ L.C.M = $2axy(x + y)(x^2 - xy + y^2)(x^2 + xy + y^2)$
   c) H.C.F.= $x^2 - xy + y^2$ L..C.M.= $(x - y)(x^4 + x^2y^2 + y^4)$
   d) H.C.F.= $2(x - y)$ L.C.M.= $12(x + y)(x - y)(x^2 + xy + y^2)(x^2 + y^2)$

[नोटः सन्दर्भ सामग्रीको रूपमा पाठ्यक्रम विकास केन्द्र, शैक्षिक जनशक्ति विकास केन्द्र र विज्ञान तथा प्रविधि मन्त्रालयका Web Sides, www.moe.cdc.gov.np, www.nced.gov.np र www.doit.gov.np मा यस सम्बन्धी video हरू हेर्न सक्नुहुने छ । साथै www.nced.gov.np मा र Radio मा प्रशारण भएका Audio सामग्रीहरू पनि हेर्न सक्नुहुनेछ ।]

DRAFT

एकाइ -9 साधारण मुलक र सर्ड (Radical and Surd)

अनुमानित घन्टी - 5

9.1. परिचय

कुनै सङ्ख्या जसलाई $\frac{p}{q}$ का रूपमा व्यक्त गरिन्छ, p, q दुवै पूर्णाङ्कहरू हुन् र $q \neq 0$ छ भने उक्त सङ्ख्यालाई आनुपातिक सङ्ख्या (rational number) भनिन्छ । कुनै सङ्ख्या जसलाई $\frac{p}{q}$ का रूपमा लेख्न सकिँदैन, त्यस्ता सङ्ख्याहरूलाई अनानुपातिक सङ्ख्या (irrational number) अथवा सर्ड (surd) भनिन्छ । यी सङ्ख्याहरूका निश्चित मान निकाल्न सकिँदैन । यहाँ $\sqrt{5}, \sqrt[5]{7}$ आदि सर्डका उदाहरणहरू हुन् । $\sqrt[n]{a}$ $(a > 0)$ मा $\sqrt[n]{\ }$ लाई n औँ साधारण मूलक चिह्न भनिन्छ । सर्डहरूको जोड तथा घटाउ क्रियामा सर्डको क्रम तथा मूल चिह्न भित्रको परिणाम उही भएमा मात्र जोड वा घटाउ गर्न सकिन्छ अर्थात् समान सर्डहरू मात्र जोड्न तथा घटाउन सकिन्छ । सर्डहरूको गुणन तथा भाग क्रिया गर्न सर्डहरूको एउटै क्रम हुनुपर्छ । मूल चिह्न भित्रको परिणाम एउटै वा फरक पनि हुनसक्छ । सर्डसहित भिन्नको हरलाई सर्डरहित बनाउने क्रियालाई हरको अनुपातिकरण (rationalization) भनिन्छ । यस इकाइमा साधारण मुलुक सर्डका 4 साधारण नियम (जोड, घटाउ, गुणन तथा भाग समावेश भएका समस्याहरू सम्बन्धी अध्ययन गरिन्छ ।

9.2 सक्षमता

बीज गणितीय सम्बन्धहरूको सरलीकरण र समीकरणहरूको खोजी, प्रस्तुति तथा समस्या समाधान

9.3 सिकाइ उपलब्धि

साधारण मूलक सर्ड (radical surds) का गणितीय चार साधारण नियम (जोड, घटाउ, गुणन र भाग) समावेश भएका समस्याहरू हल गर्न

9.4 विषयवस्तुको विभाजन

घन्टी	विषय वस्तु	सिकाइ सामग्री
1.	पुनरावलोकन, सर्ड	चार्टपेपर, साइनपेन, कैँची, पेपरकटर, टेप आदि
2.	सर्ड	
3.	सर्ड	
4.	आनुपातिकरण	
5.	आनुपातिकरण	
6.	साधारण मूलक समीकरण	
7	साधारण मूलक समीकरण	
8.	एकाइ परीक्षा	प्रश्न पत्र

DRAFT

घन्टी : 1

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) विद्यार्थीहरूलाई समूहमा विभाजन गरी पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ 108 मा दिइएको पुनरावलोकन 9.0 समूहमा छलफल गर्न लगाउनुहोस् ।

(ख) विद्यार्थीहरूलाई सर्डको परिभाषा र उदाहरण भन्न लगाउनुहोस् साथै सर्ड सम्बन्धी पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ 109 मा दिइएका तथ्यहरू सम्बन्धमा छलफल गराउनुहोस् ।

(ग) चार समूहहरूलाई निम्नअनुसार प्रश्न छलफल र समाधान गरी प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

समूह– **A**: सर्ड $\sqrt[7]{5}$ र $\sqrt[5]{10}$ को क्रम लेख्नुहोस् ।

समूह– **B**: सर्ड $\sqrt{432}$ र $\sqrt[3]{81x^3}$ लाई सरल रूपमा व्यक्त गर्नुहोस् ।

समूह– **C**: सर्ड $3\sqrt{11}$ र $5\sqrt[a+b]{15}$ लाई पूर्ण सर्डका रूपमा व्यक्त गर्नुहोस् ।

समूह– **D**: सर्ड $\sqrt[3]{2}$ र $\sqrt{3}$ लाई एउटै क्रमको मूल चिह्न प्रयोग गरी लेख्नुहोस् ।

(घ) 1 देखि 10 सम्मका प्राकृतिक सङ्ख्याहरूको वर्गमूल र घनमूल पत्ता लगाउनुहोस् । तिनीहरूमध्ये कुन कुन सर्डहरू हुन र कुन कुन होइनन् समूहमा छलफल गर्न लगाई निष्कर्ष प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

(ङ) आजको कक्षामा अध्यापन भएको पाठको टिपोट गरी अर्को दिन प्रस्तुत गर्नको लागि एक विद्यार्थी (रिपोर्टर) लाई जिम्मा दिनुहोस् ।

2. मूल्याङ्कन

(क) सर्ड $3\sqrt[5]{7}$ र $\sqrt[6]{10}$ को क्रम लेख्नुहोस् ।

(ख) सर्ड $\sqrt{48}$ र $\sqrt[5]{32a^5}$ लाई सरल रूपमा व्यक्त गर्नुहोस् ।

(ग) सर्ड $3\sqrt[4]{\frac{1}{81}}$ र $\frac{a}{b}\sqrt{\frac{b}{a}}$ लाई पूर्ण सर्डका रूपमा व्यक्त गर्नुहोस् ।

3. गृहकार्य

(क) पाठ्यपुस्तकमा दिइएको पृष्ठ 110 अभ्यास 9.1 को प्रश्न न. 1,2, 3, 4 र 5 समाधान गर्नुहोस् ।

(ख) पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ 109 र 110 मा दिइएका उदाहरणहरू अध्ययन गर्नुहोस् ।

घन्टी: 2

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) अघिल्लो दिनको पाठको टिपोट रिपोटरद्वारा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् । साथै आजको पाठको अर्को दिन रिपोटिङ गर्नको लागि अर्को विद्यार्थी चयन गर्नुहोस् ।

DRAFT

(ख) अघिल्लो दिनको गृहकार्य अवलोकन गरी आवश्यक पृष्ठपोषण प्रदान गर्नुहोस् ।

(ग) विद्यार्थीहरूलाई सर्डको जोड र घटाउ क्रिया कसरी गर्न सकिन्छ भनी समूहमा छलफल गर्न लगाउनुहोस् र निम्नप्रश्न समूहमा छलफल गरी समाधान प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् :

समूह– **A**: जोड गर्नुहोस् : $\sqrt[3]{5} + 7\sqrt[3]{5} + 15\sqrt[3]{5}$

समूह– **B**: जोड गर्नुहोस् : $16\sqrt[5]{99} + 21\sqrt[5]{99} + 120\sqrt[5]{99}$

समूह– **C**: घटाउ गर्नुहोस् : $500\sqrt[7]{x} - 125\sqrt[7]{x}$

समूह– **D**: घटाउ गर्नुहोस् : $25a\sqrt[9]{mn} - 40a\sqrt[9]{mn}$

(घ) विद्यार्थीहरूलाई निम्न प्रश्न समूहमा छलफल गरी समाधान प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् :

समूह– **A**: गुणन गर्नुहोस् : $\sqrt{20} \times \sqrt{5}$

समूह– **B**: गुणन गर्नुहोस् : $\sqrt{4a^2b^2} \times \sqrt{9a^4b^2}$

समूह– **C**: भाग गर्नुहोस् : $\sqrt{9a^4b^2} \div \sqrt{4a^2b^2}$

समूह– **D**: भाग गर्नुहोस् : $\sqrt{16x^4y^4} \div \sqrt[3]{8x^3y^6}$

(ङ) निम्न प्रश्न लिई छलफल र प्रश्नोत्तर गर्दै समाधान गर्नुहोस् :

मान निकाल्नुहोस् :(Evaluate) : $\sqrt[5]{\dfrac{2x^{15}y^{25}}{64x^{10}y^{15}}}$

समाधान $\sqrt[5]{\dfrac{2x^{15}y^{25}}{64x^{10}y^{15}}}$

$= \left(\dfrac{x^{15-10}y^{25-15}}{32}\right)^{\frac{1}{5}}$ [∵ कसरी र किन भनी प्रश्न गर्नुहोस्]

$= \dfrac{x^{5\times\frac{1}{5}}y^{10\times\frac{1}{5}}}{2^{5\times\frac{1}{5}}} = \dfrac{xy^2}{2}$

अर्को तरिका $\sqrt[5]{\dfrac{x^{15-10}y^{25-15}}{32}}$ [∵ किन भनी प्रश्न गर्नुहोस्]

$= \sqrt[5]{\dfrac{x^5y^{10}}{2^5}}$

$= \sqrt[5]{\left(\dfrac{xy^2}{2}\right)^5}$

$= \dfrac{xy^2}{2}$ [∵ कसरी भनी प्रश्न गर्नुहोस्]

DRAFT

पून, अर्को तरिका $\sqrt[5]{\frac{x^{15-10}y^{25-15}}{32}}$

$$= \left(\frac{x^5y^{10}}{2^5}\right)^{\frac{1}{5}} = \left(\frac{xy^2}{2}\right)^{5\times\frac{1}{5}}$$ [∵ कसरी भनी प्रश्न गर्नुहोस्]

$$= \frac{xy^2}{2}$$

2. मूल्याङ्कन

(क) जोड गर्नुहोस् : $144\sqrt[3]{7} + 103\sqrt[3]{7} + 56\sqrt[3]{7}$

(अ) भाग गर्नुहोस् : $\sqrt[3]{27x^3y^6z^9} \div \sqrt{9x^4y^2z^6}$

3. गृहकार्य

(क) पाठ्यपुस्तकमा दिइएको पृष्ठ 113 को अभ्यास 9.2 को प्रश्न न. 1, 2, 3 र 4 समाधान गर्नुहोस् ।

(ख) पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ 109, 110 र 111 मा दिइएका उदाहरणहरू1 र 3 अध्ययन गर्नुहोस् ।

घन्टी : 3

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) अघिल्लो दिनको पाठको टिपोट रिपोटरद्वारा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् । साथै आजको पाठको अर्को दिन रिपोटिङ गर्नको लागि अर्को विद्यार्थी चयन गर्नुहोस् ।

(ख) अघिल्लो दिनको गृहकार्य अवलोकन गरी आवश्यक पृष्ठपोषण प्रदान गर्नुहोस् ।

(ग) विद्यार्थीहरूलाई निम्न प्रश्नहरू समूहमा छलफल गरी समाधान कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

सरल गर्नुहोस् (Simplify) :

समूह– **A**: $\sqrt[4]{48a^4b^6} + \sqrt[4]{243a^4b^6} - \sqrt[4]{1875a^4b^6}$

समूह– **B**: $\sqrt[3]{162} - 4\sqrt{128} + 4\sqrt{50}$

समूह– **C**: $4\sqrt[3]{64x^3y^6} + 5\sqrt[3]{27x^3y^6} - 18\sqrt[3]{8x^3y^6}$

समूह– **D**: $8\sqrt[5]{m^{10}n^5p^{15}} - 3\sqrt[5]{p^{15}n^5m^{10}} \div \sqrt[5]{n^5m^{10}p^{15}}$

(घ) निम्न प्रश्नमा छलफल र प्रश्नोत्तर गर्दै समाधान गर्नुहोस् :

सरल गर्नुहोस् (Simplify) : $(4\sqrt{7} - \sqrt{2})\ (4\sqrt{7} + \sqrt{2})$

DRAFT

समाधान

$(4\sqrt{7} - \sqrt{2})\,(4\sqrt{7} + \sqrt{2})$

$= (4\sqrt{7})^2\,(7\sqrt{2})^2$ [∵ **किन** $a^2 – b^2$**को रूपमा लगेका** ?]

$= 16 \times 7 - 49 \times 2$ [∵ **यो** step **कसरी आयो** ?]

$= 14$

(ङ) $\dfrac{2\sqrt{20} \times 4\sqrt{52} \times 3\sqrt{27} \times \sqrt{2}}{6\sqrt{104} \times \sqrt{80} \times 12\sqrt{3}}$ **लाई प्रत्येक समूहमा छलफल गरी समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।**

2. मूल्याङ्कन

(क) **सरल गर्नुहोस्** (Simplify) : $3\sqrt[3]{125a^6b^9} + 7\sqrt[3]{8a^6b^9} - 8\sqrt[3]{27a^6b^9}$

(ख) **सरल गर्नुहोस्** (Simplify) : $(7\sqrt{3} - 3\sqrt{7})\,(7\sqrt{3} + 3\sqrt{7})$

(ग) **गृहकार्य**

(घ) **पाठ्यपुस्तकको पेज** 113 **को अभ्यास** 9.2 **को प्रश्न न.** 2, 4 **र** 5 **हल गर्नुहोस् ।**

(घ) **पाठ्यपुस्तकको पेज** 111 **को उदाहरण** 2 **र पेज न.** 113 **को उदाहरण** 5 **अध्ययन गर्नुहोस् ।**

घन्टी: 4

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) **अघिल्लो दिनको पाठको टिपोट रिपोटरद्वारा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् । साथै आजको पाठको रिपोटिङ गर्नको लागि अर्को विद्यार्थी चयन गर्नुहोस् ।**

(ख) **अघिल्लो दिनको गृहकार्य अवलोकन गरी आवश्यक पृष्ठपोषण दिनुहोस् ।**

(ग) $\dfrac{3-2\sqrt{3}}{3+2\sqrt{3}}$ **लाई आनुपातीकरण छलफल र प्रश्नोत्तर गर्दै समाधान गर्नुहोस् ।**

समाधान

$\dfrac{3-2\sqrt{3}}{3+2\sqrt{3}}$

$= \dfrac{3 - 2\sqrt{3}}{3+2\sqrt{3}} \times \dfrac{3-2\sqrt{3}}{3-2\sqrt{3}}$ [∵ **किन** $3–2\sqrt{3}$**ले हर र अंशमा गुणा गरेको** ?]

$= \dfrac{3^2-2\times3\times2\sqrt{3} + (2\sqrt{3})^2}{3^2-(2\sqrt{3})^2}$ [∵ **कसरी** ?]

$= \dfrac{9-12\sqrt{3} + 12}{9 - 12}$ $= \dfrac{21 - 125\sqrt{3}}{-3}$

$= \dfrac{3(7 - 4\sqrt{3})}{-3}$ $= -(7 - 4\sqrt{3})$

DRAFT

$= 4\sqrt{3} - 7$

(घ) प्रत्येक समूहलाई $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} - \frac{4\sqrt{3}}{2\sqrt{3}-3\sqrt{2}}$ को सरल गर्न लगाउनुहोस् । किन अनुपातिकरण गर्नुपर्छ बताइदिनुहोस् ।

(ङ) विद्यार्थीहरूलार्य निम्न प्रश्न छलफल गर्न लगाई समाधान गर्न दिनुहोस् :

प्रश्न: $\frac{x-\sqrt{x^2-1}}{x+\sqrt{x^2-1}} - \frac{x+\sqrt{x^2-1}}{x-\sqrt{x^2-1}}$

2. मूल्याङ्कन

सरल गर्नुहोस् (Simplify) : $\frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}-\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$

3. गृहकार्य

(क) पाठ्यपुस्तकको पेज न. 116 को अभ्यास 9.3 को प्रश्न न. 1, 2 र 3 को (क) र (ख) हल गर्न लगाउनुहोस् ।

घन्टी : 5

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) अघिल्लो दिनको पाठको टिपोट रिपोटरद्वारा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् । साथै आजको पाठको रिपोटिङ गर्नको लागि अर्को विद्यार्थी चयन गर्नुहोस् ।

(ख) अघिल्लो दिनको गृहकार्य अवलोकन गरी आवश्यक पृष्ठपोषण दिनुहोस् ।

(ग) विद्यार्थीहरूको प्रत्येक समूहलाई निम्न प्रश्न दिई छलफल र समाधान गरी प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

समूह– **A** : $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{5}}{\sqrt{3}+\sqrt{5}} - \frac{\sqrt{5}-\sqrt{7}}{\sqrt{5}+\sqrt{7}}$

समूह– **B** : $\frac{\sqrt{5}+\sqrt{7}}{\sqrt{5}-\sqrt{7}} - \frac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{\sqrt{3}-\sqrt{5}} + \frac{\sqrt{2}+\sqrt{5}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$

समूह– **C** : $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}$

समूह– **D** : $\frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}} - \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$

(घ) विद्यार्थीहरूलाई निम्न प्रश्न समूहमा छलफलका माध्यामबाट समाधान प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

सरल गर्नुहोस् (Simplify) : $\frac{3+\sqrt{2}}{3-\sqrt{2}} = a + b\sqrt{2}$ भए a र b को मान पत्ता लगाउनुहोस्

(ङ) पाठ्यपुस्तकको 9.3 को प्रश्न न. 4 (ग) विद्यार्थी छलफल र समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।

2. मूल्याङ्कन

DRAFT

(क) सरल गर्नुहोस् (Simplify): $\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{7}} + \frac{\sqrt{7}-\sqrt{2}}{\sqrt{7}+\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$

3. गृहकार्य

(क) पाठ्यपुस्तकको पेज न. 116 को अभ्यास 9.3 को प्रश्न न. 3 को (ग), 4 को (क), (ख), (ग) र प्रश्न न. 5 समाधान गर्नुहोस् ।

(ख) पाठ्यपुस्तकको पेज न.115 को उदाहरण 3 र 4 अध्ययन गर्नुहोस् ।

घन्टी: 6

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) अघिल्लो दिनको गृहकार्य अवलोकन गरी आवश्यक पृष्ठपोषण दिनुहोस् ।

(ख) अघिल्लो दिनको पाठको टिपोट, रिपोटरद्वारा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् । साथै आजको पाठको रिपोटिङ गर्नको लागि अर्को विद्यार्थी चयन गर्नुहोस् ।

(ग) प्रश्नोत्तर र छलफल विधि प्रयोग गरी $\sqrt{3x-13} = 5$को हल गर्नुहोस् ।

समाधान $\sqrt{3x-13} = 5$

or, $(\sqrt{3x-13^2}) = 5^2$ [∵ दुवै पछि वर्ग गर्दा]

or, $3x - 13 = 25$ [∵ वर्ग गर्नुको कारण सोध्नुहोस् ।]

∵ $x = 4$

(घ) समूहमा विभाजित विद्यार्थीको प्रत्येक समूहलाई निम्न प्रश्नमा छलफल गराई समाधान प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् । उत्तरलाई पुन: प्रश्नमा राखी जाँच गर्न सिकाउनुहोस् ।

समूह– **A**: $\sqrt[3]{3x+1} = 4$

समूह– **B**: $\sqrt[4]{4x-11} - 1 = 0$

समूह– **C**: $\sqrt{9x^2-20} + 2 = 3x$

समूह– **D**: $\sqrt{4x^2+5-1} = 2x$

(ङ) निम्न प्रश्न विद्यार्थीहरूलाई समूहमा छलफल र समाधान गर्न दिई प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

हलगर्नुहोस् (Solve)

समूह– **A**: $3\sqrt{x-1} = 33\sqrt{2x-3}$

समूह– **B**: $2\sqrt{x^2-2} = 2^{x-1}$

समूह– **C**: $5\sqrt[3]{x8^2+16} = 25\sqrt{x^2-x-9}$

समूह– **D**: $7\sqrt[3]{3x+1} = 49^{\frac{5}{2}}$

(च) विद्यार्थीहरूलाई छलफल र प्रश्नोत्तर गर्दै $\sqrt{x-7} + \sqrt{x} = 7$ को हल गर्नुहोस् ।

DRAFT

समाधान, $\sqrt{x-7}+\sqrt{x}=7$

or, $(\sqrt{x-7})^2=(7-\sqrt{x})^2$ [∵ दुवैतिर वर्ग किन गर्ने ?]

or, $x-7=49-14\sqrt{x}+x$

or, $\sqrt{x}=4$ [∵ $\sqrt{x}=4$ कसरी आयो भनी विद्यार्थीबाट उत्तर खोज्नुहोस् ।]

∵ $x=16$ [∵ कसरी ? प्रश्न गर्नुहोस्]

[Note: x को मान राखी जाँच गर्नुहोस् । बायाँपक्ष र दायाँपक्ष बराबर आएमा पुन: प्रश्नमा हाम्रो उत्तर ठीक छ भन्ने कुराको जानकारी गराउनुहोस् ।]

2. मूल्याङ्कन

हल गर्नुहोस् **(Solve)**

(क) $2\sqrt{x^2+5}-1=x$ (ख) $\sqrt{x-4}+\sqrt{x}=2$

3. गृहकार्य

(क) पाठ्यपुस्तकको अभ्यास 9.4 को प्रश्न न. 1 र 2 हल गर्न लगाउनुहोस् ।

(ख) हल गर्नुहोस् (Solve): (a) $x+\sqrt{x^2-20}=10$ (b) $4+\sqrt[4]{a}=3$

घन्टी: 7

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) अघिल्लो दिनको गृहकार्य अवलोकन गरी आवश्यक पृष्ठपोषण दिनुहोस् ।

(ख) अघिल्लो दिनको पाठको टिपोट, रिपोटरद्वारा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् । साथै आजको पाठको रिपोटिङ गर्नका लागि अर्को विद्यार्थी चयन गर्नुहोस् ।

(ग) $\sqrt{x}+1=3-\frac{\sqrt{x}+1}{2}$ प्रश्न लिएर प्रश्नोत्तर र छलफल गर्दै समाधान गर्नुहोस् ।

समाधान

$\sqrt{x}+1=\frac{3\times2-\sqrt{x}-1}{2}$ [∵ किन –1भनी प्रश्न गर्नुहोस् ।]

or, $2\sqrt{x}+2=5-\sqrt{x}$

or, $3\sqrt{x}=3$ [∵ कसरी भनी प्रश्न गर्ने]

∵ $x=1$

(घ) समूहमा निम्न प्रश्न दिई छलफल र प्रश्नोत्तर गर्दै समाधान गर्न दिनुहोस् :

समूह **A** र **B** समूह **C** र **D**

$\frac{\sqrt{x}+\sqrt{5}}{\sqrt{x}-\sqrt{5}}=3$ $\frac{\sqrt{x}+\sqrt{7}}{\sqrt{x}-\sqrt{7}}=3$

(ङ) विद्यार्थीहरूलाई निम्न प्रश्न दिई समूहमा छलफल र समाधान गर्न लगाउनुहोस् :

DRAFT

$$\sqrt{y-1}\,\frac{2}{\sqrt{y}} = \sqrt{y}$$

(च) विद्यार्थीलाई निम्न प्रश्न दिई समूहमा छलफल र समाधान गर्न लगाउनुहोस् :

$$\frac{5x-9}{3+\sqrt{5x}} = 1 + \frac{\sqrt{5x}-3}{2}$$

2. मूल्याङ्कन

(क) $\frac{x-1}{\sqrt{x}-1} = 3 + \frac{\sqrt{x}+1}{2}$

3. गृहकार्य

(क) पाठ्यपुस्तकको पेज न. 119 को अभ्यास 9.4 को प्रश्न न. 3, 4, 5 र 6 हल गर्नुहोस् ।

घन्टी: 8

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) अघिल्लो दिनको गृहकार्य अवलोकन गरी आवश्यक पृष्ठपोषण दिनुहोस् ।

(ख) अघिल्लो दिनको पाठको टिपोट, रिपोटरद्वारा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् । साथै आजको पाठको रिपोटिङ गर्नका लागि अर्को विद्यार्थी चयन गर्नुहोस् ।

(ग) निम्नअनुसार एकाइ परीक्षा लिनुहोस् । (यो एक नमुना मात्र हो ।)

एकाइ परीक्षा: एकाइ:- मूल र सर्ड, पूर्णाङ्क- 20, समय: 35 मिनेट

[Note: परीक्षा लिईसकेपछि उत्तरपुस्तिका परीक्षणपश्चात उत्कृष्ट ग्रेड नदेखिएका विद्यार्थीहरूलाई Remedial Teaching गराउनुहोस् ।]

(क) (a) सरल गर्नुहोस् (Simplify): $\sqrt[4]{1p^8q^{12}}$ (1)

(b) सरल गर्नुहोस् (Simplify): $\frac{2\sqrt{75}+4\sqrt{105}-3\sqrt{48}}{33\sqrt{3}}$ (2)

(ख) (a) हल गर्नुहोस् (Solve): $\sqrt{x+7}+\sqrt{x} = \sqrt{7}$ (2)

(b) हल गर्नुहोस् (Solve): $\frac{x-16}{\sqrt{y}-4} = 3$ (2)

(ग) हल गर्नुहोस् (Solve): $\frac{7x-36}{6+\sqrt{7x}} = 9 - \frac{5\sqrt{7x}-11}{3}$ (4)

(घ) सरल गर्नुहोस् (Simplify): $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{6}+\sqrt{3}} - \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}$ (5)

(ङ) हल गर्नुहोस् (Solve): $\sqrt{x}+\sqrt{x+13} = \frac{91}{\sqrt{x+13}}$ (4)

DRAFT

अभ्यासका लागि थप प्रश्नहरू

सरल गर्नुहोस् (Simplify)

1. $\sqrt{5x^4y^3} \times \sqrt{15x^{-6}y^7} \times \sqrt{12x^6y^{-6}}$

2. $\sqrt[5]{\dfrac{2x^{15}y^{25}}{64x^{10}y^{15}}}$

3. $\sqrt[4]{16x^8y^{12}} \div \sqrt[3]{8x^6y^9}$

4. $\sqrt[3]{(a + b)^{-7}} \times (a + b)^{\frac{1}{3}}$

5. $\dfrac{3\sqrt[4]{48} + 2\sqrt[4]{768} - 5\sqrt[4]{243}}{16\sqrt[4]{48} - 33\sqrt[4]{3}}$

हल गर्नुहोस् (Solve):

6. $\sqrt[3]{21 + \sqrt{5x+1}} = 3$

7. $\dfrac{1}{2\sqrt[3]{3x-1}} = 1$

8. $\dfrac{2(x + 3)}{\sqrt{x} - 1} = \dfrac{2}{3}(\sqrt{x} + 1)$

9. $\sqrt{x} + \sqrt{a + x} = \dfrac{3a}{\sqrt{a + x}}$

10. $\sqrt{x} + \sqrt{x - \sqrt{1 - x}} = 1$

11. $\dfrac{3\sqrt{x} - 4}{\sqrt{x} + 2} = \dfrac{15 + 3\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 40} = 1$

सरल गर्नुहोस् (Simplify) :

12. $\dfrac{1}{x + \sqrt{x^2 - 1}} + \dfrac{1}{x - \sqrt{x^2 - 1}}$

13. $\dfrac{\sqrt{a^2+1} + \sqrt{a^2-1}}{\sqrt{a^2+1} - \sqrt{a^2-1}} + \dfrac{\sqrt{a^2+1} - \sqrt{a^2-1}}{\sqrt{a^2+1} + \sqrt{a^2-1}}$

14. $\dfrac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{6}} - \dfrac{4\sqrt{3}}{\sqrt{6} + \sqrt{2}} + \dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}$

उत्तरहरू :

1. $30x^2y^2$ 2. $\dfrac{xy^2}{2}$ 3. 1 4. $\dfrac{1}{(a + b)^2}$

5. 1 6. 7 7. $\dfrac{3}{8}$ 8.

9. $\dfrac{4a}{5}$ 10. $\dfrac{16}{25}$ 11. 4 12. 2x

13. $2a^2$ 14. 0

DRAFT

एकाइ - 10 घाताङ्क (Indices)

अनुमानित घन्टी: 6

10.1 परिचय

घाताङ्क(Indices) एक गणितीय अवधारणा हो जसले धेरै ठुला वा साना सङ्ख्याहरूलाई सजिलै प्रस्तुत गर्छ ।Index, Power र Exponent एउटै अर्थ दिने शब्दहरू हनु । x^y मा x लाई आधार (base) भनिन्छ भने y लाई x को घाताङ्क (Power or index or exponent) भनिन्छ । Index को बहुवचन Indices हो । Index ले सङ्ख्याहरूलाई गुणनको रूपमा कति पटक लेख्ने भन्ने देखाउँछ । यसलाई सानो अङ्कको आधारको दाहिनेपट्टी माथि लेख्ने गरिन्छ । कुनै सङ्ख्यालाई त्यही सङ्ख्याले वा अक्षरले धेरै पटक गुणान गर्नुपरेमा Index को प्रयोग गरिन्छ । गर्न धेरै सजिलो र छोटो हुने हुनाले बीजगणितमा यसको प्रयोग अत्याधिक गरिन्छ । पृथ्वीको तौल कति छ तथा पृथ्वी र सूर्यको दुरी कति छ भन्ने जस्ता प्रश्नहरूमा तौल तथा दुरी लेख्न घाताङ्कको प्रयोग गरिन्छ । सङ्ख्याहरूलाई वैज्ञानिक सङ्केत (Scientific Notation) मा व्यक्त गर्नु पनि घाताङ्कको प्रयोग नै हो । यस एकाइमा घाताङ्क सम्बन्धी नियमहरूको प्रयोग कहाँ कहाँ कसरी हुन्छ, घाताङ्कको सरलीकरण (Simplification of Indices) र घाताङ्कयुक्त समीकरण (Exponential Equation) को हलकसरी गरिन्छ भन्नेबारे अध्ययन गरिन्छ ।

10.2 सक्षमता

बीजगणितीय सम्बन्धहरूको सरलीकरण, प्रस्तुती तथा समस्या समाधान

10.3 सिकाइ उपलब्धि

घाताङ्क सम्बन्धी बिजिय अभिव्यञ्जकहरूको सरलीकरण तथा समीकरण हल गर्न

10.4 विषयवस्तु विभाजन

घन्टी	विषयवस्तु	सिकाइ सामग्री
1.	घाताङ्कको परिचय र नियमहरूको पूनराबलोकन	चार्टपेपर, Sign Pens, Highlighter, rubber band, Thumb Pins, कैँची, सूत्र लेखिएको चार्ट पेपर आदि ।
2.	घाताङ्कको सरलीकरण	
3.	घाताङ्कको सरलीकरण	
4.	घाताङ्कको समीकरण र सरलीकरण	
5.	घाताङ्कको समीकरण र सरलीकरण	
6.	एकाइ परीक्षा	प्रश्नपत्र

घन्टी - 1

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) घाताङ्कका नियमहरूको पुनरावलोकन गराउनुहोस् र यी नियमको प्रयोग कहाँ-कहाँ हुन्छ समूहमा छलफल गर्न लगाउनुहोस् ।

DRAFT

(ख) विद्यार्थीहरूलाई 4 समूहमा विभाजन गरी प्रत्येक समूहलाई पाठ्यपुस्तकको घाताङ्कको एकाइको पुनरावलोकन 10.0 मा दिईएका दुई दुई ओटा निम्नअनुसारको प्रश्नहरू दिई हल गरी प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

समूह–A : (क) र (ङ) **समूह–B :** (ख) र (च)

समूह–C : (ग) र (छ) **समूह–D :** (घ) र (ज)

(ग) विद्यार्थीहरूलाई निम्न प्रश्नमा प्रश्नोत्तर र छलफल गराई समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।

मान पत्ता लगाउनुहोस् : $\left(\frac{27}{8}\right)^{\frac{1}{3}} \times \left(\frac{243}{32}\right)^{-\frac{1}{5}}$

समाधान

$\left(\frac{27}{8}\right)^{\frac{1}{3}} \times \left(\frac{243}{32}\right)^{-\frac{1}{5}}$

$= \left(\frac{3}{2}\right)^{1} \times \left(\frac{3}{2}\right)^{-1}$ [∵ कसरी भनि प्रश्न गर्नुहोस्]

$= \frac{3}{2} \times \frac{2}{3}$ [∵ घाताङ्कमा (–) लाई कसरी (+) बनाईन्छ भनी सोध्नुहोस्]

$= 1$

(घ) 4 समूहमा विभाजन गरिएका विद्यार्थीहरूलाई निम्नअनुसार प्रश्न दिई छलफल गरी समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।

सरल गर्नुहोस् **(Simplify) :**

समूह- **A :** $\frac{2^{x+3} - 2^{x+2}}{2^{x+2}}$ समूह- **B :** $\frac{13^{2m+1} + 5 \times 169^{m}}{9 \times 169^{m}}$

समूह- **C :** $\frac{5 \times 3^{y} - 7 \times 3^{y-1}}{4 \times 3^{y-1}}$ समूह- **D :** $\frac{11^{x+2} + 7 \times 11^{x-1}}{11^{x} \times 223}$

(ङ) विद्यार्थीहरूलाई निम्न प्रश्नमा प्रश्नोत्तर र छलफल गर्दै समाधान गर्नुहोस् ।

सरल गर्नुहोस् (Simplify) : $\frac{1}{1+x^{a-b}} + \frac{1}{1+x^{b-a}}$

समाधान, $\frac{1}{1+\frac{x^{a}}{x^{b}}} + \frac{1}{1+\frac{x^{b}}{x^{a}}}$

$= \frac{x^{b}}{x^{b}+x^{a}} + \frac{x^{a}}{x^{a}+x^{b}}$ [∵ कसरी आयो भनी सोध्नुहोस्]

$= \frac{x^{b} + x^{a}}{x^{b} + x^{a}}$

$= 1$

2. मूल्याङ्कन

मान निकाल्नुहोस् (Evaluate):

1. $\frac{5^{x+2}-20\times5^{x-1}}{7\times5^{x}}$ 2. $(1- x^{m-n})^{-1} + (1- x^{n-m})^{-1}$ 3. $(8x^{3}\div27a^{-3})^{-2/3}$

DRAFT

3. गृहकार्य

(क) पाठ्यपुस्तकको अभ्यास 10.1 को प्रश्न न. 1 (क) र (ख) तथा 2 (क) र (ख) हल गर्न लगाउनुहोस् ।

(ख) मान निकाल्नुहोस् : $\left(\frac{125}{27}\right)^{-1/3} \div \left(\frac{25}{9}\right)^{-1/2}$

घन्टी :2

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) अघिल्लो दिनको गृहकार्य अवलोकन गरी आवश्यक पृष्ठपोषण प्रदान गर्नुहोस् ।

(ख) विद्यार्थीहरूलाई निम्न प्रश्नमा प्रश्नोत्तर र छलफल गर्दै समाधान गर्नुहोस् ।

मान निकाल्नुहोस् : $\frac{14^6 \times 15^5}{35^6 \times 6^5}$

समाधान

$= \frac{14^6 \times 15^5}{35^6 \times 6^5}$

$= \frac{(2\times7)^6 \times (3\times5)^5}{(5\times7)^6 \times (3\times2)^5}$

$= \frac{2^6\times7^6\times3^5\times5^5}{5^6\times7^6\times3^5\times2^5} = \frac{2^{6-5}}{5^{6-5}} = \frac{2}{5}$

(ग) समूहमा विभाजन गरिएका विद्यार्थीहरूलाई निम्नअनुसार प्रश्न दिई छलफलका माध्यामबाट समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।

मान निकाल्नुहोस् (Evaluate) :

समूह- **A र C :** $\frac{3^x\,(3^{x-1})^x}{3^{x+1} \times 3^{x-1}} \times \frac{1}{9^{-x}}$

समूह- **B र D :** $\frac{2^{2m}.4^m}{2^{8m+1}.2^m.2^{m-1}} \div \frac{8^m.4^{-2m}}{2^{m-1}.16^m}$

(घ) समूहमा विभाजन गरिएका विद्यार्थीहरूलाई निम्नअनुसार प्रश्न दिई छलफल गरी समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।

हल गर्नुहोस् :

समाधान

समूह- **A:** $2^{x+5} - 2^{x+2} = 7$ समूह- **B:** $3^{x+2} + 3^{x+1} = 1\frac{1}{3}$

समूह- **C:** $2^{x+1} - 2^{x-1} = 12$ समूह- **D:** $2^y - 2^{y-2} = 3$

(ङ) विद्यार्थीहरूलाई निम्न प्रश्नमा छलफल गराई समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।

हल गर्नुहोस् (Solve): $2^{4x-2}.18^{3x+4} = 6^{5x+4}.3^{3x+2}$

समाधान : $2^{4x-2}.18^{3x+4} = 6^{5x+4}.3^{3x+2}$

or, $2^{4x-2}(2.3.3)^{3x+4} = (2.3)^{5x+4}.3^{3x+2}$

DRAFT

or, $2^{4x-2}.2^{3x+4}.3^{3x+4}\ 3^{3x+4} = 2^{5x+4}.3^{5x+4}.3^{3x+2}$

or, $2^{7x+2}.3^{6x+8} = 2^{5x+4}.3^{8x+6}$ or, $\frac{2^{7x+2}.3^{6x+8}}{2^{5x+4}.3^{8x+6}} = 1$

or, $\left(\frac{2}{3}\right)^{2x-2} = \left(\frac{2}{3}\right)^{0}$ [$\because$ 1 को ठाउँमा $\left(\frac{2}{3}\right)^{0}$ किन लेखियो भनी प्रश्न गर्दै छलफल गराउनुहोस् ।]

or, $2x - 2 = 0$ [$\therefore$आधार एउटै भएकाले घाताङ्क बराबर गरेको]

$\therefore x = 1$

(च) समूहमा विभाजन गरिएका विद्यार्थीहरूलाई निम्नअनुसार प्रश्न दिई छलफल गरी समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।

समूह- **A:** यदि $a = b^c$, $b = c^a$ र $c = a^b$ भए $abc = 1$ हुन्छ भनी प्रमाणित गर्नुहोस् ।

समूह- **B:** यदि $a = b^x$, $b = c^y$ र $c = a^z$ भए प्रमाणित गर्नुहोस् $xyz = 1$

समूह- **C:** यदि $a = 10^x$, $b = 10^y$ र $a^y.b^x = 100$ भए $xy = 1$ हुन्छ भनी प्रमाणित गर्नुहोस् ।

समूह- **D:** यदि $a = 5^x$, $b= 5^y$ र $a^yb^x = 25$ भए प्रमाणित गर्नुहोस् $xy = 1$

2. मूल्याङ्कन

(क) सरल गर्नुहोस् (Simplify) : $\frac{x^{p+q}.y^{p-q}}{(x^{p-q})^p\ y^{p+r}} \div \frac{(x^{q-p})^p \times (y^{-q})^2}{x^{-(p+q)} \times y^{-(q-r)}}$

(ख) हल गर्नुहोस् (Solve) : $3^{2x+1} = 9^{x+2} - 26$

(ग) यदि $P = q^r$, $q = r^p$ र $r = p^q$ भए $pqr = 1$ हुन्छ भनी प्रमाणित गर्नुहोस् ।

(घ) गृहकार्य

हल गर्नुहोस् (Solve)

1. (a) $3^{2x+3} - 9 = 2.9^{x+1} - 6$ (b) $2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} + 2^{x+3} = 60$

2. (a) $2^{x+2} \cdot 3^{x+1} = 72$ (b) $3^{3x-2}.\ 2^{3x+4} = \frac{16}{9}$

(c) $3^{5x-4}.a^{4x-3} = 3^{2x-3}.\ a^{x-2}$ (d) $2^{3x-5}.a^{x-2} = 2^{x-2}.a^{1-x}$

घन्टी : **3**

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) अघिल्लो दिनको गृहकार्य अवलोकन गरी आवश्यक पृष्ठपोषण प्रदान गर्नुहोस् ।

(ख) समूहमा विभाजन गरिएका विद्यार्थीहरूलाई निम्नअनुसार प्रश्न दिई छलफल गरी समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।

हल गर्नुहोस् **(Solve) :**

समूह-**A:** $2^x + \frac{1}{2^x} = 2\frac{1}{2}$ समूह-**B:** $2^x + \frac{16}{2^x} = 10$

DRAFT

समूह-C: $25^x - 30.5^x + 125 = 0$ **समूह-D:** $5^{1-x} + 5^{x-1} = \frac{26}{5}$

(ग) **समूहमा विभाजन गरिएका विद्यार्थीहरूलाई निम्नअनुसार प्रश्न दिई छलफलका माध्यामबाट समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।**

सरल गर्नुहोस् (Simplify) :

समूह-A र B: $\frac{1}{1 + a^{x-y} + a^{z-y}} + \frac{1}{1 + a^{y-z} + a^{x-z}} + \frac{1}{1 + a^{z-x} + a^{y-x}}$

समूह-C र D: $\frac{1}{1 + x^{b-a} + x^{c-a}} + \frac{1}{1 + x^{c-b} + x^{a-b}} + \frac{1}{1+x^{a-c} + x^{b-c}}$

(घ) **विद्यार्थीहरूलाई निम्न प्रश्नमा प्रश्नोत्तर र छलफल गराई समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।**

सरल गर्नुहोस् : $\frac{m^2}{(n-m)^n} + \frac{2m}{(n-m)^{n-1}} + \frac{1}{(n-m)^{n-2}}$

समाधान,

$\frac{m^2}{(n-m)^n} + \frac{2m}{(n-m)^{n-1}} + \frac{1}{(n-m)^{n-2}}$

$= \frac{m^2}{(n-m)^n} \frac{2m}{(n-m)^{-1}} + \frac{1}{(n-m)^n (n-m)^{-2}}$

$= \frac{m^2}{(n-m)^n} + \frac{2m(n-m)}{(n-m)^n} + \frac{(n-m)^2}{(n-m)^n}$ [∵ **कसरी आयो भनी सोध्नुहोस्**]

$= \frac{m^2 + 2m(n-m) + (n-m)^2}{(n-m)^n} = \frac{(m+n-m)^2}{(n-m)^n}$ [∵ **कसरी आयो भनी सोध्नुहोस्**]

$= \frac{n^2}{(n-m)^n}$

3. मूल्याङ्कन

(क) **हल गर्नुहोस्** (Solve) : $3^{a+3} + \frac{1}{3^a} = 28$

(ख) **यदि** $m + n + r = 0$ **भए प्रमाणित गर्नुहोस्** :

$\frac{1}{1+x^m + x^{-n}} + \frac{1}{1+x^n + x^{-r}} + \frac{1}{1+x^r + x^{-m}} = 1$

4. गृहकार्य

(क) हल गर्नुहोस् (Solve) :

(a) $5^a + \frac{1}{5^a} = 25\frac{1}{25}$ (b) $4^x - 6.2^{x+1} + 32 = 0$ (c) $4^x + 128 = 3.2^{x+3}$

(ख) **सरल गर्नुहोस् :**

(a) $\frac{1}{1+m^{p-q} + m^{r-q}} + \frac{1}{1+m^{q-r} + m^{p-r}} + \frac{1}{1+m^{r-p} + m^{q-p}}$

(b) $\frac{1}{1+x^{a-b}+x^{a-c}} + \frac{1}{1+x^{b-c}+x^{b-a}} + \frac{1}{1+x^{c-a}+x^{c-b}}$

DRAFT

(c) $\frac{p^2}{(p-y)^y} - \frac{2p}{(p-y)^{y-1}} + \frac{1}{(p-y)^{y-2}}$

घन्टी : 4

1. **सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप**

(क) **अघिल्लो दिनको गृहकार्य अवलोकन गरी आवश्यक पृष्ठपोषण प्रदान गर्नुहोस् ।**

(क) **विद्यार्थीहरूलाई निम्न प्रश्नमा प्रश्नोत्तर र छलफल गराई समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।**

यदि $a + b + c = 0$ **भए प्रमाणित गर्नुहोस् :** $\frac{1}{1+x^a+x^{-b}} + \frac{1}{1+x^b+x^{-c}} + \frac{1}{1+x^c+x^{-a}} = 1$

(ग) **विद्यार्थीहरूलाई निम्न प्रश्नमा प्रश्नोत्तर र छलफल गराई समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।**

यदि $abc = 1$ **भए, प्रमाणित गर्नुहोस् :** $\frac{1}{1+a+b^{-1}} + \frac{1}{1+b+c^{-1}} \frac{1}{1+c+a^{-1}} = 1$

समाधान, $abc = 1$

or, $bc = \frac{1}{a}$ / $a = \frac{1}{bc}$ [∵किन a **नराख्ने भनी सोध्नुहोस् र स्पष्ट पार्नुहोस्**]

L.H.S. $\frac{1}{1+\frac{1}{bc}+\frac{1}{b}} + \frac{1}{1+b+\frac{1}{c}} + \frac{1}{1+c+bc}$ [∵**कसरी आयो भनी सोध्नुहोस्**]

$= \frac{bc}{bc+1+c} + \frac{c}{c+bc+1} + \frac{1}{1+c+bc}$ [∵**कसरी आयो भनी सोध्नुहोस्**]

$= \frac{bc+c+1}{bc+c+1} = 1 = RHS$

(घ) **समूहमा विभाजन गरिएका विद्यार्थीहरूलाई निम्नअनुसार प्रश्न दिई छलफल गरी समाधान गर्न लगाउनुहोस् :**

समूह–A: $\left(\frac{x^{a^2+b^2}}{x^{ab}}\right)^{a+b} \times \left(\frac{x^{b^2+c^2}}{x^{bc}}\right)^{b+c} \times \left(\frac{x^{c^2+a^2}}{x^{ca}}\right)^{c+a}$

समूह–B: $\left(\frac{x^{a^2+b^2}}{^{-ab}}\right)^{a-b} \times \left(\frac{x^{b^2+c^2}}{x^{-bc}}\right)^{b-c} \times \left(\frac{x^{c^2+a^2}}{x^{-ca}}\right)^{c-a}$

समूह–C: $\left(\frac{x^{a+b}}{x^c}\right)^{a-b} \times \left(\frac{x^{b+c}}{x^a}\right)^{b-c} \times \left(\frac{x^{c+a}}{x^b}\right)^{c-a}$

समूह–D: $\left(\frac{x^a}{x^b}\right)^{a^2+ab+b^2} \times \left(\frac{x^b}{x^c}\right)^{b^2+bc+c^2} \times \left(\frac{x^c}{x^a}\right)^{c^2+ca+a^2}$

2. **मूल्याङ्कन**

यदि $pqr = 1$**भए प्रमाणित गर्नुहोस्** : $\frac{1}{1+p+q^{-1}} + \frac{1}{1+q+r^{-1}} + \frac{1}{1+r+p^{-1}} = 1$

3. **गृहकार्य**

DRAFT

(क) यदि $p+q+r=0$ भए प्रमाणित गर्नुहोस् : $\frac{1}{1+x^p+x^{-q}}+\frac{1}{1+x^q+x^{-r}}+\frac{1}{1+x^r+x^{-p}}=1$

(ख) सरल गर्नुहोस् (Simplify) :

(a) $\left(\frac{a^x}{a^y}\right)^{x+y} \times \left(\frac{a^y}{a^z}\right)^{y+z} \div (a^x \times a^z)^{x-z}$ (b) $\frac{(x^{a+b})^2.(x^{b+c})^2.(x^{c+a})^2}{(x^a x^b x^c)^4}$

(c) $\left(\frac{x^b}{x^c}\right)^{\frac{1}{bc}} \times \left(\frac{x^c}{x^a}\right)^{\frac{1}{ca}} \times \left(\frac{x^a}{x^b}\right)^{\frac{1}{ab}}$

घन्टी:5

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) अघिल्लो दिनको गृहकार्य अवलोकन गरी आवश्यक पृष्ठपोषण प्रदान गर्नुहोस् ।

(ख) समूहमा विभाजन गरिएका विद्यार्थीहरूलाई निम्नअनुसार प्रश्न दिई छलफलबाट समाधान गरी प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

(अ) सरल गर्नुहोस् :

समूह–A र D : $\frac{\sqrt[z]{a^{1/z}} \times \sqrt[x]{a^{1/x}} \times \sqrt[y]{a^{1/y}}}{\sqrt[y]{a^{1/y}} \times \sqrt[z]{a^{1/z}} \times \sqrt[x]{a^{1/x}}}$ **समूह–B र C :** $\sqrt[ab]{\frac{x^{\frac{a}{b}}}{x^{\frac{b}{a}}}} \times \sqrt[bc]{\frac{x^{\frac{b}{c}}}{x^{\frac{c}{b}}}} \times \sqrt[ca]{\frac{x^{\frac{c}{a}}}{x^{\frac{a}{c}}}}$

(ग) समूहमा विभाजन गरिएका विद्यार्थीहरूलाई निम्नअनुसार प्रश्न दिई छलफल गरी समाधान गरी प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

सरल गर्नुहोस् (Simplify) :

समूह–A र C : $\sqrt[\frac{1}{ab}]{\frac{x^{1/a}}{x^{1/b}}} \times \sqrt[\frac{1}{bc}]{\frac{x^{1/b}}{x^{1/c}}} \times \sqrt[\frac{1}{ca}]{\frac{x^{1/c}}{x^{1/a}}}$

समूह–B र D : $\sqrt[\frac{1}{c-a}]{\frac{a^{a+b}}{a^{a-b}}} \times \sqrt[\frac{1}{a-b}]{\frac{a^{b+c}}{a^{b-c}}} \times \sqrt[\frac{1}{b-c}]{\frac{a^{c+a}}{a^{c-a}}}$

(घ) विद्यार्थीहरूलाई निम्न प्रश्नमा छलफल गराई समाधान प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

सरल गर्नुहोस् (Simplify) : $\frac{\left(1-\frac{b}{a}\right)^{\frac{b}{a-b}}\left(1+\frac{a}{b}\right)^{\frac{a}{a-b}}}{\left(\frac{a}{b}-1\right)^{\frac{b}{a-b}}\left(\frac{b}{a}+1\right)^{\frac{a}{a-b}}}$

DRAFT

समाधान

$$\frac{\left(1-\frac{b}{a}\right)^{\frac{b}{a-b}}\left(1+\frac{a}{b}\right)^{\frac{a}{a-b}}}{\left(\frac{a}{b}-1\right)^{\frac{b}{a-b}}\left(\frac{b}{a}+1\right)^{\frac{a}{a-b}}}$$

$$=\left(\frac{1-\frac{b}{a}}{\frac{a}{b}-1}\right)^{\frac{b}{a-b}}\left(\frac{1+\frac{a}{b}}{\frac{b}{a}+1}\right)^{\frac{a}{a-b}} \qquad =\left(\frac{a-b}{a}\times\frac{b}{a-b}\right)^{\frac{b}{a-b}}\left(\frac{b+a}{b}\times\frac{a}{b+a}\right)^{\frac{a}{a-b}}$$

$$=\left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{b}{a-b}}\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{a}{a-b}}$$ [∵ कसरी र किन भनी समाधान विद्यार्थीबाट खोज्नुहोस् ।]

$$=\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{-b}{a-b}}\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{a}{a-b}}=\frac{a}{b}$$ [∵ कसरी र किन भनी प्रश्न सोध्नुहोस् ।]

2. **मूल्याङ्कन सरल गर्नुहोस् :** $\dfrac{\left(y+\frac{1}{x}\right)^{x+y}\left(x-\frac{1}{y}\right)^{x+y}}{\left(x^2-\frac{1}{y^2}\right)^{x}\left(y^2-\frac{1}{x^2}\right)^{y}}$

3. **गृहकाय**

सरल गर्नुहोस् : (a) $\sqrt[b^2c^2]{\dfrac{m^{b^2/c^2}}{m^{c^2/b^2}}}\times\sqrt[c^2a^2]{\dfrac{m^{c^2/a^2}}{m^{a^2/c^2}}}\times\sqrt[a^2b^2]{\dfrac{m^{a^2/b^2}}{m^{b^2/a^2}}}$ (b) $\dfrac{\left(x^2-\frac{1}{y^2}\right)^{x}\left(x-\frac{1}{y}\right)^{y-x}}{\left(y^2-\frac{1}{x^2}\right)^{y}\left(y+\frac{1}{x}\right)^{x-y}}$

अभ्यासका लागि थप प्रश्नहरू

सरल गर्नुहोस्

(a) $\dfrac{1}{1+m^{a-b}+m^{a-c}}+\dfrac{1}{1+m^{b-c}+m^{b-a}}+\dfrac{1}{1+m^{c-a}+m^{c-b}}$

(b) $\sqrt[\frac{1}{ab}]{\dfrac{x^{a/b}}{x^{b/a}}}\times\sqrt[\frac{1}{bc}]{\dfrac{x^{b/c}}{x^{c/b}}}\times\sqrt[\frac{1}{ca}]{\dfrac{x^{c/a}}{x^{a/c}}}$

(c) $\sqrt[mn]{\dfrac{x^{m/n}}{x^{n/m}}}\times\sqrt[np]{\dfrac{x^{n/p}}{x^{p/n}}}\times\sqrt[pm]{\dfrac{x^{p/m}}{x^{m/p}}}$

(d) $\dfrac{\left(1+\frac{m}{n}\right)^{\frac{m}{m-n}}\left(1-\frac{n}{m}\right)^{\frac{n}{m-n}}}{\left(\frac{n}{m}+1\right)^{\frac{m}{m-n}}\left(\frac{m}{n}-1\right)^{\frac{n}{m-n}}}$

घन्टी: 6

1. **सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप**

(क) अधिल्लो दिनको गृहकार्य अवलोकन गरी आवश्यक पृष्ठपोषण प्रदान गर्नुहोस् ।

(ख) एकाइ परीक्षाका लागि निम्नअनुसार प्रश्न लिन सक्नुहुने छ ।

एकाइ परीक्षा, एकाइ-10 (घाताङ्क),

DRAFT

विषय- अनिवार्य गणित, पूर्णाङ्क-20, समय- 35 मिनेट

सबै प्रश्नहरू अनिवार्य छन् ।

1. (a) **सरल गर्नुहोस्** (Simplify) $\frac{5^{x+2}-20\times5^{x-1}}{7\times5^{x}}$ (2)

   (b) **हल गर्नुहोस्** (Solve) **:** $3^{x} - 3^{x+1} - 3^{x+2} + 3^{x+3} = 16$ (2)

2. **हल गर्नुहोस्** (Solve) : $7^{x} + \frac{343}{7^{x}} = 56$ (4)

3 **सरल गर्नुहोस् (Simplify):** $\frac{1}{1 + a^{x-y} + a^{z-y}} + \frac{1}{1 + a^{y-z} + a^{x-z}} + \frac{1}{1 + a^{z-x} + a^{y-x}}$ (4)

4 **सरल गर्नुहोस् (Simplify):** $\sqrt[y^2z^2]{\frac{a^{y^2/z^2}}{a^{z^2/y^2}}} \times \sqrt[z^2x^2]{\frac{a^{z^2/x^2}}{a^{x^2/z^2}}} \times \sqrt[x^2y^2]{\frac{a^{x^2/y^2}}{a^{y^2/x^2}}}$ (4)

5 **सरल गर्नुहोस् (Simplify):** $\frac{\left(a+\frac{1}{b}\right)^{a+b}\left(b-\frac{1}{a}\right)^{a+b}}{\left(b^2-\frac{1}{a^2}\right)^{b}\left(a^2-\frac{1}{b^2}\right)^{a}}$ (4)

DRAFT

एकाइ -11 बीजीय भिन्न (Algebraic Fraction)

अनुमानित घन्टी - 7

11.1. परिचय

यस एकाइमा चार ओटासम्म बीजीय भिन्नहरू समावेश भएका समस्याहरूको सरलीकरण गर्ने तरिकाहरूका बारेमा चर्चा गरिन्छ । बीजीय भिन्न सम्बन्धी यसभन्दा अगाडि अध्ययन गरेका कुराहरू बीज गणितीय सूत्रहरू, आधारभूत क्रियाहरू र ल.स. का बारेमा पुनरावलोकन गर्दै यस पाठमा बीजीय भिन्नहरूका हरलाई खण्डीकरण गर्ने, दुई दुई पदहरूको योग तथा अन्तर निकाल्ने र लघुतम पदमा लैजाने कार्य गरिन्छ ।

11.2 सक्षमता

बीज गणितीय सम्बन्धहरूको सरलीकरण

11.3 सिकाइ उपलब्धि

बीजीय भिन्न प्रयोग भएका समस्याहरूको सरलीकरण गर्न ।

11.4 विषयवस्तुको विभाजन

घन्टी	विषयवस्तु	सिकाइ सामग्री
1.	बढीमा 2 ओटा बीजीय भिन्नका सरलीकरण	चार्टपेपर, साइनपेन, कैंची, पेपर, कटर, टेप आदि
2.	बढीमा 3 ओटा बीजीय भिन्नको सरलीकरण	
3.	बढीमा 4 ओटा बीजीय भिन्नको सरलीकरण	
4.	बढीमा 4 ओटा बीजीय भिन्नको सरलीकरण	
5.	बढीमा 4 ओटा बीजीय भिन्नको सरलीकरण	
6.	बढीमा 4 ओटा बीजीय भिन्नको सरलीकरण	
7.	एकाइ परीक्षा	प्रश्न पत्र

DRAFT

घन्टी: 1

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) विजीय भिन्नको पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ 126 को पुनरापुनरावलोकनमा छलफल गर्नुहोस् गराउनुहोस् साथै बीजीय भिन्नको परिभाषा र उदाहरण दिनुहोस् ।

(ख) निम्न प्रश्नहरूमा छलफल र प्रश्नोत्तर गर्दै दुई ओटा पद भएको बीजीय भिन्न $\frac{1}{a^2+2a}-\frac{2}{a^2-4}$ को सरलीकरण गराउनुहोस् ।

[नोटः सरलीकरण गर्दा अपनाउनुपर्ने तरिकाहरू जस्तै : हरलाई खण्डीकरण गर्ने, ल.स. लिने, हर र अंशमा उही पद आएमा लघुत्तम पदमालाने र अन्तमा अंशमा (-) चिह्न आएमा गर्ने प्रक्रियाहरू स्पष्ट पार्नुहोस् ।]

समाधान

$$\frac{1}{a^2+2a}-\frac{2}{a^2-4}$$

$$=\frac{1}{a(a+2)}-\frac{2}{(a-2)(a+2)}$$

$$=\frac{a-2-2a}{a(a+2)(a-2)}$$ [∵ ल.स.कसरी निकाल्ने भनी प्रश्न गर्नुहोस्]

$$=\frac{-(a+2)}{a(a+2)(a-2)} \qquad = \frac{-1}{a(a-2)}$$

$$=\frac{1}{a(2-a)}$$ [∵ कसरी अंशको (–)भनी प्रश्न गर्नुहोस्]

(ग) विद्यार्थीहरूलाई समूहमा विभाजन गरी प्रत्येक समूहलाई पाठ्यपुस्तकको अभ्यास 11 को प्रश्न न. 1 को क, ख, ग र घ गरी एक एक प्रश्न समाधान गर्न दिई समूहमा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

(घ) विभाजित 4 समूहलाई निम्न एक एक ओटा प्रश्न समाधान गर्न लगाउनुहोस् र आवश्यक सहयोगं गरी प्रत्येक समूहबाट प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

सरल गर्नुहोस् (Simplify)

1. $\frac{x-y}{x+y}-\frac{x-y}{y-x}$ 2. $\frac{1}{x-1}-\frac{1}{1-x^2}$

3. $\frac{a+b}{b-a}-\frac{a-b}{a+b}$ 4. $\frac{a^2}{a^3-a}-\frac{a}{1+a^2}$

2. मूल्याङ्कन

सरल गर्नुहोस् (Simplify): $\frac{a}{a-b}+\frac{a}{b^2-a^2}$

3. गृहकार्य

(क) पाठ्यपुस्तकमा दिइएको अभ्यास 11 को प्रश्न न. 1 र 2 हल गर्न लगाउनुहोस् ।

घन्टी : 2

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) अघिल्लो दिनको गृहकार्य अवलोकन गरी आवश्यक पृष्ठपोषण दिनुहोस् ।

(ख) प्रत्येक समूहका विद्यार्थीहरूलाई निम्न प्रश्नमा छलफल गराई समाधान प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

सरल गर्नुहोस् (Simplify) : $\frac{a+b-c}{ab}-\frac{b+c-a}{bc}+\frac{a-c-b}{ca}$

(ख) विभाजित 4 ओटासमूहलाई निम्नअनुसारका प्रश्न दिई समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।

सरल गर्नुहोस् (Simplify)

DRAFT

समूह– **A:** $\frac{1}{x-y} - \frac{1}{y-z} + \frac{1}{z-x}$

समूह–**B:** $\frac{x-y}{xy} + \frac{y-z}{yz} + \frac{z-x}{zx}$

समूह–**C:** $\frac{p-q}{pq} + \frac{q-r}{qr} + \frac{r-p}{rp}$

समूह–**D:** $\frac{b+a}{ab} + \frac{c+b}{bc} + \frac{a+c}{ca}$

(ग) क्रियाकलाप 2 मा समूह A लाई दिइएको प्रश्न समूह B लाई, समूह B लाई दिइएको प्रश्न समूह C लाई, C को D र D को A लाई समाधान गरी प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

2. मूल्याङ्कन

सरल गर्नुहोस् ।(Simplify) $\frac{b-a}{ab} - \frac{c-b}{bc} \frac{a-c}{ca}$

3. गृहकार्य

(क) क्रियाकलाप 2 मा दिइएका 4 ओटै प्रश्नहरू हल गर्न लगाउनुहोस् ।

(ख) सरल गर्नुहोस् (Simplify)

$$\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)(a + b - c) + \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)(b + c - a) + \left(\frac{1}{c} + \frac{1}{a}\right)(c + a - b)$$

घन्टी :3

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) अघिल्लो दिनको गृहकार्य अवलोकन गरी आवश्यक पृष्ठपोषण दिनुहोस् ।

(ख) समूहमा निम्न प्रश्नमा प्रश्नोत्तर र छलफल गराउँदै समाधान खोज्न लगाउनुहोस् ।

सरल गर्नुहोस् (Simplify) $\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} - \frac{2}{x^2+1} - \frac{4}{x^4+1}$

समाधान

यहाँ, $\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} - \frac{2}{x^2+1} - \frac{4}{x^4+1}$

$= \frac{2}{x^2-1} - \frac{2}{x^2+1} - \frac{4}{x^4+1}$ [$\because \frac{2}{x^2-1}$ कसरी भयो भनी समाधान विद्यार्थीलाई पत्ता लगाउन लगाउनुहोस् ।]

$= \frac{2(x^2+1)-2(x^2-1)}{(x^2-1)(x^2+1)} - \frac{4}{x^4+1}$

$= \frac{2x^2+2-2x^2+2}{(x^2)^2-1^2} - \frac{4}{x^4+1}$ [$\because (x^2)^2-1^2$ कसरी भयो भनी प्रश्न गर्नुहोस्]

$= \frac{4}{x^4-1} - \frac{4}{x^4+1} = \frac{4(x^4+1)-4(x^4-1)}{(x^4-1)(x^4-1)}$

DRAFT

$= \frac{8}{x^8-1}$ [$\because \frac{8}{x^8-1}$ कसरी आउँछ भनी विद्यार्थीबाट समाधान खोज्नुहोस् ।]

(ग) विद्यार्थीहरूलाई समूहमा निम्न प्रश्न दिई समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।

सरल गर्नुहोस **(Simplify)**

समूह -A: $\frac{1-a}{1+a} - \frac{1+a}{1-a} - \frac{4a}{1+a^2} - \frac{8a}{1+a^4}$

समूह– B: $\frac{1+y}{1-y} - \frac{1-y}{1+y} - \frac{4y}{1+y^2} + \frac{8y^3}{1+y^4}$

समूह– C: $\frac{a}{1-2a} + \frac{a}{1+2a} + \frac{2a}{1+4a^2} + \frac{16a^3}{16a^4-1}$

समूह– D: $1 + \frac{b}{a-b} + \frac{2ab}{a^2+b^2} - \frac{a}{a+b} + \frac{4a^3b}{a^4+b^4}$

2. मूल्याङ्कन

सरल गर्नुहोस् : $\frac{b}{a-b} + \frac{b}{a+b} + \frac{2a}{a^2+b^2} + \frac{4a^3b}{a^4+b^4}$

3. गृहकार्य

सरल गर्नुहोस् **(Simplify)**

(क) $\frac{1}{a-1} - \frac{1}{a+1} - \frac{2}{a^2+1} - \frac{4}{a^4+1}$

(ख) $\frac{b}{1-2b} + \frac{b}{1+2b} + \frac{2b}{1+4b^2} + \frac{16b^3}{16b^4-1}$

(ग) $\frac{a}{a-b} + \frac{a}{a+b} - \frac{6a^2}{a^2-b^2} + \frac{8a^4}{a^4-b^4}$

घन्टी: 4

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) अघिल्लो दिनको गृहकार्य अवलोकन गरी दिई निम्न प्रश्नमाथि छलफल गराई आवश्यक पृष्ठपोषण दिनुहोस् ।

(ख) निम्न प्रश्न दिई प्रश्नोत्तर र छलफल गर्दै समस्या समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।

सरल गर्नुहोस् (Simplify): $\frac{1}{x+y} + \frac{2x}{x^2+y^2} + \frac{4x^3}{x^4+y^4} - \frac{8x^7}{x^8-y^8}$

(ग) 4समूहमा निम्नअनुसार प्रश्न दिई समाधान प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

समूह- A: $\frac{a-5}{a^2-5a+25} + \frac{a+5}{a^2+5a+25} - \frac{250}{a^4+25a^4+625}$

समूह- B: $\frac{a-4}{a^2-4a+16} + \frac{a+4}{a^2+4a+16} - \frac{128}{a^4-16a^2+256}$

समूह- C: $\frac{2a+b}{4a^2+2ab+b^2} + \frac{2a-b}{4a^2-2ab+b^2} - \frac{2b^3}{16a^4+4a^2b^2+b^4}$

DRAFT

समूह- **D:** $\frac{3x-1}{9x^2-3x+1}+\frac{3x+1}{9x^2+3x+1}+\frac{54x^3}{81x^4+9x^2+1}$

2. मूल्याङ्कन

सरल गर्नुहोस **(Simplify) :** $\frac{2x-y}{4x^2-2xy+y^2}+\frac{2x+y}{4x^2+2xy+y^2}-\frac{2y^3}{16x^4+4x^2y^2+y^4}$

3. गृहकार्य

सरल गर्नुहोस **(Simplify)**

(a) $\frac{1}{a+b}+\frac{2b}{a^2+b^2}-\frac{4b^3}{a^4+b^4}-\frac{8b^7}{b^8-a^8}$

(b) $\frac{1}{a+b}+\frac{2b}{a^2+b^2}-\frac{4b^4}{a^4+b^4}-\frac{8a^7}{a^8-b^8}$

(c) $\frac{1}{y+p}-\frac{2y}{y^2+p^2}+\frac{8y^7}{y^8-p^8}-\frac{4y^4}{y^4+p^4}$

(d) $\frac{a+2}{1+a+a^2}-\frac{a-2}{1-a+a^2}-\frac{2a^2}{1+a^2+a^4}$

घन्टी:5

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) अघिल्लो दिनको गृहकार्य अवलोकन गरी आवश्यक पृष्ठपोषण दिनुहोस् ।

(ख) तलको प्रश्नमा प्रश्नोत्तर र छलफल गराउँदै समाधान खोज्नुहोस् ।

सरल गर्नुहोस् (Simplify): $\frac{1}{x-a}-\frac{2}{2x+a}+\frac{1}{x+a}-\frac{2}{2x-a}$

[नोटः यस्तो प्रकारको प्रश्नमा $\frac{1}{x-a}$ / $\frac{1}{x-a}$ लाई र $\frac{1}{2x+a}-\frac{2}{2x-a}$ लाई सँगै राखि छुट्टाछुट्टै ल.स. निकाल्न लगाई अन्तमा पुरैको ल.स. निकाल्न लगाउनुहोस् र वैकल्पिक तरिका पनि बताइ दिनुहोस् ।]

(ग) निम्न प्रश्न प्रत्येक समूहका प्रत्येक विद्यार्थीलाई दिई छलफल र प्रश्नोत्तरका माध्यामबाट समाधान गर्नुहोस् ।

$\frac{(x-y)^2-z^2}{x^2-(y+z)^2}+\frac{(y-x)^2-y^2}{z^2-(x+y)^2}+\frac{(y-z)^2-x^2}{y^2-(z+x)^2}$

2. मूल्याङ्कन

सरल गर्नुहोस् **(Simplify)**

(a) $\frac{1}{x+1}-\frac{2}{2x-1}+\frac{1}{x-1}-\frac{2}{2x+1}$

(b) $\frac{(a-b)^2-c^2}{a^2-(b+c)^2}+\frac{(b-c)^2-a^2}{b^2-(c+a)^2}+\frac{(c-a)^2-b^2}{c^2-(a+b)^2}$

3. गृहकार्य

(क) पाठ्यपुस्तकको प्रश्न न. 7 समाधान गर्नुहोस् ।

DRAFT

(ख) सरल गर्नुहोस् (Simplify): $\frac{1}{x-5} - \frac{1}{x-3} + \frac{1}{x+5} - \frac{1}{x+3}$

(ग) सरल गर्नुहोस् (Simplify)

$$\frac{9x^2 - (y+z)^2}{(3x+z)^2 - y^2} + \frac{y^2 - (z-3x)^2}{(3x+y)^2 - z^2} + \frac{z^2 - (3x-y)^2}{(y+z)^2 - 9x^2}$$

घन्टी :6

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) अघिल्लो दिनको गृहकार्य अवलोकन गरी आवश्यक पृष्ठपोषण दिनुहोस् ।

(ख) निम्न प्रश्नमा प्रश्नोत्तर र छलफल गराउँदै समाधान गर्नुहोस् ।

सरल गर्नुहोस् (Simplify) $\frac{2a-6}{a^2-9a+20} - \frac{a-1}{a^2-7a+12} - \frac{a-2}{a^2-8a+15}$

(ग) तलकोप्रश्न दिई समूह समूहमा प्रश्नोत्तर र छलफल गराउँदै समाधान गर्नुहोस् ।

सरल गर्नुहोस् (Simplify): $\frac{1}{(a+1)^2(a+2)^2} - \frac{1}{(a+1)^2} + \frac{1}{a+1} - \frac{2}{a+2}$

[नोटः यस प्रश्नको समाधान गराउँदा पहिले $(a+1)^2 (a+2)^2$ को ल.स. लिई सिकाउनुहोस् र $(a+1)$ र $(a+2)$ को छुट्टै ल.स. लिई अन्तमा सबैको ल.स.लिई समाधान गराउनुहोस् । त्यस्तै दोस्रो तरिकामा $(a+1)^2$ र $(a+1)$ को पहिलो ल.स. लिई अन्तमा पूरैको ल.स. लिई समाधान गराउनुहोस् र २ ओटै तरिकाको उत्तर एउटै आएकोमा स्पष्ट पारिदिनुहोस ।]

(घ) तलको प्रश्न समूहमा छलफल गराउँदै समाधान गर्न दिनुहोस् ।

सरल गर्नुहोस् (Simplify): $\frac{2}{x^3+x^2+x+1} - \frac{2}{x^3+x^2-x-1}$

DRAFT

2. मूल्याङ्कन

सरल गर्नुहोस् **(Simplify)**

(a) $\frac{1}{x^2-5x+6} + \frac{1}{x^2-3x+2} - \frac{2}{x^2-4x+3}$

(b) $\frac{x(x+3)}{(x+1)^2(x+2)^2} + \frac{1}{(x+1)^2} + \frac{2}{x+1} - \frac{2}{x+1}$

3. गृहकार्य

सरल गर्नुहोस् **(Simplify)**

(a) $\frac{a-1}{a^2-3a+2} + \frac{a-2}{a^2-5a+b} - \frac{a-5}{a^5-8a+15}$

(b) $\frac{x-1}{(2x-1)(x+2)} + \frac{3}{(x+2)(x-1)} \frac{1}{(1-x)(1-2x)}$

(c) $\frac{1}{(y+1)^2(y+2)^2} - \frac{1}{(y+1)^2} + \frac{2}{(y+1)} - \frac{2}{y+2}$

थप अभ्यासका लागि प्रश्नहरू (Question of addition practice)

1. $\frac{1}{1+\frac{y}{x}}+\frac{1}{\frac{x}{y}-\frac{y}{x}}-\frac{2}{1+\frac{y^2}{x^2}}-\frac{2}{\frac{x^2}{y^2}-\frac{y^2}{x^2}}$

2. $\frac{1}{1+\frac{b}{a}}+\frac{1}{\frac{a}{b}-\frac{b}{a}}-\frac{2}{1+\frac{b^2}{a^2}}-\frac{2}{\frac{a^2}{b^2}-\frac{b^2}{a^2}}$

3. $\frac{x^2-(2y-3,)^2}{(3m+x)^2-4y^2}+\frac{4y^2-(3m-x)^2}{(x+2y)^2-9m^2}+\frac{9m^2-(x-2y)^2}{(2y+3m)^2-x^2}$

4. $\frac{x+\sqrt{2}}{2\sqrt{2}(x^2+\sqrt{2}x+2)}+\frac{x-\sqrt{2}}{2\sqrt{2}(x^2-\sqrt{2}x+2)}$

5. $\frac{4}{x^2-x+1}+\frac{1}{x+\sqrt{x}+1}+\frac{1}{x-\sqrt{x}+1}-\frac{2(x-1)}{x^2+x+1}$

6. $\left(\sqrt{\frac{a+x}{x}}-\sqrt{\frac{x}{a+x}}\right)^2-\left(\sqrt{\frac{x}{a}}-\sqrt{\frac{a}{x}}\right)^2+\frac{x^2}{a(x+a)}$

उत्तरहरू

1. $\frac{x^2y^2}{x^4-y^4}$ 2. $\frac{a^2b^2}{a^4-b^4}$ 3. 1 4. $\frac{2}{x^4+2x^2+4}$ 5. $\frac{8x^2+8}{x^4+x^2+1}$ 6. 1

घन्टी : 7

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

एकाइ परीक्षा : सबै प्रश्नहरू अनिवार्य छन् ।

विषय- अनिवार्य गणित, एकाइ- बीजीय अभिव्यञ्जनको सरलीकरण, समय : 30 मिनेट, पूर्णाङ्क - 28

1, **सरल गर्नुहोस** (Simplify): [2×2=4]

a) $\frac{m}{m-n}-\frac{n}{m+n}$ b) $\frac{1}{a-1}-\frac{1}{a-a^2}$

2. **सरल गर्नुहोस्** (Simplify): $\frac{a}{a-b}+\frac{a}{a+b}-\frac{6a^2}{a^2-b^2}-\frac{8a^4}{b^4-a^4}$ [4]

3. **सरल गर्नुहोस्** (Simplify) [4]

$$\frac{2x+y}{4x^2+2xy+y^2}+\frac{2x-y}{4x^2-2xy+y^2}-\frac{2y^3}{16x^4+4x^2y^2+y^4}$$

4. **सरल गर्नुहोस्** (Simplify) [4]

$$\frac{(b-c)^2-a^2}{b^2-(c+a)^2}+\frac{(c-a)^2-b^2}{c^2-(a+b)^2}+\frac{(a-b)^2-c^2}{a^2-(b+c)^2}$$

[Note: परीक्षा लिइसकेपछि उत्तर पुस्तिका परीक्षणपश्चात उत्कृष्ट ग्रेड नदेखिएका विद्यार्थीहरूलाई Remedial Teaching गराउनुहोस् ।]

DRAFT

एकाइ- 12 समीकरण (Equation)

अनुमानित घन्टी : 9

12.1 परिचय

यस एकाइअन्तर्गत हामीले युगपत् रेखीय समीकरण र वर्ग समीकरणहरूका शाब्दिक समस्याहरूको बारेमा अध्ययन गर्ने छौं । युगपद रेखीय समीकरणमा दुई वा दुईभन्दा बढी समीकरणहरू हुन्छन् । प्रत्येक समीकरणहरूका दुई वा दुईभन्दा बढी चलहरू हुन्छन् । उक्त चलका मानहरूले उक्त समीकरणहरूलाई मान्य गराउँछन् । यस्ता समीकरणहरूको समूह युगपत् रेखीय समीकरण हो । यहाँ हामी दुई ओटा चल भएका रेखीय समीकरणहरूको अध्ययन गर्ने छौं । यसको सुरुवात सन् 1835–1845 को दशकमा भएको मानिन्छ । वर्ग समीकरण दुई डिग्री भएको एक चलयुक्त समीकरण हो, जुन $ax^2 + bx + c = 0$ को रूपमा हुन्छ । जहाँ x चल हो भने a, b र c अचर मानहरू हुन् । जहाँ $a \neq 0$ हुनै पर्छ । यसको सुरुवात सन् 1680–1690 को दशकमा भएको मानिन्छ ।

12.2 सक्षमता

बीज गणितीय समीकरणहरूको खोजी, प्रस्तुति तथा समस्या समाधान ।

12.3 सिकाइ उपलब्धि

दुई चलयुक्त युगपत् (Simultaneous) रेखीय र वर्ग समीकरण (Quadratic Equation) का शाब्दिक समस्याहरू हल गर्न

12.4 विषयवस्तुको विभाजन

घन्टी	विषय वस्तु	सिकाइ सामग्री
1.	पुनराबलोकन, युगपत् रेखीय समीकरण सम्बन्धी समस्या	चार्टपेपर, पेपरटेप, Glue Stick, कैँची, स्केल Paper Cutter Sign Pens, आदि
2.	युगपत् रेखीय समीकरण सम्बन्धी शाब्दिक समस्या	
3.	युगपत् रेखीय समीकरण सम्बन्धी शाब्दिक समस्या	
4.	युगपत् रेखीय समीकरण सम्बन्धी शाब्दिक समस्या	
5.	पूनराबलोकन, वर्ग समीकरणका शाब्दिक समस्याहरू	
6.	वर्ग समीकरणका शाब्दिक समस्याहरू	
7.	वर्ग समीकरणका शाब्दिक समस्याहरू	
8.	वर्ग समीकरणका शाब्दिक समस्याहरू	
9.	एकाइ परीक्षा	प्रश्नपत्र

DRAFT

घन्टी :1

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पेज 131 को पुनरावलोकनमा दिइएको 12.0 को $x + y = 5$ र $x - y = 1$ समीकरण कुन बिन्दुमा भेट्छन् पत्ता लगाउन लगाउनुहोस् । प्रतिस्थापन विधि, हटाउने विधि तथा ग्राफबाट गर्ने विधिमध्ये विद्यार्थीले कुन विधि बढी प्रयोग गरेको पाइन्छ । त्यसपछि बाँकी विधिको पनि पुनरावलोकन गराउनुहोस् ।

(ख) पाठ्यपुस्तकको पेज 131 को पुनराबलोकनको 12.0 को दोस्रो प्रश्न छलफल गर्न लगाई समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।

(ग) विद्यार्थीहरूलाई समूहमा विभाजन गरी समूहमा विभाजन गरिएका विद्यार्थीहरूलाई निम्नअनुसार प्रश्नमा छलफल गर्न लगाई समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।

समूह- **A:** दुई सङ्ख्याहरूको योग 17 र अन्तर 3 भए ती सङ्ख्याहरू पत्ता लगाउनुहोस् ।

समूह- **B:** एउटा त्रिभुजका दुई ओटा कोणहरूको योगफल 90° र फरक 60° छ भने ती कोणहरू पत्ता लगाउनुहोस् ।

समूह- **C:** प्रवीण र रमिलाको उमेरको योगफल 30 वर्ष छ र प्रवीणको उमेरबाट रमिलाको उमेर घटाउँदा 7 वर्ष हुन आउँछ भने उनीहरूको उमेर पत्ता लगाउनुहोस् ।

समूह- **D:** दुई ओटा सङ्ख्याको योगफल 10 छ तिनीहरूमध्ये पहिलोको 2 गुणासँग दोस्रोको 3 गुणा बराबर हुन्छ भने ती सङ्ख्याहरू पत्ता लगाउनुहोस् ।

(घ) पुन: क्रियाकलाप 1 मा समूह B लाई दिइएको प्रश्न समूह A लाई, समूह C लाई दिइएको प्रश्न समूह B लाई र यस्तै गरी D को C लाई र A को D लाई समाधान गर्न दिनुहोस् र आवश्यक पृष्ठपोषण दिई प्रत्येक समूहबाट प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

(ङ) समूह समूहमा माथिका जस्तै शाब्दिक समस्याहरू बनाउन र समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।

DRAFT

2. मूल्याङ्कन

दुई ओटा धनात्मक सङ्ख्याहरूको योगफल र अन्तर क्रमश: 15 र 5 भए ती सङ्ख्याहरू पत्ता लगाउनुहोस् ।

3. गृहकाय

(क) पाठ्यपुस्तकको अभ्यास 12.1 को प्रश्न न.1 (a) र 1 (b) हल गर्नुहोस् ।

(ख) प्रत्येक समूहलाई आफ्नो पढिरहेको कोठाको लम्बाइ र चौडाइको योग र अन्तर नापेर निकाल्न लगाउनुहोस् र प्रश्न तयार गरी समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।

(ग) आफ्नो परिवारमा भएका सदस्यहरूमध्ये कुनै २ जनाको उमेरको योगफल र अन्तरका आधारमा प्रश्न तयार गरी समाधान गर्न दिनुहोस् ।

घन्टी : 2

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) अघिल्लो दिनको गृहकार्य अवलोकन गरी आवश्यक पृष्ठपोषण दिनुहोस् ।

(ख) विद्यार्थीहरूलाई निम्न प्रश्न दिई प्रश्नोत्तर र छलफलद्वारा समाधान गर्न सहयोग गर्नुहोस् :

एउटा आयताकार पोखरीको लम्बाइ चौडाइभन्दा 15m बढी छ र परिमिति 70m छ भने यसको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।

यहाँ,

पोखरीको लम्बाइ ℓ, चौडाइ b, परिमिति P र क्षेत्रफल A मानौँ

प्रश्नको पहिलो सर्तअनुसार,

ℓ = b+15 – – – – – (1) [$\therefore$ कसरी भयो प्रश्न गर्नुहोस्]

प्रश्नको दोस्रो सर्तअनुसार

P = 70m

or, $2(\ell+b) = 70$ [$\because$ P का ठाउँमा किन $2(\ell+b)$ भनी सोध्नुहोस् ।]

or, $2(b + 15 + b) = 70$ [$\because$ यो step कसरी आयो भनी प्रश्न गर्नुहोस् ।]

or, $2b + 15 = \frac{70}{2}$

or, $2b = 35–15$

$\therefore$ b = 10m.

b को मान समीकरण (1) मा राख्दा [$\because$ b को मान राख्नुपर्ने कारण सोध्नुहोस्]

$\ell = 10+15 = 25$ [$\because$ कस्तो अवस्थामा $A = \ell\times b$ हुन्छ भनी सोध्नुहोस्]

$A = \ell \times b = 25\times10 = 250\ cm^2$

$\therefore$ उक्त आयतकार पोखरीको क्षेत्रफल $250cm^2$ रहेछ ।

(ग) विद्यार्थीहरूलाई निम्न प्रश्न दिई प्रश्नोत्तर र समूहमा छलफल गराई समाधान गर्न सहयोग गर्नुहोस् ।

रामबिलासले छिरिङ दोर्जेको तरकारी पसलबाट 5 कि.ग्रा आलु र 4 कि.ग्रा काउलीको जम्मा रु.310 मा किनेछन् । सोही पसलबाट टोनीले 3 कि.ग्रा आलु र 5 कि.ग्रा काउलीको रु.290 मा किनेछन् । अब दुवै जना एकै ठाउँमा बसी 1 कि.ग्रा आलु र 1 कि.ग्रा काउलीको कति परेछ भनी हिसाब गरेछन् । अब तपाईं पनि तरकारीहरूको दर पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान

यहाँ, प्रति कि.ग्रा आलु र प्रति कि.ग्रा काउलीको मूल्य क्रमशः रु. x र y मानौँ ।

तब, प्रश्नबाट

$5x + 4y$ = रु. 310 ………. (1) [$\because$ किन 5x र 4y गरियो भनी प्रश्न गर्दै गर्नुहोस्]

पुन :, $3x + 5y$ = रु. 290 …………….(2)

समीकरण (1) लाई 3 ले र समीकरण (2) लाई 5 ले गुणा गरी समीकरण (1) बाट (2) घटाउँदा

DRAFT

$\therefore y = 40$ [$\because y = 40$ कसरी आयो भनी प्रश्न गर्नुहोस् र सबै Step हरू देखाई दिनुहोस्]

y को मान समीकरण (1) मा राख्दा

$\because x= 30$ [$\because$ y को मान समीकरण (II) मा राख्दा x कति आउँछ । त्यो पनि देखाइदिनुहोस् र x =30 कसरी आयो उक्त Step हरू पनि गरि दिनुहोस्]

[**Note:** यो प्रश्नलाई प्रतिस्थापन विधिबाट पनि गर्न सकिने कुरा स्पष्ट गर्नुहोस्]

(घ) निम्न प्रश्नहरू समूहमा छलफल गर्न लगाई समाधान प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

समूह A र समूह - C:

कुनै भिन्नको अंश हरभन्दा 1 ले कम छ, यदि उक्त भिन्नको अंशमा I र हरमा 5 जोड्यो भने नयाँ भिन्न $\frac{1}{2}$ बन्दछ भने वास्तविक भिन्न पत्ता लगाउनुहोस् ।

समूह B र समूह – D

एउटा भिन्नको अंशलाई 4 ले गुणा गरी हरबाट 2 घटाइयो भने नतिजा 4 हुन्छ । यदि सो भिन्नको अंशमा 10 जोडी हरलाई दोब्बर गरी 2 घटाउँदा $\frac{5}{4}$ हुन्छ भने उक्त भिन्न पत्ता लगाउनुहोस् ।

2. मूल्याङ्कन

एउटा आयताकार बगैंचाको लम्बाइ चौडाइभन्दा 20m ले बढी छ । यदि यसको परिमिति 80m भए यसको लम्बाइ र चौडाइ कति कति होला पत्ता लगाउनुहोस् ।

3. गृहकार्य

(क) पाठ्यपुस्तकको अभ्यास (2) को प्रश्न न.2 (a र b), 3(a र b) र प्रश्न न.4 (a र b) हल गर्नुहोस् ।

(ख) आफू बस्ने कोठाको लम्बाइ, चौडाइभन्दा कति मिटर लामो छ र परिमिति कति मिटर छ नाप्न लगाई माथि घन्टी 2 का सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलापको बाँकी प्रश्न जस्तै वा मूल्याङ्कनको जस्तै प्रश्न तयार गरी समाधान गर्न ललगाउनुहोस् ।

घन्टीः 3

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) अघिल्लो दिनको गृहकार्य अवलोकन गरी आवश्यक पृष्ठपोषण दिनुहोस् ।

(ख) निम्न प्रश्नमा छलफल गराउँदै समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।

रामसँग भएका गुच्चामध्ये एउटा गुच्चा सीतालाई दिँदा दुवै जनासँग बराबर सङ्ख्यामा गुच्चाहरू हुन्छन् । यदि सीतासँग भएका गुच्चाहरूमध्ये एउटा गुच्चा रामलाई दिँदा रामसँग सीताको भन्दा दोब्बर गुच्चाहरू हुन्छ भने सुरुमा उनीहरूसँग भएको गुच्चाका सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान,

यहाँ, सुरुमा रामसँग भएको गुच्चा सङ्ख्या x र सीतासँग भएको गुच्चा सङ्ख्या y मानौँ

प्रश्नबाट,

$x - 1 = y + 1$ [$\because$ किन र कसरी भनी प्रश्न गर्नुहोस्]

DRAFT

or, x = y +2 .... (1)

पुन,x + 1 = 2(y–1) [∵ कसरी भनि प्रश्न गर्दै छलफल गराउनुहोस्]

or, y+2 = 2y–2 [∵ समीकरण (1) बाट

∴ y=4 [∵ कसरी 4 आयो, समाधान विद्यार्थीबाट खोज्नुहोस्]

Y को मान समीकरण (1) मा राख्दा

x = 4 + 2 = 6

∴सुरुमा रामसँग 6 ओटा र सीतासँग 4 ओटा गुच्चा रहेछन् भनी निष्कर्ष दिनुहोस् ।

(ग) पाठ्यपुस्तकको अभ्यास 12.1 मा दिइएको प्रश्न न. 5(a) लाई छलफलका माध्यामबाट समाधान गर्नुहोस् ।

(घ) निम्न प्रश्न प्रत्येक समूहमा छलफल गर्न लगाई समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।

(ङ) 14 वर्ष अघि आमाको उमेर छोरीको उमेरको 4 गुणा थियो । हालको आमाको उमेर छोरीको 4 वर्षपछि हुने उमेरको दुई गुणा छ भने आमा र छोरीको अहिलेको उमेर पत्ता लगाउनुहोस् ।

2. मूल्याङ्कन

रामले श्यामलाई भन्यो, तिमीले मलाई तिमीसँग भएको दामको आधा दियौ भने मसँग रु. 100 हुनेछ । श्यामले भन्यो तिमीले मलाई आफूसित भएको दामको एक तिहाई मात्र दियौ भने मसँग रु. 100 हुने छ भने राम र श्याम प्रत्येकसँग सुरुमा कति कति रूपैँया रहेछ पत्ता लगाउनुहोस् ।

3. गृहकार्य

(क) पाठ्यपुस्तकको अभ्यास 12.1 को प्रश्न न. 5(b). हल गर्नुहोस् ।

(ख) 6 वर्ष अघि एउटा मानिसको उमेर छोराको उमेरको 6 गुणा थियो । अब 4 वर्षपछि उसको उमेरको तिन गुणा छोराको उमेरको 8 गुणासँग बराबर हुन्छ भने उनीहरूको हालको उमेर पत्तालगाउनुहोस् ।

घन्टी: 4

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) अघिल्लो दिनको गृहकार्य अवलोकन गरी आवश्यक पृष्ठपोषण दिनुहोस् ।

(ख) पाठ्यपुस्तकको अभ्यास 12.1 को प्रश्न न. 6(a) प्रश्नोत्तर र छलफल गराउँदै समाधान गर्नुहोस् ।

(ग) निम्न प्रश्न समूहमा छलफल गर्न लगाई समाधान गरी प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

समूह-**A:** दुई अङ्कको कुनै सङ्ख्या त्यसका अङ्कहरूको योगफलको 3 गुणा छ । यदि उक्त सङ्ख्यामा 45 जोड्ने हो भने अङ्कहरूको स्थान बदलिन्छ भने उक्त सुरुको सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।

समूह-**B:** दुई अङ्कको सङ्ख्या त्यसका अङ्कहरूको योगको 6 गुणा छ । त्यो सङ्ख्याबाट 9 घटायो भने त्यसका अङ्कहरू उल्टिन्छन् । त्यो सङ्ख्या कति होला ?

DRAFT

समूह-C: दुई अङ्कको एउटा सङ्ख्या त्यसका अङ्कहरूको योगको चार गुणा छ । यदि त्यो सङ्ख्यामा 18 जोड्यो भने त्यो सङ्ख्याको विपरीत सङ्ख्या बन्दछ, त्यो सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।

समूह-D: दुई अङ्कको कुनै सङ्ख्या यसका अङ्कहरूको योगफलको चार दोब्बर भन्दा 3 ले बढी छ । त्यो सङ्ख्यामा 36 जोड्यो भने अङ्कहरूको स्थान बदलिन्छ भने त्यो सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।

2. मूल्याङ्कन

दुई अङ्कहरू मिली बनेको एउटा सङ्ख्या छ । ती अङ्कहरूको योगफल 16 हुन्छ । उक्त सङ्ख्यामा 18 जोड्ने हो भने अङ्कहरूको स्थान बदलिन्छ । अब उक्त सङ्ख्या कुन हो पत्ता लगाउनुहोस् ।

3. गृहकार्य

(क) पाठ्यपुस्तकको अभ्यास 12.1 को प्रश्न न. 6(b) हल गर्नुहोस् ।

(ख) दुई अङ्कको एउटा सङ्ख्या ती अङ्कहरूको योगको तिन दोब्बर छ । ती अङ्कहरूलाई उल्टाएर आएको सङ्ख्यामा 9 जोड्दा बन्ने सङ्ख्या पहिलेको सङ्ख्याको तिन दोब्बर हुन्छ भने त्यो सङ्ख्यापत्ता लगाउनुहोस् ।

(ग) प्रत्येक विद्यार्थीलाई दुई अङ्कले बनेको 1–1 सङ्ख्या लेख्न लगाउनुहोस् । उक्त सङ्ख्याको अङ्कहरूको योगफल लेख्न लगाउनुहोस् । उक्त सङ्ख्याको विपरित सङ्ख्या भन्न लगाउनुहोस् । उक्त विपरीत सङ्ख्या सुरुको सङ्ख्याभन्दा कतिले बढी वा घटी छ लेख्न लगाउनुहोस् र माथि जस्तै प्रश्न तयार गर्न लगाई सुरुको सङ्ख्या पत्ता लगाउन लगाउनुहोस् ।

अभ्यासका लागि थप प्रश्न

(क) सन् 1960 मा बाबु छोराको तिन गुणा जेठा थिए र सन् १९९८ मा $1\frac{2}{3}$ गुणा जेठो थिए भने छोरा कुन सालमा जन्मिएका थिए ?[उत्तरः 1946 A.D.]

(ख) केही रकम केही केटाहरूलाई बराबर गरी बाँडियो । यदि दुई जना केटाहरू बढी भएको भएर प्रत्येकले रु. 10 कम पाउँथ्यो र यदि दुई केटा कम भएको भए प्रत्येकले रु. 15 बढी पाउँथे भने केटाहरूको सङ्ख्या र प्रत्येकले पाउने रकम पत्ता लगाउनुहोस् ।[उत्तरः 10, रु. 60]

(ग) बाबु र छोराको अहिलेको उमेरको योगफल 73 वर्ष छ । दुवै जना बाँचिरहँदा छोराको उमेर अहिले बाबुको उमेर जत्तिकै हुने वेला तिनीहरूको उमेरको योगफल 107 वर्ष हुनेछ भने अहिलेको बाबु र छोराको उमेर पत्ता लगाउनुहोस् । [उत्तरः 45 yrs, 28 yrs]

वर्ग र समीकरण (Quadratic Equation)

घन्टीः 5

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) विद्यार्थीहरूलाई 4 समूहमा विभाजन गरी प्रत्येक समूहलाई पाठ्यपुस्तकको पेज न. 131 को पुनरावलोकन 12.0 को तेस्रो र पाचौँ प्रश्न छलफल गरी समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।

DRAFT

(ख) प्रत्येक समूहमा निम्न एक एक ओटा प्रश्न हल गरी प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

समूह–**A:** यदि एउटा सङ्ख्याको वर्गबाट 5 घटाउँदा 44 बाँकी रहन्छ भने उक्त सङ्ख्यापत्ता लगाउनुहोस् ।

समूह–**B:** यदि एउटा धनात्मक सङ्ख्याको वर्गमा 7 जोड्दा योगफल 71 हुन्छ भने सो सङ्ख्यापत्ता लगाउनुहोस् ।

समूह–**C:** एउटा सङ्ख्याको 6 दोब्बरबाट त्यही सङ्ख्याको वर्ग घटाउँदा 9 हुन्छ भने उक्त सङ्ख्यापत्ता लगाउनुहोस् ।

समूह–**D:** यदि एउटा प्राकृतिक सङ्ख्याको वर्गको दोब्बरमा 5 जोड्दा योगफल 23 हुन्छ भने सो सङ्ख्यापत्ता लगाउनुहोस् ।

(ग) निम्न प्रश्न आआफ्नो समूहमा छलफल गर्न लगाई प्रत्येक समुहबाट समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।

(अ) कुनै दुई ओटा क्रमागत जोड सङ्ख्याहरूको गुणनफल 288 छ भने ती सङ्ख्याहरू पत्ता लगाउनुहोस् ।

2. मूल्याङ्कन

(क) यदि एउटा सङ्ख्याको वर्गमा 3 घटायो भने 6 बाँकी रहन्छ भने उक्त सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ख) यदि एउटा सङ्ख्याको वर्गबाट त्यही सङ्ख्याको 4 दोब्बर घटाउँदा –4 बाँकी रहन्छ भन उक्त सङ्ख्यापत्ता लगाउनुहोस् ।

3. गृहकार्य

(क) एउटा सङ्ख्याको वर्गको दुई गुणामा 20 जोड्दा 52 हुन्छ भने उक्त सङ्ख्यापत्ता लगाउनुहोस् ।

(ख) कुनै 2 ओटा क्रमागत बिजोर सङ्ख्याहरूको गुणनफल 255 छ भने ती सङ्ख्याहरू पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ग) पाठ्यपुस्तकको अभ्यास 12.2 को प्रश्न न. 1 (a) र (b) र प्रश्न न. 2(a) र (b) हल गर्नुहोस् ।

घन्टी: **6**

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) अघिल्लो दिनमा गरिएका कार्य जुन जुन विद्यार्थीहरूलाई टिपोट गर्न जिम्मा लगाइएको थियो उनीहरुलाई प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् । [जुन यस्तो प्रकारको हुन सक्ने छ “हिजो शिक्षकले कक्षामा प्रवेश गरेपछि विद्यार्थीहरूले गृहकार्य गरे नगरेको परीक्षण गर्नुभयो । गृहकार्यमा नमिलेका प्रश्नहरू समाधान गरिदिनुभयो र अघिल्लो दिनको पाठको पुनराबलोकन गराउनुभयो । त्यसपछि उक्त दिन पढाउने पाठ/विषयवस्तु वर्ग समीकरणका 4 ओटा छाटो उत्तर आउने प्रश्न प्रत्येक समूहलाई 1-1 ओटाका दरले समाधान गरी प्रस्तुत गर्न लगाउनुभयो । हिजोको प्रस्तुतिमा समूह C को प्रस्तुति सबैभन्दा उत्कृष्ट रयो । पुन: एक प्रश्न दिई समाधान गरी स्पष्ट पारिदिनुभयो । Refreshment को लागि दिनुभएको एक Maths को Tricky Question ले सबै विद्यार्थीलाई छक्क पाऱ्यो । मूल्याङ्कनका लागि एक छोटो उत्तर आउने प्रश्न दिई गृहकार्यकोरूपमा 2 प्रश्न दिनुभयो र समय पनि सकियो । यसरी समग्रमा हिजोको कक्षा रमाइलोसँग सम्पन्न भयो” ।] अर्को दिनका लागि प्रस्तुतकर्ता (रिपोर्टर) चयन गर्नुहोस् ।

साथै आज प्रस्तुत गरिएको रिपोर्ट तयार गरिएको उक्त नोटबुक/अभ्यास पुस्तिका अर्को दिनको रिपोर्टको सुरुमा मिति र अन्तमा प्रस्तुतकर्ताको नाम लेख्न लगाई पढाइ भएको दिनको रिपोर्ट तयार

गरी प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् । उक्त नोटबुक/अभ्यास पुस्तिकामा सबै पेजहरू भरि सकेपछि उक्त नोटबुक शिक्षकले राख्नुहोस् जसले गर्दा शिक्षकले आफ्नो कक्षा कसरी सञ्चालन भएको रहेछ भनी आत्ममूल्याङ्कन/प्रतिबिम्बिन गर्न पाउनुहुने छ ।

(ख) विद्यार्थीहरूलाई 4 समूहमा विभाजन गरी निम्नअनुसार प्रश्न समाधान गरी प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

समूह–A: एउटा सङ्ख्याको 25 गुणा र त्यही सङ्ख्याको व्युत्क्रमको अन्तर शुन्य छ भने उक्त सङ्ख्यापत्ता लगाउनुहोस् ।

समूह–B: एउटा सङ्ख्याको व्युत्क्रमको 4 गुणा त्यही सङ्ख्याको 9 गुणासँग बराबर हुन्छ भने उक्त सङ्ख्यापत्ता लगाउनुहोस् ।

समूह–C: क्षेत्रफल $54m^2$ भएको एउटा कोठाको चौडाइ लम्बाइभन्दा 3m कम छ भने उक्त कोठाको लम्बाइ र चौडाइ पत्ता लगाउनुहोस् ।

समूह–D: परिमिति 18m भएको एउटा कोठाको लम्बाइ चौडाइभन्दा 1m बढी छ भने उक्त कोठाको लम्बाइ र चौडाई पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ग) विद्यार्थीहरूलाई प्रश्नोत्तर र छलफल गराउँदै निम्न प्रश्न समाधान गर्न लगाउनुहोस् :

(अ) एउटा धनात्मक सङ्ख्या र त्यसको व्युत्क्रमको 16 गुणाको योगफल 8 हुन्छ भने उक्त सङ्ख्यापत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान

यहाँ, उक्त सङ्ख्या x मानौँ

प्रश्नबाट,

$x + \frac{1}{x} \times 16 = 8$ [∵यो समीकरण कसरी बन्यो ?]

or, $x^2 + 16 = 8x$

or, $x^2 – 8x + 16 = 0$

or, $x^2 – 4x – 4x + 16 = 0$

or, $(x – 4)(x – 4) = 0$ or, $(x – 4)^2 = 0$

or, $x – 4 = 0$ ∵ $x = 4$

∵उक्त सङ्ख्या 4 रहेछ ।

2. मूल्याङ्कन

(क) क्षेत्रफल $221m^2$ भएको एउटा कोठाको चौडाइ लम्बाइभन्दा 4m कम छ भने उक्त कोठाको लम्बाइ रचौडाइ निकाल्नुहोस् ।

(ख) एउटा धनात्मक सङ्ख्या र त्यसको व्युक्तक्रमको 16 गुणाको योगफल 8 हुन्छ भने उक्त सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।

3. गृहकार्य

(क) एउटा सङ्ख्या त्यसैको व्युत्क्रमसँग बराबर हुन्छ भने उक्त सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ख) 2:3 को अनुपातमा भएका दुई ओटा धनात्मक सङ्ख्याहरूको गुणनफल 96 छ भने ती सङ्ख्याहरूपत्ता लगाउनुहोस् ।

DRAFT

(ग) पाठ्यपुस्तकको अभ्यास 12.2 को प्रश्न न. 1(c) र प्रश्न न. 5(b). हल गर्नुहोस् ।

घन्टी: 7

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) अघिल्लो दिन कक्षामा गरिएका कार्यको रिपोट भन्न रिपोटरलाई लगाउनुहोस् ।

(ख) विद्यार्थीको अघिल्लो दिनको गृहकार्य अवलोकन गरी आवश्यक पृष्ठपोषण प्रदान गर्नुहोस् ।

(ग) समूहमा रहेका विद्यार्थीहरूलाई निम्न प्रश्न दिई समाधान प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

समूह–A र समूह–C

(अ) दुई अङ्कको सङ्ख्यामा अङ्कहरूको गुणनफल 18 र योगफल 9 छ भने त्यो सङ्ख्यापत्ता लगाउनुहोस् ।

समूह–B र समूह–D

(आ) दुई ओटा सङ्ख्याहरूको योगफल 21 छ र ती सङ्ख्याहरूको वर्गको योग 261 छ भने ती सङ्ख्याहरू निकाल्नुहोस् ।

(घ) विद्यार्थीहरूलाई निम्न प्रश्नमा छलफल गर्न लगाई समाधान गराउनुहोस् ।

एउटा सङ्ख्या दुई अङ्कले बनेको छ जसको योगफल 9 हुन्छ, यदि सो सङ्ख्याको 3 गुणा उक्त सङ्ख्याको स्थान बदल्दा बन्ने सङ्ख्याको 8 गुणासँग बराबर हुन्छ भने सो सङ्ख्यापत्ता लगाउनुहोस् ।

(ङ) विद्यार्थीहरूलाई निम्न प्रश्नमा छलफल गर्न लगाई समाधान गराउनुहोस् ।

एउटा समकोणी त्रिभुजको कर्ण भुजा छोटो भुजाको दोब्बरभन्दा पनि 6 मि. ले लामो छ । यदि तेस्रो भुजा कर्णभन्दा 2 मि. छोटो भए त्रिभुजका भुजाहरू पत्ता लगाउनुहोस् ।

(च) आजको कक्षामा भएका कार्यको टिपोट गरी अर्को दिन प्रस्तुत गर्न एक रिपोर्टर चयन गर्नुहोस् ।

2. मूल्याङ्कन

(क) दुई अङ्कको सङ्ख्यामा अङ्कहरूको गुणनफल 24 छ । यदि त्यो सङ्ख्यामा 45 जोडियो भने सङ्ख्याहरूको अङ्कहरूको स्थान परिवर्तन हुन्छ भने त्यो सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।

3. गृहकार्य

(क) पाठ्यपुस्तकको अभ्यास 12.2 को प्रश्न न. 3(a) र (b) र प्रश्न न. 5(a) हल गर्न लगाउनुहोस् ।

घन्टी: 8

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) अघिल्लो दिनको कक्षामा भएका कार्य रिपोटस्बाट प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

(ख) अघिल्लो दिनको गृहकार्य अवलोकन गरी आवश्यक पृष्ठपोषण प्रदान गर्नुहोस् ।

DRAFT

(ग) समूहमा भएका विद्यार्थीहरूलाई निम्नअनुसारका प्रश्नमा छलफल गराई समाधान प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

समूह–A र B

बाबु र छोराको अहिलेको उमेर क्रमश:37 वर्ष र 8 वर्ष छ । कति वर्ष पहिले उनीहरूको उमेरको गुणनफल 96 थियो, पत्ता लगाउनुहोस् ।

समूह- C र D

दुई दाजुभाइको अहिलेको उमेर क्रमश:15 वर्ष र 22 वर्ष छ, कति वर्षपछि तिनीहरूको उमेरको गुणनफल 408 वर्ष हुन्छ, पत्ता लगाउनुहोस् ।

(घ) निम्न प्रश्नमा विद्यार्थीहरूबिच छलफल गराई समाधान प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् :

(अ) एक वर्षअघि एउटा मानिस आफ्नो छोरीभन्दा 8 गुणाले जेठो थियो । अहिले उसको उमेर छोरीको उमेरको वर्गसँग बराबर छ । तिनीहरूको हालको उमेर कति कति होला, पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान :

यहाँ, हालको उक्त मानिस र उसको छोरीको उमेर क्रमश: x र y वर्ष मानौँ ।

प्रश्नबाट,

$x - 1 = 8(y - 1)$ [∵किन र कसरी भयो भनी प्रश्न गर्दै स्पष्ट पार्नुहोस्]

or, $x = 8y - 7$ .... (i)

पुन, $x = y^2$ [∵ कसरी भयो स्पष्ट गरिदिनुहोस्]

or, $8y - 7 = y^2$ [∵ समीकरण (i) बाट]

or, $y^2 - 8y + 7 = 0$

or, $(y - 7)(y - 1) = 0$ [∵ कसरी आयो समाधान गर्न लगाउनुहोस्]

or, $y = 7$ र $y = 1$ [∵ कसरी आयो समाधान गर्न लगाउनुहोस्]

or, $x = 49$ र $x = 1$ [∵ कसरी आयो समाधान गर्न लगाउनुहोस्]

∵ $x = 49$ वर्ष र $y = 7$ वर्ष मात्र किन उत्तर हुने भयो स्पष्ट पारिदिनुहोस् ।

2. मूल्याङ्कन

आमा र छोरीको हालको उमेर 39 र 13 वर्ष छ । कति वर्ष पहिले उनीहरूको उमेरको गुणनफल 87 थियो ?

3. गृहकार्य

(क) पाठ्यपुस्तकको अभ्यास 12.2 को प्रश्न न. 4(a), (b) र (c) हल गर्न लगाउनुहोस् ।

(ख) विद्यार्थी पढिरहेको कोठाको क्षेत्रफल र परिमिति नापी लम्बाइ र चौडाइ पत्ता लगाउन दिनुहोस् । ठिक त्यस्तै गरी विद्यार्थी बस्ने कोठाको परिमिति र क्षेत्रफलका आधारमा लम्बाइ चौडाइ निकाल्न लगाउनुहोस् ।

घन्टी: 9

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

DRAFT

(क) अघिल्लो दिन कक्षामा भएका कार्य रिपोटस्बाट प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

(ख) अघिल्लो दिनको गृहकार्य अवलोकन गरी आवश्यक पृष्ठपोषण दिनुहोस् ।

(ग) एकाइ परीक्षाका लागि निम्नअनुसार प्रश्न लिन सक्नुहुने छ । एकाइ परीक्षाको नतिजाका आधारमा कमजोर देखिएका विद्यार्थीहरूलाई Remidial Teaching गराउनुहोस् ।

एकाइ परीक्षा, एकाइ- 12 (समीकरण), विषय- अनिवार्य गणित, पूर्णाङ्क-18, समय- 30 मिनेट

1. (a) कुनै सङ्ख्याको वर्गमा 4 जोड्दा 40 हुन्छ भने उक्त सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् । (2)

   (b) एउटा केटाको 2 वर्षअघिको उमेर र 5 वर्षपछिको उमेरको गुणनफल 120 हुन्छ भने उसको हालको उमेर पत्ता लगाउनुहोस् । (2)

2. दुई ओटा धनात्मक सङ्ख्याहरूको योगफल 13 र अन्तर 3 भए उक्त सङ्ख्यापत्ता लगाउनुहोस् । (2)

3. 4 वर्ष अघि आमाको उमेर छोरीको उमेरको 8 गुणाभन्दा 2 ले बढी छ ।4 वर्षपछि आमाको उमेर छोरीको उमेरको 2 गुणाभन्दा 10 वर्षले बढी हुने छ भने हाल आमा र छोरीको उमेर पत्ता लगाउनुहोस् । (4)

4. दुई अङ्कले बनेको एउटा सङ्ख्यामा स्थानमान परिवर्तन गर्दा बन्ने सङ्ख्या सुरुको सङ्ख्याभन्दा 36 ले कम छ भने उक्त सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् । (4)

5. एउटा आयतकार कोठाको लम्बाइ चौडाईभन्दा 5m बढी छ र उक्त कोठाको क्षेत्रफल 300 वर्ग मिटर भए परिमिति पत्ता लगाउनुहोस् । (4)

DRAFT

एकाइ : 13 त्रिभुज र चतुर्भुज (Triangle and Quadrilateral)

अनुमानित घन्टी : 12

13.1 परिचय

त्रिभुज र चतुर्भुज क्षेत्रफल सम्बन्धी गुणहरू प्रमाणित गर्न वा पुष्टि गर्न विभिन्न किसिमका सिकाइ क्रियाकलापहरू सञ्चालन गर्नु यस एकाइको उद्देश्य रहेको छ । विशेष गरी यस एकाइमा सिकाइ क्रियाकलापद्वारा विद्यार्थीहरूमा त्रिभुज र चतुर्भुजका क्षेत्रफल सम्बन्धी गुणहरूको सिकाइलाई सहजीकरण गर्न जोड दिइएको छ । अघिल्ला कक्षाहरूमा त्रिभुज र चतुर्भुजका क्षेत्रफल सम्बन्धी गुणहरूको प्रयोगात्मक पक्षमा जोड दिइसकेको हुँदा यहाँ सैद्धान्तिक पक्षलाई जोड दिइएको छ । यद्यपि प्रयोगात्मक पक्षको ज्ञान बिना सैद्धान्तिक पक्षलाई मात्र जोड दिँदा ज्यामितिका विषयवस्तुको सिकाइमा कठिनाइ उत्पन्न हुने हुँदा प्रयोगात्मक पक्षबाट शुरू गर्नु सिकाइ प्रभावकारी र अर्थपूर्ण हुन सक्छ । अत: त्रिभुज र चतुर्भुजका क्षेत्रफल सम्बन्धी गुणहरूको प्रमाणित गर्न यसका पूर्वज्ञानका आधारमा सिकाइ क्रियाकलापमा सहजीकरण गर्नु उपयुक्त हुन्छ ।

13.2 सक्षमता

त्रिभुज र चतुर्भुजका क्षेत्रफल सम्बन्धी गुणहरू तार्किक एवम् प्रयोगात्मक रूपमा प्रमाणित वा पुष्टि तथा अन्तरसम्बन्धको तार्किक प्रयोग

13.3 सिकाइ उपलब्धी त्रिभुज र चतुर्भुजका क्षेत्रफल सम्बन्धी गुणहरू प्रमाणित/पुष्टि गर्न

13.4 विषयवस्तुको विभाजन

घन्टी	विषयवस्तु	सिकाइ सामग्री
1	पुनराबलोकन र साध्य 1 प्रयोगात्मक सिकाइ	ग्राफ पेपर, सादा पेपर
2	साध्य 1 को सैद्धान्तिक शिक्षण	नाप्ने फिटा, पेन्सिल, कैँची
3	साध्य 1 को वैकल्पिक शिक्षण	इरेजर, ३० से.मि. को स्केल
4	साध्य 2 को प्रयोगात्मक शिक्षण	सिन्का, धागो, फेभिकल, गम आदि
5	साध्य 2 को सैद्धान्तिक शिक्षण	साध्यअनुसारको उपयुक्त
6	साध्य 3 को प्रयोगात्मक शिक्षण	चित्रसहितको चार्ट
7	साध्य 3 को सैद्धान्तिक शिक्षण	
8	अभ्यास 13.1 को प्रश्न न.1, 2, 3	
9	अभ्यास 13.1 को प्रश्न न.4, 5, 6	
10	अभ्यास 13.1 को प्रश्न न.7, 8, 9	
11	अभ्यास 13.1 को प्रश्न न.10 र थप अभ्यास	
12	एकाइ परीक्षा र नमुना प्रश्नहरू	

DRAFT

घन्टी -1

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) विद्यार्थीलाई समूह विभाजन गरी पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ सङ्ख्या142 को पुनरावलोकन तालिकाअध्ययन गर्न लगाई तिनीहरूको क्षेत्रफल निकाल्ने सूत्र समूहको नेताद्वारा कक्षामा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

(ख) प्रत्येक विद्यार्थीलाई कक्षा 10 को अनिवार्य गणितको पृष्ठको आकार र त्यसको क्षेत्रफल निकाल्न लगाउनुहोस् । क्षेत्रफल निकाल्दा प्रयोग गरिएको सूत्र कुन हो ? भन्न लगाउनुहोस् ।

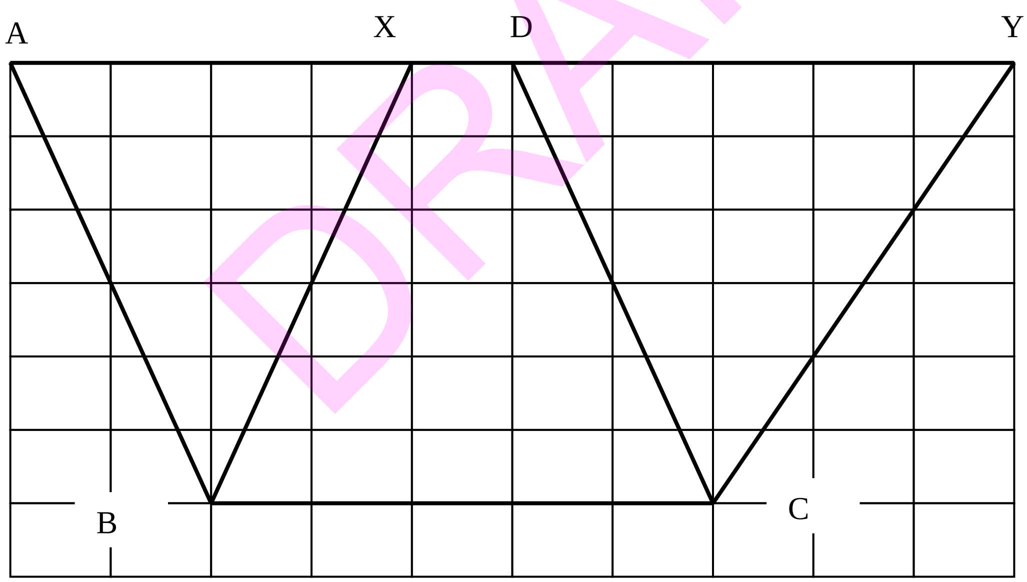
(ग) कक्षाकोठाको भुइँ र सिलिङको अध्ययन गर्न लगाइ प्रत्येक विद्यार्थीलाई ती दुवैको क्षेत्रफल निकाल्न लगाउनुहोस् ।

(घ) ग्राफपेपर एउटै आधार र उही समान्तर रेखाहरूबीचमा समान्तर चतर्भुजहरू खिच्न लगाउनुहोस् ।

(ङ) एउटै आधारका दुईओटा समान्तर चतुर्भुजका क्षेत्रफल छुट्टाछुट्टै निकाल्न लगाई तुलना गर्न लगाउनुहोस् ।

(च) ग्राफपेपरमा समानान्तर चतुर्भुजको क्षेत्रफल कोठा गन्तीबाट, आधार र उचाइको सम्बन्धबाट बेग्लाबेग्लै तरिकाबाट निकाल्न लगाइ तुलना गर्न लगाउनुहोस् ।

(छ) ग्राफपेपरमा खिचिएका दुवै समानान्तर चतुर्भुजका आधार र उचाइ पत्ता लगाउन विद्यार्थीहरूलाई निर्देशन दिनुहोस् ।



DRAFT

चित्रबाट

(ज) यहाँ //□ABCD को क्षेत्रफल = आधार x उचाइ

= 5x6

= 30 वर्ग एकाइ

र समानान्तर चतुर्भुज BCYX को क्षेत्रफल = आधार x उचाइ

= 5x6

= 30 वर्ग एकाइ

तसर्थ एउटै आधार र उही समानान्तर रेखाहरू बीचमा रहेका समानान्तर चतुर्भुजहरूको क्षेत्रफल बराबर हुन्छ । यसरी ग्राफपेपरबाट विद्यार्थीहरूलाई अवधारण स्पष्ट पार्न सजिलो हुन्छ ।

(झ) त्यस्तै गरी समानान्तर चतुर्भुजका कोठाहरूको गन्तीबाट पनि साध्य 1 को भनाइलाई पुष्टि प्रमाणित गरी देखाउँदा विद्यार्थीहरूमा आत्मविश्वास बढ्न गई ज्यामिति सिकाइ प्रभावकारी र अर्थपुर्ण हुन्छ ।

(ञ) विद्यार्थीहरूको समूहको आधारमा ग्राफ पेपरमा फरक आधार र उचाइको समानान्तर चतुर्भुजहरू खिच्न लगाइ साध्य 1 को भनाइलाई पुष्टि गर्न लगाउनुहोस् ।

2. मूल्याङ्कन

(क) समानान्तर चतुर्भुजको क्षेत्रफल निकाल्न प्रयोग गरिने सूत्र कुन हो ?

(ख) एउटै आधार र उही समानान्तर रेखाहरू बीचमा बनेका समानान्तर चतुर्भुजहरूको क्षेत्रफलको सम्बन्ध के हुन्छ, बताउनुहोस् ।

(ग) एउटै आधार र समानान्तर रेखाहरू बीचमा बनेका आयत वा वर्गको क्षेत्रफल पनि बराबर हुन सक्छ ? स्पष्ट गर्नुहोस् ।

3. गृहकार्य

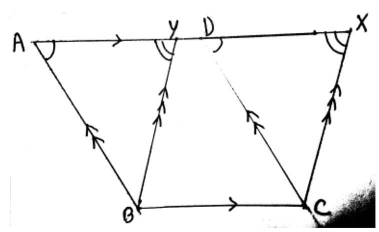
(क) एउटै आधार र उही सामानान्तर रेखाहरू बीचमा बनेका आयतको क्षेत्रफल र समानान्तर चतुर्भुजको क्षेत्रफल बराबर हुन्छ भनी ग्राफपेपरबाट पुष्टि गर्नुहोस् ।

(ख) छ्वाली वा सिन्काबाट एउटै आधार र उही समानान्तर रेखाहरू बीचमा बनेका समानान्तर चतुर्भुजहरूको क्षेत्रफल बराबर हुन्छ भनी देखाउँदा एउटै मोडेल तयार गर्न लगाउनुहोस् ।

(ग) अभ्यास 13.1 को प्रश्न न. 1 को समस्या हल गर्न लगाउनुहोस् ।

DRAFT

घन्टी 2 र 3



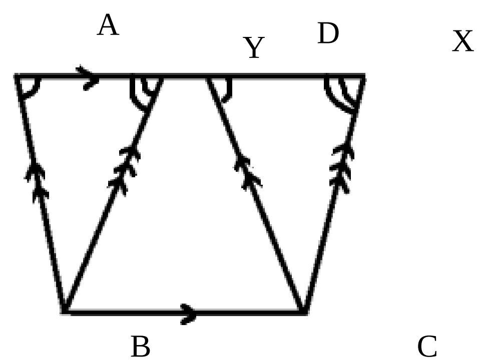
साध्य -1

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) साध्य 1 को कथन भन्न विद्यार्थीहरूलाई प्रोत्साहन गराउनुहोस् ।

(ख) साध्य 1 लाई सैद्धान्तिक रूपमा पुष्टि गर्न आवश्यक आधारहरू के के हुन्छन् सोका लागि विस्तृत रूपमा विद्यार्थीहरूलाई बताउनुहोस् ।

(ग) दुई ओटा त्रिभुजहरूलाई अनुरूप भनी सैद्धान्तिक रूपमा पुष्टि गर्न आवश्य कुराहरूलाई चार्टपेपरमा लेखेर सिकाइ सामग्रीका रूपमा कक्षाकोठामा झुन्याउनुहोस् ।



(घ) यहाँ भु.को.को तथ्यअनुसार त्रिभुजहरू अनुरूप देखाउने भएकाले ती तथ्यहरू ΔABY र ΔXCD मा कसरी लिने बारे कक्षामा छलफल गराउँदै सहजीकरणको भूमिका निभाउनुहोस् ।

(ङ) अनुरूप त्रिभुजहरूको क्षेत्रफल बराबर हुन्छ वा हुँदैन विद्यार्थीहरूसँग प्रश्न गर्नुहोस् ।

(च) अनुरूप त्रिभुजका क्षेत्रफलहरू बराबर हुने भएकाले दुवैमा समलम्ब चतुर्भुज BCDY जोड्दा सिङ्गो टुक्रे तथ्यअनुसार ΔABY + स.ल.च. BCDY = XCD + स.ल.च. BCDY हुन्छ ? भनी विद्यार्थीहरूसँग प्रश्न गरी छलफलबाट निष्कर्ष निकाल्न लगाउनुहोस् ।

(छ) तसर्थ स.ल.च.ABCD को क्षे.= स.च BCXY को क्षे.हुन्छ भनी विद्यार्थीहरूलाई बताउनुहोस् ।

(ज) ज्यामितिको शिक्षण समस्याको भनाइलाई बोर्डमा स्पष्ट रूपमा लेखेर त्यसअनुसारको चित्र छलफलगराउनुहोस् ।

(झ) यो साध्यको वैकल्पिक तरिका पनि शिक्षण गराउनुहोस् ।

2. मूल्याङ्कन

(क) साध्य 1 को भनाइ के हो, बताउनुहोस् ।

(ख) साध्य 1 को समस्यालाई प्रमाणित गर्न आवश्यक पूर्व ज्ञानहरू के के हुन्, बताउनुहोस् । यसलाई कक्षाकार्यको रूपमा गर्न लगाउनुहोस् ।

(ग) साध्य 1 समस्यालाई प्रमाणित गर्ने वैकल्पिक उपाय छ वा छैन ? बताउनुहोस् । यसलाई कक्षा कार्यका रूपमा गर्न लगाउनुहोस् ।

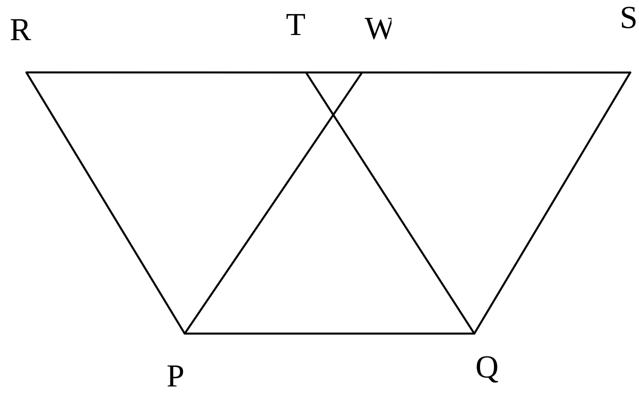
(घ) भु.को.को. तथ्य भनेको के हो, बताउनुहोस् ।

3. गृहकार्य

(क) दिइएको चित्रमा AB//CD भए प्रमाणित गर्नुहोस् ।

स.च. ABEC को क्षे. = स.च. ABDF को क्षे.

DRAFT



(ख) दिइएको चित्रमा PQ//RS भए प्रमाणित गर्नुहोस् ।

स.च. PQTR को क्षे. = स.च. PQSW को क्षे.

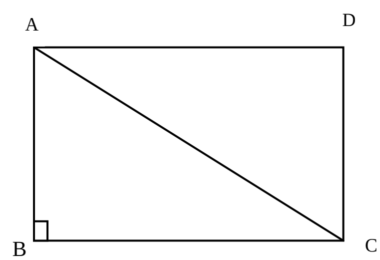
(ग) सिन्का/धागो/छ्वाली आदिको प्रयोगबाट बराबर आधार र उही समानान्तर रेखाहरूबीच बन्ने समानान्तर चतुर्भुजहरको क्षेत्रफल बराबर हुने मोडेल चित्रहरू ग्राफ पेपरमा बनाउन लगाउनुहोस् । ग्राफपेपरको विकल्पको रूपमा गणित कापी/कार्डबोर्ड पेपरमा ग्राफ खिच्न लगाइ अभ्यास गराउन सकिन्छ ।

(घ) अभ्यास 13.1 को प्रश्न न. 2. हल गर्न लगाउनुहोस् ।

DRAFT

घन्टी 4 र 5

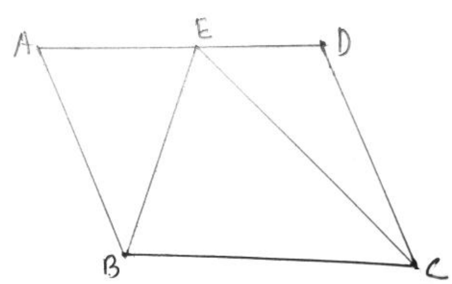
1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप



(क) साध्य 2 को कथन शैक्षिक पाटीमा लेखेर विद्यार्थीहरूलाई सार्न लगाउनुहोस् ।

(ख) साध्य 2 को कथनलाई सैद्धान्तिक रूपमा प्रमाणित गरेर देखाउनुभन्दा पहिला विभिन्न प्रकारका प्रयोगात्मक विधिद्वारा अवधारण स्पष्ट पार्नुहोस् ।

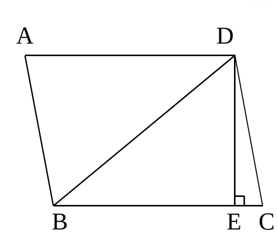
(ग) एउटै आयताकार खाली पानीलाई विकर्ण खिच्न लगाई आधा बनाउन लगाउनुहोस् । यसरी बनेका आधा आधा पानालाई एक आपसमा खप्ट्याउँदा बराबर हुन्छ वा हुँदैन विद्यार्थीहरूसँग प्रश्न गर्नुहोस् ।



(घ) आधा पाना र सिंगो पाना बीचको सम्बन्ध के छ ? विद्यार्थीहरूसँग प्रश्न गर्नुहोस् ।

(ङ) छलफलबाट निष्कर्ष निकाल्दै $\Delta ABC = \frac{1}{2}$ आयत ABCD हुन्छ भनी बताउनुहोस् ।

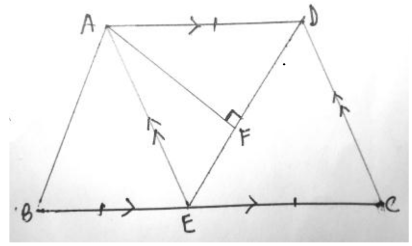
(च) माथिको निचोडलाई अन्य कुनै उपायबाट पनि देखाउन सकिन्छ या सकिँदैन विद्यार्थीहरूसँग प्रश्न गर्नुहोस् ।



(छ) ΔABC र आयत ABCD दुवैको आधार एउटै छ वा फरक फरक छ विद्यार्थीहरूसँग प्रश्न गर्नुहोस् र साथै आयत पनि समानान्तर चतुर्भुज हो या होइन विद्यार्थीलाई छलफल गराउनुहोस् ।

(ज) छलफलको निष्कर्ष निकाल्दै आयत पनि एक प्रकारको समानान्तर चतुर्भुज हो भन्ने पूर्वज्ञानलाई विद्यार्थीहरूमा स्मरण गराउनुहोस् ।

(झ) अत: एउटै आधार र उही समानान्तर रेखाहरूबीच बनेका त्रिभुज र समानान्तर चतुर्भुजमा त्रिभुजको क्षेत्रफल समानान्तर चतुर्भुजको क्षेत्रफलको आधा हुन्छ भनी प्रमाणित हुन्छ ।



(ञ) अवधारण स्पष्ट भइसकेपछि सैद्धान्तिक रूपमा प्रमाणित गर्न लगाउनुहोस् ।

(ट) समानान्तर चतुर्भुज ABCD मा $\Delta BCE = \frac{1}{2}$ स.च. ABCD हुन्छ या हुँदैन, विद्यार्थीहरूसँग प्रश्न गरी छलफल गराउनुहोस् ।

(ठ) यी कुरामा विद्यार्थीहरू स्पष्ट रूपले बुझेपछि साध्य 1 को आधारमा साध्य 2 प्रमाणित गर्न तर्फ लाग्दा सिकाइ अर्थपुर्ण र प्रभावकारी हुन जान्छ ।

(ड) साध्य 1 र माथिका क्रियाकलापको आधारमा साध्य 2 विद्यार्थीहरू आफैलाई गर्न लगाउनुहोस् । नसेकेको अवस्थामा मात्र छलफल तथा प्रश्नउत्तर विधिबाट प्रमाणित गरिदिनुहोस् ।

(ढ) Δ को क्षेत्रफल र स.च.को क्षेत्रफल निकाल्ने सूत्रहरूका आधारमा वैकल्पिक विधिद्वारा प्रमाणित गरिदिनुहोस् ।

DRAFT

2. मूल्याङ्कन

मूल्याङ्कनका लागि कक्षामा विद्यार्थीहरूसँग निम्न प्रश्नहरू गर्नुहोस् :

(क) साध्य 2 को कथन के हो, बताउनुहोस् ।

(ख) एउटै आधार र उही समानान्तर रेखाहरूबीच बन्ने समानान्तर चतुर्भुजहरूको क्षेत्रफल बराबर हुन्छ वा हुँदैन, बताउनुहोस् ।

(ग) एउटै समानान्तर चतुर्भुजको कुनै एउटै आधारमा बनेको त्रिभुजको क्षेत्रफल उक्त स.च.को क्षेत्रफलको आधा हुन्छ वा दोब्बर हुन्छ, बताउनुहोस् ।

(घ) साध्य 2 को निचाड के हा, बताउनुहोस् ।

3. गृहकाय

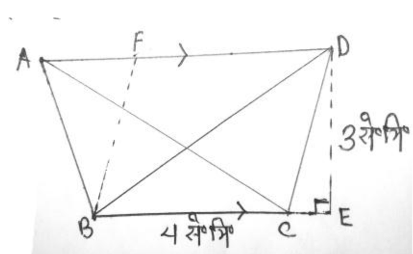
गृहकार्य तथा परियोजनाको लागि निम्न प्रश्नहरू दिन सकिन्छ :

(क) चित्रमा BC= 6.5 से.मि. र DE= 3 से.मि.भए ΔBCD र स.च. ABCD का क्षेत्रफलहरू कति कति वर्ग से.मि. हुन्छन् ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ख) एउटै आधार XY र उही समानान्तर रेखाहरू XY र AB बिच बनेका ΔABY र स.च. ABCX मा 2ΔABY= स.च. ABCX हुन्छ भनी प्रमाणित गर्नुहोस् ।

(ग) चित्रमा AD//BC, AD=BE=EC, AF=3.2 से.मि., DE=4 से.मि. र AE// DC भए पत्ता लगाउनुहोस् । स.च. AECD, स.च. ABED को क्षेत्रफल कति कति वर्ग से.मि. हुन्छन् ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

(घ) अभ्यास 13.1 को प्रश्न न. 3 हल गर्न लगाउनुहोस् ।



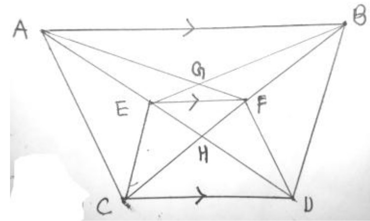
घन्टी-6 र 7

साध्य -3

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

1. साध्य 1 र 2 को भनाइ वा कथनहरू विद्यार्थीहरूसँग सोध्नुहोस् । त्यसपछि चार्ट पेपरमा लेखेका ती भनाइहरू एकपटक विद्यार्थीहरूमध्ये स्पष्ट उचारण गर्न सक्नेलाई पढ्न लगाउनुहोस् ।

2. साध्य 3 को कथन विद्यार्थीहरूलाई लेख्न लगाउनुहोस् र लेखिसकेपछि कक्षाका कुनै विद्यार्थीहरूलाई उचारणसहित स्पष्ट पढ्न लगाउनुहोस् ।



3. दिइएको चित्र अध्ययन गर्न लगाइ निम्न प्रश्नहरूको उत्तर लगाउनुहोस् :
   i) ΔABC को क्षेत्रफल
   ii) ΔBCD को क्षेत्रफल
   iii) दुवै त्रिभुजको आधार बताउन लगाउनुहोस् ।
   iv) दुवै त्रिभुजको क्षेत्रफल तुलना गर्न लगाई निष्कर्ष निकाल्न लगाउनुहोस् ।

4. एउटै आधारमा बनेका र उही समानान्तर रेखाहरूबीचका त्रिभुजहरूको क्षेत्रफल के हुन्छ ? विद्यार्थीहरूसँग प्रश्न गर्नुहोस् ।

5. के फरक फरक नापका एउटै आधार र उही समानान्तर रेखाहरू बीच बनेका त्रिभुजहरूको क्षेत्रफल बराबर हुने अन्य चित्रहरू बनाउन सकिन्छ ? फरक फरक समुहका विद्यार्थीहरूलाई फरक नापका चित्रहरू बनाउन लगाई तिनीहरूको क्षेत्रफल तुलना गर्न लगाउनुहोस् ।

6. सैद्धान्तिक रूपमा प्रमाणित गर्नको लागि CD सँग समानान्तर हुने BF खिच्न लगाउनुहोस् ।

7. स.च. BCDF लाई विकर्ण BD ले के गर्छ ? भनी विद्यार्थीहरूसँग प्रश्न गर्नुहोस् ।

8. स.च. BCDF लाई विकर्ण BD ले आधा गर्ने भएकाले $\Delta BCD = \frac{1}{2}$ स.च. BCDF हुन्छ ।

9. साध्य 2 अनुसार $\Delta ABC = \frac{1}{2}$ स.च. BCDF हुन्छ कि हुँदैन ? जवाफ दिन विद्यार्थीलाई उत्प्रेरितगर्नुहोस् ।

10. माथिका 8 र 9 का छलफलबाट आएका कुराहरूलाई तुलनात्मक रूपमा अध्ययन र छलफल गर्न लगाई निचोड निकाल्न लगाउनुहोस् ।

11. छलफलको निष्कर्षलाई $\Delta ABC = \Delta BCD$ हुन्छ भनी बताउनुहोस् । यसरी छलफल तथा प्रश्न उत्तर विधि अपनाइ साध्य प्रमाणित गर्दा कक्षा रोचक र सहभागीमूलक शिक्षण सिकाइ हुन्छ ।

4. मूल्याङ्कन

(क) साध्य 3 को कथन के हो, भनी विद्यार्थीहरूसँग प्रश्न गर्नुहोस् ।

(ख) साध्य 3 को निष्कर्ष के हो, बताउनुहोस् ।

(ग) साध्य 3 सँग सम्बन्धी अन्य समस्याहरू हल गर्न सकिन्छ ? प्रश्न दिनुहोस् ।

चित्रमा BC//AD, AE=3 से.मि. र BC=5 से.मी भए पत्ता लगाउनुहोस् ।

i) ΔABC को क्षेत्रफल

ii) ΔBCD को क्षेत्रफल

DRAFT

iii) ΔABC र ΔBCD को सम्बन्ध

5. गृहकार्य

(क) तल दिइएका समानान्तर चतुर्भुज तथा त्रिभुजका क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।

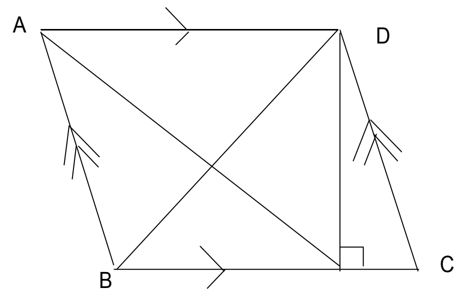
यहाँ BC=5 से.मि. र DE=3 से.मि. भए

i) ΔBCD

ii) स.च.ABCD

iii) ΔADE

iv) ΔABD

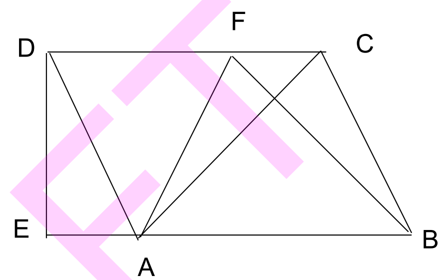


यहाँ AB=5 से.मि. र DE=3 से.मि. भए

i) ΔABF ii) स.च.ABC

iii) स.च.ABCD iv) ΔABC=ΔABF

v) ΔABF=$\frac{1}{2}$स.च. ABCD



(ख) अभ्यास **13.1** को प्रश्न न. **4** हल गर्नुहोस् ।

(ग) साध्य 3 लाई ग्राफबाट प्रमाणित गर्न आवश्यक चार्टहरू निर्माण गर्न दिनुहोस् ।

घन्टी-8

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

साध्य 3 का आधारमा प्रमाणित गर्नुहोस् ।

ΔAFD=ΔBEF, जहाँ समलम्ब चतुर्भुज ABDC मा विकर्ण AD र विकर्ण BC का कुनै बिन्दुहरू E र F जोडेर बनेको रेखा खण्ड EF//CD तथा EF//AB छन् ।

(क) साध्य 3 को कथनले के भनेको छ, बताउनुहोस् । विद्यार्थीहरूसँग प्रश्न गर्नुहोस् ।

(ख) समलम्ब चतुर्भुज AEFB मा साध्य 3 अनुसार कुन कुन त्रिभुजहरू बराबर हुन्छन् ? विद्यार्थीहरूलाई खोजी गर्न लगाउनुहोस् ।

(ग) विद्यार्थीहरको खोजी र छलफलपछि ΔAEF=ΔBEF (i) हुन्छ किन भनी पुनः प्रश्न गर्नुहोस् । (एउटै आधार EF र उही समानान्तर रेखाहरूको EF र AB भएकाले)

(घ) त्यस्तै गरी स.ल.च.CDFE मा साध्य 3 अनुसार कुन कुन त्रिभुजहरू बराबर हुन सक्छन् ? विद्यार्थीहरूलाई खोजी गर्न लगाउनुहोस् ।

(ङ) खोजी र छलफलपछि ΔDFE=ΔCEF (ii) हुन्छ किन ? विद्यार्थीहरूसँग पुनः प्रश्न गर्नुहोस् । (साध्य 3 अनुसार एउटै आधार EF र उही समानान्तर रेखाहरूEF र CD बनेका त्रिभुजहरूभएकाले ।)

(च) समीकरण (i) र (ii) जोड्दा सिङ्गो टुक्रे तथ्यअनुसार के हुन सक्छ ? विद्यार्थीहरूसँग प्रश्नगर्नुहोस् र खोजी गर्न लगाई निष्कर्ष निकाल्न उत्प्रेरित गर्नुहोस् ।

DRAFT

(छ) तसर्थ ΔAFD=ΔBECहुन्छ, किन ? (सिङ्गो टुक्रे तथ्यअनुसार)

(ज) यसरी छलफल र प्रश्नउत्तर विधि तथा अन्तक्रियात्मक विधि अपनाई ज्यामिति शिक्षण सिकाइलाई प्रभावकारी र अर्थपूर्ण बनाउनुहोस् ।

2. मूल्याङ्कन

(क) माथिको छलफल तथा अन्तरक्रियात्मक विधिद्वारा समस्याको समाधान गर्दा प्रयोग गरिएका महत्वपूर्ण दुईओटा तथ्यहरू के के हुन् ? खोजी गर्नुहोस् ।

(ख) के उक्त प्रश्नको समाधान गर्न थप केही जिज्ञासाहरू छन्, बताउनुहोस् ।

(ग) ΔAEG=BFG र ΔCEH=ΔDFH हुन्छ भनी प्रमाणित गर्नुहोस् ।

3. गृहकार्य

(क) दिइएको चित्र अध्ययन गरी प्रमाणित गर्नुहोस् ।

चतुर्भुज ABDE=ΔACE

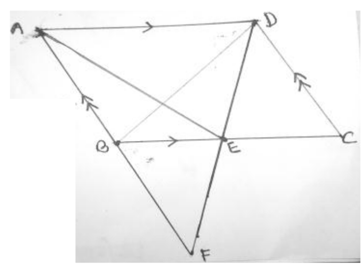
(ख) अभ्यास 13.1 को प्रश्न 5 र 6 हल गर्नुहोस् ।

(ग) साध्य 1,2,3 सँग सम्बन्धी विभिन्न नापका 2-2 ओटा चित्रहरू ग्राफ पेपरमा बनाउन लगाउनुहोस् ।

(घ) अभ्यास 13.1 को प्रश्न न.1,2,3 हल गर्नहोस् ।

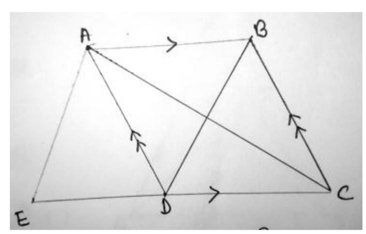
घन्टी - 9

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप



दिइएको चित्रमा ABCD एउटा समानान्तर चतुर्भुज हो । जसमा BC को कुनै बिन्दु E छ । AB र DE लाई बिन्दु F सम्म लम्ब्याइएको छ र AE तथा BD बिन्दु F मा जोडिएका छन् भने ΔAFE=ΔDFB हुन्छ भनी प्रमाणित गर्नुहोस् ।

(क) दिइएको चित्रमा साध्य 3 को कथनलाई प्रयोग गर्न सकिने आधार विद्यार्थीहरूलाई छलफलद्वारा खोजी गर्न लगाउनुहोस् ।



(ख) खोज तथा छलफलको आधारमा स.ल.च. ABED मा साध्य 3 प्रयोग गर्न सकिने कुरा विद्यार्थीरूलाई बताउनुहोस् ।

(ग) तसर्थ ΔABE=ΔDEBलाई लेख्न सकिन्छ वा सकिँदैन ? विद्यार्थीहरूसँग प्रश्न गरी कारण खोज्न लगाउनुहोस् ।

(घ) बराबरी तथ्यमा साझा भाग जोड्दा योगफल के हुन्छ ? कारण खोज्न उत्प्रेरित गराउनुहोस् ।

(ङ) ΔABE+ΔBFE=ΔAFE तथा ΔDEB + ΔBFE=ΔDFE हुन्छ, किन कारण खोजी गर्न विद्यार्थीहरूलाई उत्प्रेरित गर्नुहोस् ।

(च) अत: ΔAFE=ΔDFBहुन्छ, किन ? कारण खोजी गर्न लगाउनुहोस् ।

DRAFT

2. मूल्याङ्कन

(क) सिङ्गो चिजलाई टुक्र्याउँदा टुक्र्याएको योगफल सिङ्गोसँग बराबर हुन्छ, किन ? यसलाई कुन तथ्य भनिन्छ ? खोजी गर्न लगाउनुहोस् ।

(ख) पाँच र पाँचमा 3 जोड्दा योगफल के हुन्छ ? x र x मा y जोड्दा x+y र x+y के हुन्छ, भनी बताउनुहोस् ।

(ग) माथि दिएको प्रश्नको समाधानमा केही कठिनाईहरू छन् ? छन् भने के के छन्, बताउनुहोस् ।

3. गृहकार्य

(क) ΔPQR मा QR//ST भए प्रमाणित गर्नुहोस् ।

(i) $\Delta QSO = \Delta RTO$

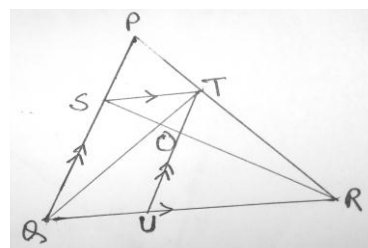
(ii) $\Delta PQT = \Delta PRS$

(iii) $\Delta QST = \frac{1}{2}$ स.च.QSTU

(ख) अभ्यास 13.1 को प्रश्न न. 4,5 र 6 हल गर्न लगाउनुहोस् ।

घन्टी -10

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

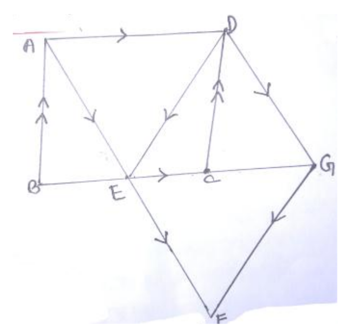


दिइएको चित्रमा AD//BG, DG//AF भए प्रमाणित गर्नुहोस् ।

स.च. ABCD=स.च.DEFG

(क) यहाँ स.च. ABGD र स.ल.च. AFGD मा साध्य 1 को कथन प्रयोग गर्न सकिने आधारहरूको खोजी गर्न लगाउनुहोस् ।

(ख) स.ल.च. ABGD मा एउटै आधार AD र उही समानान्तर रेखाहरू AD र BG बीचमा रहेका स.च.हरूको खोजी गर्न लगाउनुहोस् ।

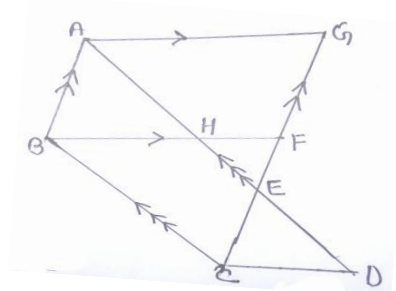


(ग) छलफल र खोजी कार्यको आधारमा स.च. ABCD= स.च. AEGD (i) लेख्न सकिने आधारको खोजी गर्न लगाउनुहोस् ।

(घ) त्यस्तै गरी स.ल.च. AFGD मा एउटै आधार DG, उही समानान्तर रेखाहरू DG र AF बीच रहेका स.च.हरूको खोजी गर्न लगाउनुहोस् ।

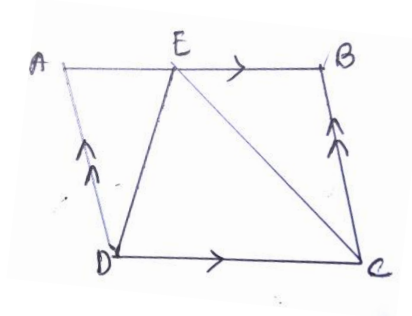
(ङ) तसर्थ स.च. DEFG = स.च. AEGD (ii) लेख्न सकिने आधार खोजी गर्न लगाउनुहोस् ।

(च) समीकरण (i) र (ii) लाई तुलनात्मक रूपमा अध्ययन र छलफल गर्न लगाई बराबरी तथ्यको आधारमा स.च. ABCD = स.च. DEFG लेख्न पाइन्छ वा पाइँदैन ? विद्यार्थीहरूसँग प्रश्न गर्नुहोस् ।



(छ) त्यस्तै गरी $\Delta AED = \frac{1}{2}$ स.च. DEFG हुन्छ भनी प्रमाणित गर्न लगाउनुहोस् ।

DRAFT



2. मूल्याङ्कन

(क) एउटै आधार र उही समानान्तर रेखाहरू बीच रहेका त्रिभुज र स.च. मध्य स.च. को क्षेत्रफल उक्त त्रिभुजको क्षेत्रफलको दोब्बर हुन्छ, किन ?

(ख) दिइएको चित्रमा ΔAED= $\frac{1}{2}$ स.च. DEFG हुन्छ प्रमाणित गर्न लगाउनुहोस् ।

3. गृहकार्य

(क) दिइएको चित्रमा स.च. ABFG र स.ल.च. ABCD छन् । प्रमाणित गर्नुहोस् ।

स.च. BCDH = स.च. ABFG

(ख) अभ्यास 13.1 को प्रश्न न. 7,8,9 र 10 हल गर्न लगाउनुहोस् ।

(ग) प्रश्न न. 1 मा दिइएको चित्रलाई ग्राफपेपरमा खिच्न लगाई प्रयोगात्मक विधिद्वारा पनि प्रमाणित गर्न लगाउनुहोस् ।

घन्टी-11 र 12

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) घन्टी 1 देखि 10 सम्मका क्रियाकलापहरूको पुनरावलोकन गर्न लगाउनुहोस् ।

(ख) साध्य 1, 2, र 3 का कथनहरू लेख्न र भन्न लगाउनुहोस् ।

(ग) विद्यार्थीहरूलाई समूहअनुसार पालोपालो कक्षामा कक्षामा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

(घ) आवश्यक पृष्ठपोषण दिई एकाइ परीक्षाकोलागि तयारी भएर आउन विद्यार्थीहरूलाई निर्देशन दिनुहोस् ।

DRAFT

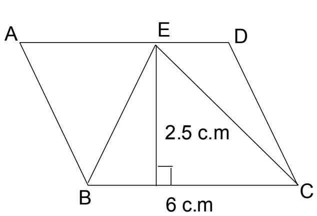
एकाइ परीक्षाको नमुना प्रश्नहरू

1. आधार 6 से.मि. र उचाइ 4 से.मि. भएको स.च. क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् ।

2. उचाइ 3 से.मि. र क्षेत्रफल 18 वर्ग से.मि. भएको स.च. को आधार भुजाको लम्बाइ पत्ता लगाउनुहोस् ।

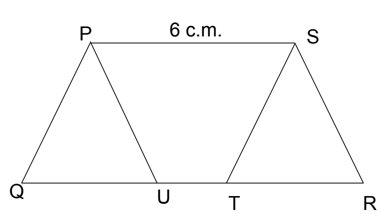
3. क्षेत्रफल 30 वर्ग से.मि. भएको स.च. मा विकर्ण बनाएका दुईओटा त्रिभुजहरूको क्षेत्रफल कति कति वर्ग से.मि. हुन्छ ?पत्ता लगाउनुहोस् ।

4. दिइएका चित्रहरूमा स.च., स.ल.च. र त्रिभुजको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस्



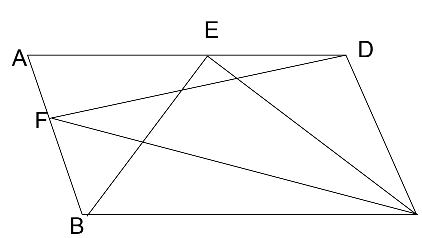
स. च. ABCD = ?

ΔBCE =?



स. च. PQTS = 24 वर्ग से. मि

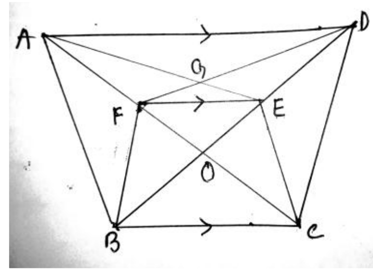
उचाइ (h) = ? र स.च. PURS = ?



ΔCDF= 7.5वर्ग से. मि

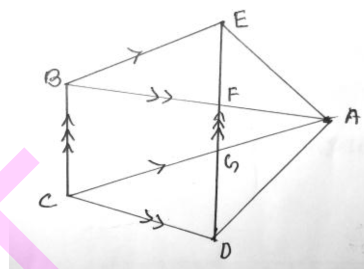
स. च. ABCD = ? र ΔBCE=?

5. दिइएको चित्रमा ABCD एक स.च. भए प्रमाणित गर्नुहोस् : स.च.ABCD= 2ΔCDE



6. दिइएको चित्रमा BC//ED, BE//CA र AB//DC छन् भने प्रमाणित गर्नुहोस् :

ΔABE को क्षेत्रफल=ΔADC को क्षेत्रफल



7. समलम्ब चतुर्भुज ABCD मा AB//FE//BC भए प्रमाणित गर्नुहोस् ।

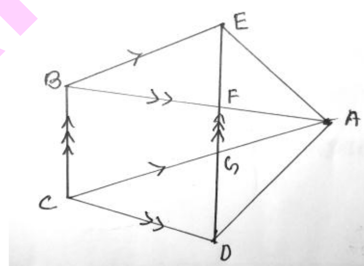
(i) ΔAFE = ΔDEF

(ii) ΔAFG = ΔDEG

(iii) ΔBFE = ΔCEF

(iv) ΔBOF = ΔCOE

(v) ΔAEC = ΔDFB



DRAFT

एकाइ :14 रचना (Construction)

अनुमानित घन्टी : 12

14.1 परिचय

रचना शिक्षण आधारभूत तहका कक्षादेखि नै हुँदै आएको छ । कक्षा नौमा पनि वर्ग, आयत, समानान्तर चतुर्भुज, समबाहु चतुभुज आदि रचनाको शिक्षण सिकाइ निरन्तरता पाएको छ । यहाँ त्रिभुज र चतुर्भुजहरूको रचनाअन्तर्गत (क) बराबर क्षेत्रफल भएका दुई ओटा समानान्तर चतुर्भुजको रचना (ख) बराबर क्षेत्रफल भएका त्रिभुजको रचना (ग) बराबर क्षेत्रफल हुने समानान्तर चतुर्भुज र त्रिभुजको रचना (घ) दिइएको चतुर्भुजसँग बराबर क्षेत्रफल हुने त्रिभुजको रचना गरिने छ । रचना कार्य विद्यार्थीहरूले गारो मान्ने विषय भएकोले यसलाई कसरी सहज र सरल ढङ्गबाट विद्यार्थीहरूलाई शिक्षण सिकाइ गर्न सकिन्छ त्यसको लागि शिक्षकले कसरी सहजीकरणको भूमिका निवाह गर्न सकिन्छ ? त्यसको प्रयास यस एकाइमा गरिने छ ।

14.2 सक्षमता

त्रिभुज र चतुर्भुजका क्षेत्रफल सम्बन्धी गुणहरू तार्किक एवम् प्रयोगात्मक रूपमा प्रमाणित वा पुष्टि तथा अन्तरसम्बन्धको तार्किक प्रयोग ।

14.3 सिकाइ उपलब्धि

बराबर क्षेत्रफल हुने चतुर्भुज र त्रिभुजहरूको रचना तथा तिनीहरू बिच अन्तरसम्बन्ध देखाउन ।

14.4 विषयवस्तु विभाजन

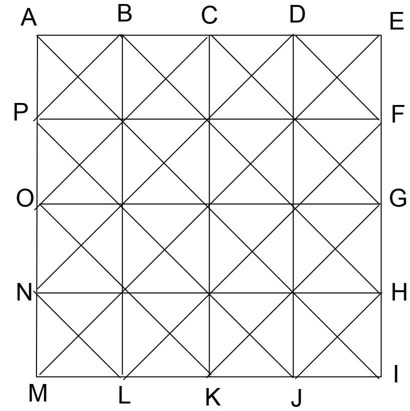
घन्टी	विषयवस्तु	सिकाइ सामग्री
1	आधारभूत रचना र पुनरावलोकन	ज्यामिति बक्स, ग्राफपेपर, स्केल, इरेजर, रचना गरिएका नमुना चार्टहरू, रचनाका लागि गरिएका खेस्राको
2	बराबर क्षेत्रफल भएका दुई ओटा स.च. रचना	
3	बराबर क्षेत्रफल भएका त्रिभुजको रचना	
4	बराबर क्षेत्रफल हुने स.च. र त्रिभुजको रचना	
5	दिइएको चतुर्भुजसँग बराबर क्षेत्रफल हुने त्रिभुजको रचना	चार्टहरू पेन्सिल, कम्पास, डिभाइडर आदि ।
6	अभ्यास 14 को प्रश्न न. 1 (a), (b), (c)	
7	अभ्यास 14 को प्रश्न न. 2 (a), (b), (c)	
8	अभ्यास 14 को प्रश्न न. 3 (a), (b), (c)	
9	अभ्यास 14 को प्रश्न न. 4 (a), (b), (c)	
10	अभ्यास 14 को प्रश्न न. 5 (a), (b), (c), (d), (e)	
11	अभ्यास 14 को प्रश्न न. ट (a) को परियोजना कार्य	
12	एकाइ परीक्षा र यसका लागि समय व्यवस्थापन	

DRAFT

घन्टी - 1

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

सँगैको चित्र अध्ययन गर्न लगाई तलका तथ्यहरू खोजी गर्न लगाउनुहोस् ।



(क) एउटै आधार र उही समानान्तर रेखाहरूबिच रहेका स.च. का बिचको सम्बन्ध

(ख) एउटै आधार उही समानान्तर रेखाहरूबिच रहेका त्रिभुजहरूको सम्बन्ध

(ग) एउटै आधा र उही समानान्तर रेखाहरूबिच रहेका त्रिभुज र मानान्तर चतुर्भुज सम्बन्ध

(घ) माथिका तथ्यहरूको पुनरावलोकनपछि रचनाका लागि आवश्यक कुराहरू जस्तै 60°, 30°, 90°, 45°, 75°, 120°,आदि कोणहरूको रचनाबारे समूहमा छलफल गराउनुहोस्

(ङ) समूहमा नै यी माथिका कोणहरूको रचना गर्न लगाउनुहोस् र आवश्यकताअनुसार पृष्ठपोषण दिई सहजीकरण गर्नुहोस् ।

(च) बराबर कोणलाई कसरी रचना गर्न सकिन्छ ? सोकाबारे पनि राम्ररी सिकाउनुपर्छ ताकि समानान्तर रेखाहरू खिच्न सजिलो हुन्छ ।

(छ) क्रमागत भित्रीकोण, एकान्तर कोण र सङ्गतकोणबारे पनि विद्यार्थीहरूबिच छलफल गराई सहजीकरण गर्नुहोस् ।

DRAFT

2. मूल्याङ्कन

(क) एउटै आधार र उही समानान्तर रेखाहरु बिचमा बनेका समानान्तर चतुर्भुजहरूबीचको सम्बन्ध लेख्नुहोस् ।

(ख) एउटै आधार र उही समानान्तर रेखाहरूबिचमा रहेका त्रिभुजहरूबिचको सम्बन्ध लेख्नुहोस् ।

(ग) एउटै आधार र उही समानान्तर रेखाहरूबिचमा रहेका त्रिभुज र समानान्तर चतुर्भुज सम्बन्ध लेख्नुहोस् ।

(घ) एउटा कोणको मान 60° हुने समानान्तर चतुर्भुजको रचना गर्नुहोस् ।

3. गृहकार्य

(क) $\angle ABC = 75°$, AB=4.5 से.मि. र BC=5.5 से.मि.नाप हुने स.च.ABCD को रचना गर्नुहोस् ।

(ख) $\angle ABC = 60°$, AB=4 से.मि. र BC= 6 से.मि.नाप हुने स.च. ABCD को रचना गर्नुहोस् ।

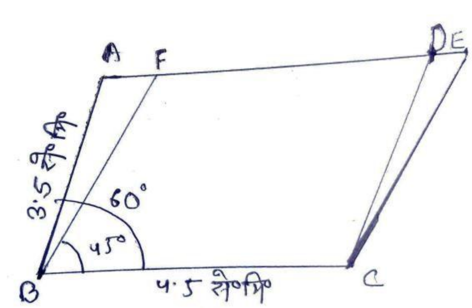
(ग) एउटै आधार र उही समानान्तर रेखाहरूबिचमा रहेका समानान्तर चतुर्भुजहरूको सम्बन्ध ग्राफ पेपरमा रचना गर्नुहोस् ।

घन्टी-2

1. बराबर क्षेत्रफल भएका दुई ओटा समानान्तर चतुर्भुजको रचना

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

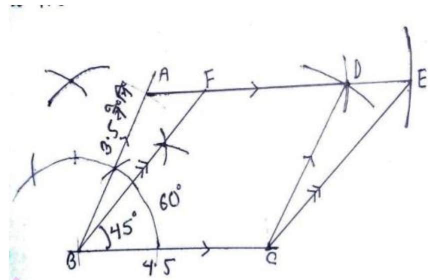
$\measuredangle$ABC= 60°, AD=3.5से.मि. र BC=4.5 से.मि. नाप हुने स.च. ABCD को रचना गरी उक्त स.च.को क्षेत्रफलसँग बराबर हुने गरी अर्को स.च.BCEF को रचना गर्नुहोस् । जहाँ$\angle FBC$ = 45° हुन्छ ।



(क) दिइएको नापअनुसार एउटै आधार BC र उही समानान्तर रेखाहरू BC र AE बिच स.च.हरू ABCD र BCEF को खेस्रा बनाउन लगाउनुहोस् ।

(ख) रचनामा खेस्रा महत्त्वपूर्ण हुने भएकाले खेस्राको खाका बनाउन विद्यार्थीहरूबिच छलफल गराउनुहोस् ।

(ग) खेस्राको अवधारण स्पष्ट भइसकेपछि स.च. ABCD रचनाका लागि आवश्यक चरणहरूका बारेमा विद्यार्थीहरूबिच छलफल गराउनुहोस् ।



(घ) खेस्रापछिको पहिलो चरणमा आधार भुजा BC=4.5 से.मि.को. रचना गराउनुहोस् ।

(ङ) $\angle ABC=60°$ को रचना गराउनुहोस् ।

(च) AB=3.5 से.मि.कोचाप बिन्दु B बाट काट्न लगाउनुहोस् ।

(छ) बिन्दु A बाट AD=4.5 से.मि. र बिन्दु C बाट CD=3.5 से.मि. को चाप काट्न लगाउनुहोस् A र C बाट खिचिएको दुईओटा चापहरू काटिएको बिन्दुलाई D जनाउन निर्देशन दिनुहोस् ।

(ज) अत: $\angle ABC= 60°$, BC= 4.5 से.मि. र बिन्दु Cबाट CD=3.5 से.मि.को चाप काट्न लगाउनुहोस् । A र C बाट खिचिएका दुईओटा चापहरू काटिएको बिन्दुलाई D जनाउन निर्देशन दिनुहोस् ।

(झ) शीर्षबिन्दु B बाट $\angle FBC=45°$ खिच्न लगाउनुहोस् । BC=FE र BF=CE नापको चाप काटन् गाउनुहोस् ।

(ञ) तसर्थ स.च. ABCD = स.च. BCEF को रचना तयार हुन्छ ।

(ट) रचना गर्दा पेन्सिलको चुच्चोलाई ध्यान दिन आवश्यक हुने कुरा विद्यार्थीहरुलाई जानकारी गराउनुहोस् ।

2. मूल्याङ्कन

(क) कोण 45° र कोण 60° खिच्नुको फाइदा के छ ? बताउनुहोस् ।

(ख) एउटै आधार र उही समानान्तर रेखाहरूबिच बनेका समानान्तर चतुर्भुजहरूको क्षेत्रफल बराबर हुन्छ ? कारण खोज्नुहोस् ।

(ग) $\angle DAB=45°$, AB=5 से.मि. र DA= 4 से.मि. नाप भएको स.च. ABCD को रचना गरी उक्त स.च. सँग बराबर हुने स.च. BCEF खिच्नुहोस् जहाँ $\angle FAC=60°$ छ ।

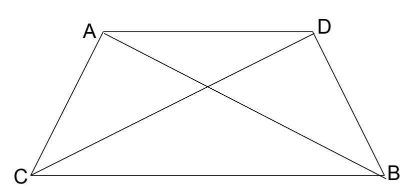
3. गृहकार्य

(क) $\angle DAB=120°$ र DA=4.5 से.मि. तथा AB=6 से.मि. भएको स.च. ABCD को रचना गर्नुहोस् साथै उक्त स.च.को क्षेत्रफलसँग बराबर हुने गरी स.च. ABEF को रचना गर्नुहोस् जहाँ$\angle FAB=60°$ छ ।

(ख) एउटा कोण 75° भएको स.च. ABCD को रचना गर्नुहोस् जहाँ स.च. BCEF मा आसन्न भुजाहरूको नाप 6.5 से.मि. र 5 से.मि. तथा $\angle FBC=120°$ छ साथै स.च. ABCD. र स.च. BCEF को क्षेत्रफल बराबर हुन्छ भनी विद्यार्थीहरुलाई खोज्न लगाउनुहोस् ।

घन्टी-3

(b) <u>बराबर क्षेत्रफल भएका त्रिभुजको रचना</u>

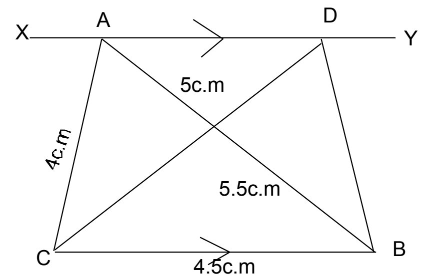


यहाँ एउटै आधार र उही समानान्तर रेखाहरूबिचमा रहेका बराबर त्रिभुजहरूको रचना कसरी गर्न सकिन्छ त्यसका बारेमा छलफल तथा अध्ययन गरिन्छ । जस्तै : AB=5 से.मि., BC=4.5 से.मि., CA=4 से.मि.,

DRAFT

भएको ΔABC सँग बराबर क्षेत्रफल हुने अर्को ΔBCD को रचना गर्नुहोस् जहाँ एउटा भुजाको लम्बाइ 5.5 से.मि. छ ।

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप



(क) दिइएको नापअनुसारको एउटा खेस्रा तयार गर्न लगाउनुहोस् ।

(ख) आधार BC=4.5से.मि. खिच्न लगाउनुहोस् र BC को अर्धक खिच्नपनि सिकाउनुहोस् ।

(ग) बिन्दु B र C बाट क्रमशः BA र CA को रचना कम्पासको सहगोगबाट गर्न लगाउनुहोस् ।

(घ) एकान्तर $\angle ABC$ र $\angle XAC$ बराबर हुने गरी कम्पासको मद्दतबाट XY//CB को रचना गर्न लगाउनुहोस् ।

(ङ) शीर्षबिन्दु Cबाट XYको कुनै बिन्दु Dमा चाप काट्न लगाउनुहोस् ताकि CD=5.5से.मि. हुन्छ ।

(च) Dर Bबिन्दुहरू जोड्न लगाउनुहोस् ।

(छ) आवश्यक $\Delta ABC=\Delta BCD$ को रचना तयार हुन्छ ।

(ज) यो रचना गर्न लगाउँदा छलफल अन्तरक्रियात्मक कार्यकलापबाट सहभागिमुलक शिक्षण सिकाई गर्नुहोस् ।

2. मूल्याङकन

(क) रचनामा ΔABC र ΔBCD बराबर भयो किन ? कारण खोजी गर्नुहोस् ।

(ख) के फरक नापका त्यस्तै रचना गर्न सकिन्छ ? ΔPQR मा PQ=3 से.मि. QR=3.5 से.मि. र RP=4 से.मि. नाप भएको त्रिभुजसँग क्षेत्रफल बराबर हुने ΔQRS को रचना गर्नुहोस् जहाँ RS=4.5 से.मि. छ ।

3. गृहकार्य

(क) $\Delta ABC=60°$, AB=3.5 से.मि. र BC=4.5 से.मि. भएको ΔABC सँग क्षेत्रफल बराबर हुने गरी एउटा भुजाको लम्बाइ 5 से.मि. भएको त्रिभुजको रचना गर्नुहोस् ।

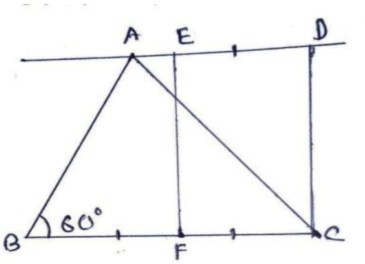
(ख) बलपेनका पाइपहरूबाट एउटा आधार र उही समानान्तर रेखाहरूबिचमा रहेका त्रिभुजहरूको क्षेत्रफल बराबर हुनेगरी एउटा मोडेल तयार गर्न लगाउनुहोस् । बलपाइपका विकल्पका रूपमा सिन्का, ऊनी धागो आदि प्रयोग गर्न सकिन्छ ।

घन्टी-4

(c) बराबर क्षेत्रफल हुने समानान्तर चतुर्भुज र त्रिभुजको रचना

DRAFT

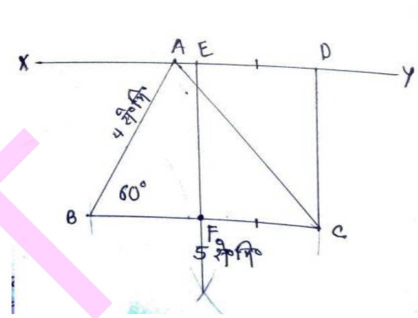
यहाँ कुनै निश्चित नापको आधार भुजा भएको त्रिभुज र समानान्तर चतुर्भुजको क्षेत्रफलसँग बराबर हुने समानान्तर चतुर्भुज र त्रिभुजको रचना कसरी गर्न सकिन्छ सोको सम्बन्धमा छलफल तथा अध्ययन गरिन्छ जस्तै एउटा कोण 60° र आधार भुजाको नाप 5 से.मि. र त्यसको आसन्न भुजा 4 से.मि. भएको त्रिभुजको क्षेत्रफलसँग बराबर हुने गरी समानान्तर चतुर्भुजको रचना गर्नुहोस् ।



1. <u>सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप</u>

(क) नापअनुसारको एउटा अनुमानित खेस्रा तयार गर्न लगाउनुहोस् ।

(ख) खेस्राको आधारमा रचना गर्न विद्यार्थीहरूलाई निर्देशन दिनुहोस्, आधार भुजाको रचनाबाट अन्य कुराको रचना गर्न स्पष्ट गर्नुहोस् ।



(ग) आधार BC को बिन्दु B बाट ∠ABC=60° कसरी खिच्न सकिन्छ ? खिच्न लगाउनुहोस् ।

(घ) बिन्दु A र C जोडन लगाउनुहोस् । आवश्यक ∆ABC को रचना तयार हुन्छ ।

(ङ) आधार भुजा BC को आधा भन्दा बढी चाप लिएर बिन्दु B र C दुवैतर्फबाट तल र माथि चाप काट्न लगाउनुहोस् ।

(च) दुईतिरबाट तल र माथि खिचिएका चापहरू एक आपसमा काटिएका दुई बिन्दु जोडेर आधार भुजा BC को मध्य बिन्दु पत्ता लगाउन दिनुहोस् ।

(छ) समानान्तर चतुर्भुजको भुजा दिइएको भए सो अनुसार स.च. खिच्नुहोस् अन्यथा मध्यबिन्दुबाट खिचिएको लम्बले नै आवश्यक स.च. को रचना तयार हुने कुरा विद्यार्थीहरूलाई बताउनुहोस् ।

(ज) BC//XY खिच्न एकान्तर कोण बराबर हुन गरी खिच्नुपर्ने अन्यथा समानान्तर नभई त्रिभुज र चतुर्भुजको क्षेत्रफल बराबर नहुनेतर्फ पनि विद्यार्थीहरूको ध्यान आकर्षण गर्नुपर्दछ ।

(झ) तसर्थ ∆ABC= स.च. CDEF को रचना तयार भयो ।

2. मूल्याङ्कन

(क) ∆ABC=स.च CDEF किन भयो, बताउनुहोस् ।

(ख) त्रिभुजको मध्यबिन्दु पत्ता नलगाइकन यो रचना गर्न सकिन्छ ? विद्यार्थीहरुबिच छलफल गराउनुहोस् ।

(ग) त्रिभुजको आधार भुजाबाट पुरै स.च.को रचना गरिए के होला ? स्पष्ट बताउन लगाउनुहोस् ।

(घ) के माथिको स.च. CDEF अन्य प्रक्रियाबाट रचना गर्न सकिएला ? भन्न लगाउनुहोस् ।

(ङ) स.च. CDEF मा EF=5 से.मी, ∠ABC=60°, AB= 4 से.मि. र BC= 5 से.मि. नापको आधारमा ∆ABC र स.च. CDEF को रचना गर्नुहोस् ।

3. गृहकार्य

(क) AB=3.2 से.मि., BC=3.6 से.मि. र CA=3.8 से.मि. भएको ∆ABC को क्षेत्रफल बराबर हुने गरि एउटा भुजाको लम्बाइ 4.4 से.मि. हुने स.च. को रचना गर्नुहोस् ।

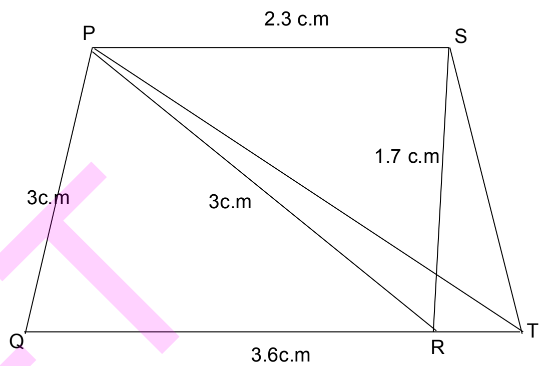
DRAFT

(ख) ∆ABC=45°, AB=3 से.मि. र BC= 3.6से.मि. भएको ∆ABCसँग क्षेत्रफल बराबर हुने र कोण 60° भएको स.च. को रचना गर्नुहोस् ।

(ग) ऊनको धागोबाट एउटै आधार र उही समानान्तर रेखाहरूबीच हुने त्रिभुज र स.च. को क्षेत्रफल बराबर हुने स.च. र त्रिभुजको रचनाको नमुना तयार गर्न लगाउनुहोस् ।

घन्टी-5

दिइएको चतुर्भुजको क्षेत्रफलसँग बराबर हुने त्रिभुजको रचना

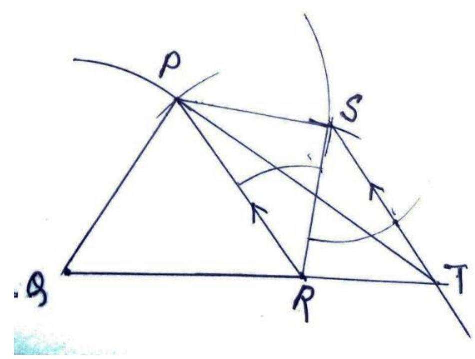


यसमा कुनै निश्चित नापका चतुभुजको क्षेत्रफलसँग त्रिभुजको क्षेत्रफल बराबर हुने गरी त्रिभुजको रचना कसरी गर्न सकिन्छ, सोको बारे छलफल र अध्ययन गरिन्छ । जस्तैः PQ=3 से.मि., QR=3.6 से.मि., PR=3 से.मि., RS=1.7से.मि. र SP=2.3 से.मि.भएको चतुर्भुज PQRS सँग क्षेत्रफल बराबर हुने त्रिभुजको रचना गर्नुहोस् ।

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) दिइएकोनापको आधारमा खेस्रा बनाउन लगाउनुहोस्

(ख) आधार QR=3.6 से.मि. बाट QR=3 से.मि. र RP=3 से.मि. खिच्नुहोस् ।



(ग) शीर्षबिन्दु P र R बाट PS=2.3 से.मि. र RS=1.7 से.मि. खिच्न लगाउनुहोस् । तसर्थ चतुर्भुज PQRS को आवश्यक रचना तयार हुन्छ ।

(घ) शीर्षबिन्दु S बाट विकर्ण PR र उही समानान्तर हुने गरी रेखा ST खिच्न लगाउनुहोस् ।

(ङ) ∆PRT र ∆PSR एउटै आधार PR र उही समानान्तर रेखाहरूबिच रहेको ती त्रिभुजहरूको क्षेत्रफल बराबर हुने कुरा साध्य 3 को स्मरण गराउनुहोस् ।

(च) तसर्थ ∆PQR+∆PSR=∆PQR+∆PRT हुन्छ भन्ने विषयमा विद्यार्थीहरुबिच छलफल गराउनुहोस् ।

(छ) अतः ∆PQT= चतुर्भुज PQRS को रचना तयार भयो ।

2. मूल्याङ्कन

(क) चतुर्भुज र त्रिभुजको क्षेत्रफल कसरी बराबर हुन्छ ? कारण पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ख) PQ=7 से.मि., QR=4.8 से.मि., RS=5.5 से.मि. र SP=5 से.मि., ∠60° भएको चतुर्भुज PQRS को रचना गरीउक्त चतुर्भुजको क्षेत्रफलसँग बराबर हुने त्रिभुजको रचना गर्नुहोस् ।

3. गृहकार्य

DRAFT

(क) PQ=5.2 से.मि., QR=5 से.मि., RS=5.5 से.मि., SP=6.2 से.मि. र विकर्ण SQ=5.2 से.मि. भएको एउटा चतुर्भुज PQRS को रचना गरी उक्त चतुर्भुजको क्षेत्रफलसँग बराबर हुने त्रिभुजको रचना गर्नुहोस् ।

(ख) AB=5.2 से.मि., BC=5 से.मि., CD=4.9 से.मि., DA=5.4 से.मि. र AC=6 से.मि. नाप भएको चतुर्भुज ABCD को क्षेत्रफलसँग बराबर हुने ΔABE को रचना गर्नुहोस् ।

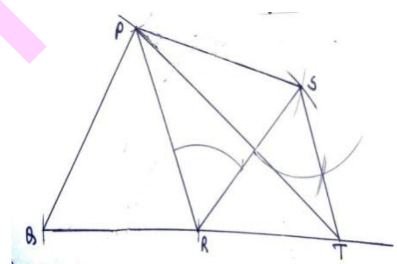
(ग) $\angle$SPQ=60°, PQ=5 से.मि., QR=3.5 से.मि., RS=5.5 से.मि. र PS=4 से.मि. नाप भएको चतुर्भुज PQRS को क्षेत्रफलसँग बराबर हुने ΔSPT को SPT को रचना गर्नुहोस् ।

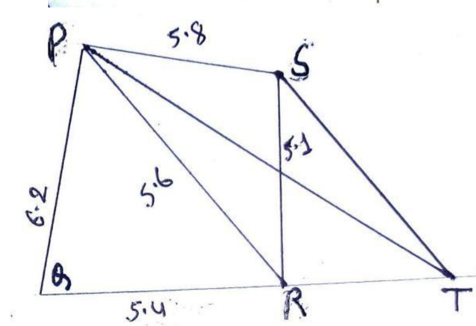
(घ) फरक फरक नापका ऊनको धागोबाट चतुर्भुज र त्रिभुजको क्षेत्रफल बराबर भएको नमुना तयार गर्नुहोस् ।

घन्टी-6

PQ=6.2 से.मि., PR=5.6 से.मि., QR=5.4 से.मि., RS=5.1 से.मि.र PS=5.8 से.मि. भएको एउटा चतुर्भुज PQRS को रचना गरी उक्त चतुर्भुजको क्षेत्रफलसँग बराबर हुने गरी एउटा त्रिभुज PQT को रचना गर्नुहोस् ।

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप





(क) दिइएको आँकडाअनुसार एउटा अनुमानित खेस्रा चित्र बनाउनुहोस् ।

(ख) आँकडा अनुसार चतुर्भुज PQRS को रचना गर्न लगाउनुहोस् ।

(ग) विद्यार्थीहरूलाई अप्ठयारो भएमा पहिला ΔPQR र त्यसपछि ΔPRS गरी दुई चरण गरी स.च. PQRS को रचना गर्न लगाउनुहोस् ।

(घ) शीर्षबिन्दु S बाट विकर्ण PR सँग समानान्तर हुने गरी ST को रचना गर्न लगाउनुहोस् ।

(ङ) शीर्षबिन्दु P बाट PT खिच्न लगाउनुहोस् ।

(च) आवश्यक ΔPQT को रचना तयार हुन्छ ।

(छ) तसर्थ चतुर्भुज PQRS=ΔPQT हुन्छ, किन ? विद्यार्थीहरूसँग प्रश्न गर्नुहोस् ।

DRAFT

2. मूल्याङ्कन

(क) चतुर्भुज PQRS र ΔPQT बराबर हुन्छ, किन ? कारण खोजी गर्नुहोस् ।

(ख) PRS को एकान्तर $\angle$RST को रचना कसरी गरिएको छ ? बताउनुहोस् ।

(ग) $\angle$MN=4.2 से.मि., NO=5.1से.मि. भएको एउटा चतुर्भुज MNOP को रचना गरी उक्त चतुर्भुजको क्षेत्रफलसँग बराबर भएको एउटा त्रिभुजको रचना गर्नुहोस् ।

3. गृहकार्य

(क) PQ=6 से.मि., QR=5.4 से.मि., RS=5.2 से.मि., SP=6.1 से.मि. र PR=5.8 से.मि. नाप भएको चतुर्भुज PQRS को रचना गर्नुहोस् र उक्त चतुर्भुजसँग बराबर क्षेत्रफल हुनेएउटा त्रिभुजको रचना गर्नुहोस् ।

(ख) चतुर्भुज MNOP को रचना गर्नुहोस् जसमा MN=4 से.मि., NO=5 से.मि., OP=5.5 से.मि., PM=4.5 से.मि. र $\angle PMN=30°$छ । उक्त चतुर्भुज MNOP को क्षेत्रफलसँग बराबर हुने गरी ΔMNQ को रचना गर्नुहोस् ।

(ग) अभ्यास 14 को प्रश्न न.1 (a), (b), (c) हल गर्नुहोस् ।

घन्टी- 7, 8, 9, 10 र 11 किताबको अभ्यासको छुटयाएको छ ।

घन्टी - 12

एकाइ परीक्षा नमुना प्रश्नहरू

1. PQ=6.5 से.मि., QR=7.5 से.मि. र RP=6.8 से.मि. भएको त्रिभुज PQR को क्षेत्रफल सँग बराबर हुने गरी एउटा आयतको रचना गर्नुहोस् ।

2. AB = 7.5 से.मि., BC = 6 से.मि र CA = 5.5 से.मि. भएको एउटा ΔABC रचना गरी उक्त त्रिभुजको क्षेत्रफलसँग बराबर हुने एउटा भुजा 8से.मि. भएको समानान्तर चतुर्भुजको रचना गर्नुहोस् ।

3. AB = BC = 4.6 से.मि., CD = AD = 3.9 से.मि. र $\angle BAD = 60°$ नाप भएका चतुर्भुज ABCD को रचना गर्नुहोस् र उक्त चतुर्भुजको क्षेत्रफलसँग बराबर हुने गरी एउटा त्रिभुजको रचना गर्नुहोस् ।

4. एउटा चतुर्भुज PQRS को रचना गर्नुहोस् जसमा PQ = 5 से.मि., QR = 4.5 से.मि., RS = 6 से.मि., PS = 6 से.मि. र PR = 6 से.मि. छन् । चतुर्भुज PQRS को क्षेत्रफलसँग बराबर हुने एउटा त्रिभुज QRT को रचना गर्नुहोस् ।

DRAFT

एकाइ -15 वृत्त(Circle)

अनुमानित घन्टी - 22

15.1.परिचय :

वृत्त (Circle) शब्द Greek भाषाबाट आएको हो । 300 BCE मा Euclid's Elements को book 3 मा Circle को गुणहरूको बारेमा चर्चा भएको पाइन्छ भने 1700 BCE मा Rhind Papyrus ले वृत्तको क्षेत्रफल निकाल्ने सूत्त πr^2 पत्ता लगाए । Euclidean Geometry को एक साधारण वन्द आकार वृत्त हो । कुनै एक निश्चित बिन्दुबाट बरावर दुरीमा चल्ने बिन्दुहरूको बिन्दुपणलाई वृत्त भनिन्छ । वृत्त अध्यायन गर्दा केन्द्रबिन्दु, अर्धव्यास, व्यास, जीवा, चाप, वृत्तखण्ड, क्षेत्रक, केन्द्रीय कोण, परिधि कोण, चक्रिय चतुर्भुज, स्पर्श रेखा आदिका बारेमा थाहा हुनु अनिवार्य हुन्छ । यस पाठमा हामीले बराबर केन्द्रीय कोणहरू बनाउने चापको सम्बन्ध, बराबर जीवाले काटेका चापको सम्बन्ध, अर्धवृत्तमा बने कोण, परिधि कोण र केन्द्रीय कोण, चक्रीय चतुर्भुज र स्पर्श रेखा सम्बन्धी अध्ययन गर्नुपर्ने छ ।

15.2.सक्षमता :

वृत्तका चाप र कोण सम्बन्धी गुणहरू तार्किक एवम् प्रयोगात्मक रूपमा पुष्टि तथा अन्तरसम्बन्धको तार्किक प्रयोग ।

15.3 सिकाइ उपलब्धि :

(क) वृत्तका चाप र कोणसम्बन्धी गुण/साध्यहरू प्रमाणित/पुष्टि गर्न

(ख) वृत्तका चाप र कोण सम्बन्धी गुणहरूको अन्तरसम्बन्ध देखाउन र समस्याहरू समाधान गर्न ।

15.4 विषयवस्तुको विभाजन

घन्टी	विषयवस्तु	सिकाइ सामग्री
1.	पुनरावलोकन	चार्टपेपर, विभिन्न वृत्ताकार आकारका चार्टपेपरहरू, कैंची, मार्कर, साइनपेन, जियोबोर्ड, स्केल, पेपर कटर, टेप, रबरव्यान्ड, धागो, ज्यामिति बक्स, आदि ।
2.	केन्द्रीयकोण र चापको सम्बन्ध ।	
3.	जीवा र चापको सम्बन्ध ।	
4.	अर्धवृत्तमा बनेको कोण	
5.	केन्द्रीयकोण र परिधिकोण	
6.	केन्द्रीयकोण र परिधिकोण	
7	एउटै वृत्तखण्डमा बनेका कोणहरू	
8.	एउटै वृत्तखण्डमा बनेका कोणहरू	
9.	चक्रीय चतुर्भुज	
10.	चक्रीय चतुर्भुज	
11.	केन्द्रीय कोण र चापसँग सम्बन्धित अभ्यास	

DRAFT

12.	एउटै वृत्तखण्डमा बनेका कोण सम्बन्धी अभ्यास	
13.	केन्द्रीयकोण र परिधिकोणसँग सम्बन्धित अभ्यास	
14.	अर्धवृत्त केन्द्रीयकोण र परिधिकोणसँग सम्बन्धित अभ्यास	
15.	चक्रीय चतुर्भुजसँग सम्बन्धित अभ्यास	
16.	केन्द्रीयकोण, परिधिकोण र चक्रीय चतुर्भुजसँग सम्बन्धित अभ्यास	
17.	स्पर्शरेखा र अर्धव्यास बिचको सम्बन्ध	
18.	स्पर्शरेखा र अर्धव्याससँग सम्बन्धित प्रश्न	
19.	मिश्रित अभ्यास	
20.	मिश्रित अभ्यास	
21.	मिश्रित अभ्यास	
22.	एकाइ परीक्षा	प्रश्नपत्र

DRAFT

घन्टी-1

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) विद्यार्थीहरूलाई समूहमा विभाजन गरी पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ 155 मा दिइएको पुनरावलोकन 15.0 समूहमा छलफल गराई समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।

समूह– A: (क) , (ख), (ग) , (झ)

समूह– B: (ग), (ह), (ङ), (ञ)

समूह– C: (ङ) , (च), (छ), (त)

समूह– D: (च) , (छ), (ज), (ञ)

(ख) पुन: क्रियाकलाप 1 मा समूह A लाई दिइएको प्रश्न समूह C लाई, समूह B लाई दिइएको प्रश्न समूह D लाई र यस्तै गरी D को B लाई र C को A लाई समाधान गर्न दिनुहोस् र आवश्यक पृष्ठपोषण दिई प्रत्येक समुहबाट प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

(ग) केन्द्रीयकोण र उक्त कोण बनाउने चापको सम्बन्ध प्रत्यक्ष रहने प्रयोगात्मक तरिका प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

(घ) विद्यार्थीलाई वृत्त बनाउन लगाई केन्द्रीयकोण र उक्त कोण बनाउने चापको सम्बन्ध प्रत्यक्ष देखिने उदाहरण प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

(ङ) आजको कक्षामा अध्यापन भएको पाठका सम्बन्धमा प्रतिवेदन तयार गरी अर्को दिन प्रस्तुत गर्नको लागि एक विद्यार्थी (रिपोर्टर) लाई जिम्मा दिनुहोस् ।

2: मूल्याङ्कन

वृत्तको परिधि, अर्धव्यास, व्यास, जीवा, अर्धवृत्त, चाप, वृत्तखण्ड क्षेत्रक, एक केन्द्रीत वृत्त, प्रतिच्छेदित केन्द्र, बराबर वृत्त र केन्द्रीयकोणको परिभाषा र चित्त बनाउन लगाउनुहोस् ।

3: गृहकार्य

तिनओटा फरक फरक अर्धव्यास भएका वृत्त बनाई केन्द्रीयकोण र उक्त कोण बनाउने चापको सम्बन्ध प्रत्यक्ष देखिने प्रयोगात्मक तरिका गर्न लगाउनुहोस् ।

घन्टी-2

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) अघिल्लो दिनको पाठको टिपोट रिपोटरद्वारा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् । साथै आजको पाठको अर्को दिन रिपोटिङ गर्नका लागि अर्को विद्यार्थी चयन गर्नुहोस् ।

(ख) अघिल्लो दिनको गृहकार्य अवलोकन गरी आवश्यक पृष्ठपोषण प्रदान गर्नुहोस् ।

(ग) विद्यार्थीहरूलाई निम्न प्रश्नमा छलफल गराई समाधान गर्न सहयोग गर्नुहोस् । कुनै वृत्तको बराबर केन्द्रीयकोणहरूले बनाउने चापहरू बराबर हुन्छन् भनी प्रयोगात्मक परीक्षण गर्नुहोस् ।

(घ) विद्यार्थीहरूको 4 ओटै समूहलाई निम्न प्रश्न दिई समाधान गर्न लगाई प्रत्येक समूहलाई प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

(ङ) कुनै वृत्तको बराबर केन्द्रीयकोणहरू AOB र COD ले बनाउने चापहरू AB र CD बराबर हुन्छन् भनी प्रयोगात्मक परीक्षण गर्नुहोस् ।

2. मूल्याङ्कन

दुई ओटा फरक फरक अर्धव्यास भएका वृत्तहरू बनाई निम्न प्रश्नलाई प्रयोगात्मक परीक्षण गर्नुहोस् ।

3. गृहकार्य

कुनै वृत्तका बराबर केन्द्रीयकोणहरूले बनाउने चापहरू बराबर हुन्छन् भनी प्रयोगात्मक परीक्षण गर्नुहोस् जहाँ फरक फरक अर्धव्यास भएका कम्तीमा 2 ओटा वृत्तहरू अनिवार्य छन् ।

घन्टी - 3

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) अघिल्लो दिनको पाठको टिपोट रिपोटरद्वारा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् । साथै आजको पाठको अर्को दिन रिपोटिङ गर्नको लागि अर्को विद्यार्थी चयन गर्नुहोस् ।

(ख) अघिल्लो दिनको गृहकार्य अवलोकन गरी आवश्यक पृष्ठपोषण प्रदान गर्नुहोस् ।

(ग) विद्यार्थीहरूलाई निम्न प्रश्नमा छलफल गराई समाधान गर्न सहयोग गर्नुहोस् । कुनै वृत्तका दुई जीवाहरू बराबर छन् भने ती जिवाहरूले काटेका चापहरू बराबर हुन्छन् भनी प्रयोगात्मक प्रमाणित गर्नुहोस् ।

(घ) विद्यार्थीहरूको 4 ओटै समूहलाई निम्न प्रश्नमा दिई समाधान गर्न लगाई प्रत्येक समूहलाई प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

(ङ) कुनै वृत्तमा बराबर चापले बनाएका जीवाहरू बराबर हुन्छन् भनी प्रयोगात्मक परीक्षण गर्नुहोस् ।

DRAFT

2. मूल्याङ्कन

(क) कुनै वृत्तका दुई जीवाहरू बराबर छन् भने ती जीवाहरूले काटेका चापहरू बराबर हुन्छन् भनी प्रयोगात्मक परीक्षण गर्नुहोस् ।

3. गृहकार्य

कुनै वृत्तमा बराबर चापले बनाएका जीवाहरू बराबर हुन्छन् भनी प्रमाणित गर्नुहोस् । जहाँ फरक फरक अर्धव्यास भएका कम्तीमा 2 ओटा वृत्तहरू अनिवार्य छन् ।

घन्टी - 4

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप :

(क) अघिल्लो दिनको पाठको टिपोट रिपोटरद्वारा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् । साथै आजको पाठको रिपोटिङ गर्नका लागि अर्को विद्यार्थी चयन गर्नुहोस् ।

(ख) अघिल्लो दिनको गृहकार्य अवलोकन गरी आवश्यक पृष्ठपोषण दिनुहोस् ।

(ग) निम्न प्रश्नलाई सैद्धान्तिक तरिकाबाट छलफल र प्रश्नोत्तर गर्दै समाधान गरिदिनुहोस् ।

(अ) अर्धवृत्तमा बन्ने परिधिको कोण एक समकोण हुन्छ । पाठ्यपुस्तकको पेज न. 159 मा दिइएअनुसार प्रमाणित गर्नुहोस् ।

(घ) विद्यार्थीहरूलाई अर्धवृत्त ACB को $\angle$ A=60° र अर्धवृत्तमा बनेको कोण Cभए $\angle$B पत्ता लगाउन लगाउनुहोस् ।

(ङ) निम्न प्रश्न समूहमा छलफल गर्न लगाई समाधान गरी प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

अर्धवृत्तमा बन्ने परिधिको कोण एक समकोण हुन्छभनी प्रयोगात्मक परीक्षण गर्नुहोस् ।

2. मूल्याङ्कन

अर्धवृत्तमा बन्ने परिधिको कोण एक समकोण हुन्छ भनी प्रमाणित गर्नुहोस् ।

3. गृहकार्य

केन्द्र O भएको अर्धवृत्त PQR मा बन्ने परिधिकोण PQR, 180° को आधा हुन्छ भनी प्रमाणित गर्नुहोस् ।

घन्टी- 5

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप :

(क) अघिल्लो दिनको पाठको टिपोट रिपोटरद्वारा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् । साथै आजको पाठको रिपोटिङ गर्नको लागि अर्को विद्यार्थी चयन गर्नुहोस् ।

(ख) अघिल्लो दिनको गृहकार्य अवलोकन गरी आवश्यक पृष्ठपोषण दिनुहोस् ।

(ग) विद्यार्थीहरूलाई निम्न प्रश्नमा छलफल गराई समाधान प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

कुनै वृत्तको एउटै चापमा बनेका केन्द्रीयकोण परिधिकोणको 2 गुणा हुन्छ भनी प्रयोगात्मक परीक्षण गर्नुहोस् । कम्तीमा २ ओटा फरक 3cm भन्दा बढी अर्धव्यास भएका वृत्तहरू बनाउनुपर्ने छ ।

समाधान

DRAFT

पाठ्यपुस्तकमा दिइएअनुसार वा निम्नअनुसार प्रयोगात्मक परीक्षण गराउनुहोस् ।

फरक फरक 2 ओटा 3cm भन्दा बढी अर्धव्यास भएको वृत्त बनाउन लगाउनुहोस् ।
चित्तको तल चित्त न. 1 र चित्त न. 2 भनी लेख्नुहोस् ।

- Step 1: मा पेन्सिल कम्पास र स्केलका सहायताले फरक फरक 3cm भन्दा बढी अर्धव्यास भएका २ ओटा वृत्तहरू खिचिएका छन् भन्नुहोस् ।
- Step 2: मा एउटै चापमा बनेका केन्द्रीयकोण र परिधिकोण यी छन् भनी लेख्नुहोस् ।
- Step 3: मा परीक्षण गर्नुपर्ने लेख्नुहोस् ।
- Step4: मा तालिका बनाई तालिकामा चित्त न., केन्द्रीयकोण, परिधिकोण र परिणाम राख्नुहोस् ।
- Step 5: मा निष्कर्ष लेख्नुहोस् र परीक्षण भयो भनी लेखिदिनुहोस् ।

नोटः पाठ्यपुस्तकमा दिइएको भन्दा केही फरक प्रकारको यो तरिका प्रस्तुत गरिएको छ । यद्यपि यती तरिका मात्रै अबलम्बन गर्नुपर्छ भन्ने होइन ।

(घ) विद्यार्थीहरूलाई निम्न प्रश्न समूहमा छलफल र समाधान गर्न दिई प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

केन्द्रबिन्दु M भएको वृत्तको एउटै चाप PQ मा बनेका केन्द्रीयकोण PMQ, परिधिकोण PNQ को दोब्बर हुन्छ भनी प्रयोगात्मक परीक्षण गर्नुहोस् ।

5. मूल्याङ्कन

केन्द्रबिन्दु O भएको वृत्तको एउटै चाप AB मा बनेको परिधिकोण ACB केन्द्रीयकोण AOB को आधा हुन्छ भनी प्रयोगात्मक परीक्षण गर्नुहोस् ।

3. गृहकार्य

(क) केन्द्रबिन्दु X भएको वृत्त MNR मा केन्द्रीयकोण MXR र परिधिकोण MNR भए प्रयोगद्धारा परीक्षण गर्नुहोस् । $\measuredangle MXR = 2\measuredangle MNR$

(ख) पाठ्यपुस्तकको पेज 157 को न. 3 मा दिइएको कथन अध्ययन गर्नुहोस् ।

घन्टी - 6

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) अघिल्लो दिनको पाठको टिपोट रिपोटरद्धारा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् । साथै आजको पाठको रिपोटिङ गर्नको लागि अर्को विद्यार्थी चयन गर्नुहोस् ।

(ख) अघिल्लो दिनको गृहकार्य अवलोकन गरी आवश्यक पृष्ठपोषण दिनुहोस् :

(ग) कुनै वृत्तको एउटै चापमा बनेका केन्द्रीयकोण परिधिकोणको 2 गुणा हुन्छ भनी प्रमाणित गर्नुहोस् भन्ने प्रश्नमा छलफल र प्रश्नोत्तर गर्दै समाधान गरिदिनुहोस् ।

(घ) क्रियाकलाप 2 मा भएको प्रश्नलाई रचनाविना नै चापको सम्बन्धबाट छलफल र प्रश्नोत्तर गर्दै प्रमाणित गरिदिनुहोस् ।

2. मूल्याङ्कन

कुनै वृत्तको एउटै चापमा बनेको परिधि कोण केन्द्रीय कोणका आधा हुन्छ भनी प्रमाणित गर्नुहोस् ।

3. गृहकार्य

DRAFT

पाठ्यपुस्तकको पेज 158 मा दिइएको साध्य 1 को सैद्धान्तिक प्रमाण अध्ययन गर्नुहोस् ।

घन्टी - 7

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) अघिल्लो दिनको पाठको टिपोट रिपोटरद्वारा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् । साथै आजको पाठको रिपोटिङ गर्नका लागि अर्को विद्यार्थी चयन गर्नुहोस् ।

(ख) अघिल्लो दिनको गृहकार्य अवलोकन गरी आवश्यक पृष्ठपोषण दिनुहोस् ।

(ग) निम्न प्रश्नलाई छलफल र प्रश्नोत्तर गर्दै सैद्धान्तिक परीक्षण गराउनुहोस् :

(अ) वृत्तको एउटै चापमा बनेका परिधि कोणहरू बराबर हुन्छन् । चापको सम्बन्धबाट रचना नगरिकनै समाधान गराउनुहोस् ।

(आ) वृत्तको एउटै वृत्तखण्डमा बनेका कोणहरू बराबर हुन्छन भनी केन्द्रीय कोणको सहायताबाट रचना गरी प्रमाणित गर्नुहोस् ।

2. मूल्याङ्कन

वृत्तको एउटै चापमा बनेका परिधि कोणहरू बराबर हुन्छन् भनी प्रमाणित गर्नुहोस् ।

3. गृहकार्य

(क) वृत्तको एउटै चापमा बनेका परिधिकोणहरू बराबर हुन्छन् भनी प्रमाणित गर्नुहोस् ।

(ख) पाठ्यपुस्तकको पेज 159 को साध्य 2 अध्यायन गर्नुहोस् ।

घन्टी - 8

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) अघिल्लो दिनको पाठको टिपोट रिपोटरद्वारा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् । साथै आजको पाठको रिपोटिङ गर्नका लागि अर्को विद्यार्थी चयन गर्नुहोस् ।

(ख) अघिल्लो दिनको गृहकार्य अवलोकन गरी आवश्यक पृष्ठपोषण दिनुहोस् ।

(ग) निम्न प्रश्नहरू समूहमा छलफल गर्न लगाई प्रयोगात्मक विधिबाट समाधान गरी प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् :

समूह– **A** र **C** कुनै वृत्तको एउटै चापमा बनेका परिधिका कोणहरू बराबर हुन्छन् ।

समूह– **B** र **D** कुनै वृत्तको एउटै वृत्तखण्डमा बनेका परिधिका कोणहरू बराबर हुन्छन्

(अ) केन्द्रबिन्दु P भएको वृत्तको एउटै चाप MN मा बनेका परिधिका कोणहरू MAN र MBN बराबर हुन्छन् भनी प्रश्नोत्तर र छलफल गराउँदै प्रयोगात्मक परीक्षण गराउनुहोस् ।

2. मूल्याङ्कन

केन्द्रबिन्दु X भएको वृत्तको एउटै चाप AB मा बनेका परिधिका कोणहरू $\angle$AMB र $\angle$ANB बराबर हुन्छन् भनी प्रयोगात्मक परीक्षण गर्नुहोस् ।

3. गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पेज 157 को वृत्तको एउटै वृत्तखण्डमा बनेको कोणहरू बराबर हन्छन् भन्ने साध्य अध्यायन गर्नुहोस् ।

DRAFT

घन्टी–9

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) अघिल्लो दिनको पाठको टिपोट, रिपोटरद्वारा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् । साथै आजको पाठको रिपोटिङ गर्नका लागि अर्को विद्यार्थी चयन गर्नुहोस् ।

(ख) अघिल्लो दिनको गृहकार्य अवलोकन गरी आवश्यक पृष्ठपोषण दिनुहोस् ।

(ग) निम्न प्रश्न दिई छलफल र प्रश्नोत्तर गर्दै समाधान गर्न दिनुहोस् :

(अ) चक्रीय चतुर्भुजका सम्मुख कोणहरू परिपूरक हुन्छन् भनी प्रयोगद्वारा परीक्षण गर्नुहोस् । (फरक फरक नापका 2 ओटा वृत्तहरू बनाउनु पर्ने छ । जहाँ वृत्तको अर्धव्यास 3 से.मी भन्दा बढी र 4 से.मि. भन्दा कम हुनुपर्ने छ ।

(आ) समूहमा निम्न प्रश्न दिई छलफल र प्रश्नोत्तर गर्दै समाधान गर्न दिनुहोस् :

समूह A र B

केन्द्रबिन्दु M भएको चक्रीय चतुर्भुज PQRS मा $\angle P + \angle R = 180^0$ र $\angle Q + \angle S = 180°$ हुन्छ भनी प्रयोगद्वारा परीक्षण गर्नुहोस् । (फरक फरक नापका 2 ओटा वृत्तहरू बनाउनुपर्ने छ । जहाँ वृत्तको अर्धव्यास 3 से.मि. भन्दा बढी र 4 से.मि. भन्दा कम हुनुपर्ने छ)

समूह C र D

चक्रीय चतुर्भुज DEFG मा $\angle D + \angle F = 180^0$र $\angle E + \angle G = 180°$ हुन्छ भनी प्रयोगद्वारा देखाउनुहोस् (जहाँ अर्धव्यास 3 से.मि. भन्दा बढी फरक-फरक नापका दुई ओटा वृत्तहरू बनाउनु पर्ने छ ।)

2. मूल्याङ्कन

P, Q, R र S चक्रीय चतुर्भुजका शीर्षबिन्दुहरू भए $\angle PQR$ र$\angle PSR$ परिपूरक हुन्छ भनी प्रयोगद्धारा सिद्ध गर्नुहोस् । (कम्तीमा 3 से.मी अर्धव्यास भएका दुई वृत्तहरूको आवश्यकता पर्दछ ।)

3. गृहकार्य

चक्रीय चतुर्भुज ABCD मा $\angle A + \angle C = 180^0$र $\angle B + \angle D = 180^0$ हुन्छ भनी प्रयोगद्वारा परीक्षण गर्नुहोस् । (फरक फरक नापका 2 ओटा वृत्तहरू बनाउनु पर्ने छ । जहाँ वृत्तको अर्धव्यास 3 से.मी भन्दा बढी हुनुपर्ने छ)

घन्टी–10

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) अघिल्लो दिनको पाठको टिपोट, रिपोटरद्वारा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् । साथै आजको पाठको रिपोटिङ गर्नको लागि अर्को विद्यार्थी चयन गर्नुहोस् ।

(ख) अघिल्लो दिनको गृहकार्य अवलोकन गरी आवश्यक पृष्ठपोषण दिनुहोस् ।

(ग) निम्न प्रश्न दिई छलफल गर्दै समाधान गर्न दिनुहोस् ।

(अ) चक्रीय चतुर्भुजका सम्मुख कोणहरूको जोड 180^0 वा दुई समकोण हुन्छन् भनी प्रमाणित गर्नुहोस् ।

(घ) समूहमा निम्न प्रश्न दिई छलफल र प्रश्नोत्तर गर्दै समाधान गर्न दिनुहोस् :

समूह– **A:** केन्द्रबिन्दु N भएको चक्रीय चतुर्भुज ABCD मा $\angle A + \angle C = 180^0$ र $\angle B + \angle D = 180^0$ हुन्छ भनी प्रमाणित गर्नुहोस् ।

DRAFT

समूह– **B**: केन्द्रबिन्दु M भएको चक्रीय चतुर्भुज PQRS मा $\angle P + \angle R = 180^0$ र $\angle Q + \angle S = 180^0$ हुन्छ भनी प्रमाणित गर्नुहोस् ।

समूह– **C**: केन्द्रबिन्दु P भएको वृत्तको परिधिमा पर्ने चार बिन्दुहरू W, X, Y र Z छन् । WX, XY, YZ र ZW क्रमशः जोड्दा $\angle WXY$ र $\angle WZY$ परिपूरक हुन्छन् भनी प्रमाणित गर्नुहोस् ।

समूह– **D**: केन्द्रबिन्दु Q भएको वृत्तको परिधिमा पर्ने चार बिन्दुहरू W, X, Y र Z छन् । WX, XY, YZर ZW क्रमशः जोड्दा $\angle XWZ$ र $\angle XYZ$ परिपूरक हुन्छन् भनी प्रमाणित गर्नुहोस् ।

2. मूल्याङ्कन

समूह **A** र **B** केन्द्रबिन्दु Mभएको चक्रीय चतुर्भुज PQRS मा $\angle P + \angle R = 180^0$ र $\angle Q + \angle S = 180^0$ हुन्छ भनी प्रमाणित गर्नुहोस् ।

समूह **C** र **D** चक्रीय चतुर्भुज DEFG मा $\angle D + \angle F = 180^0$ र $\angle E + \angle G = 180^0$ हुन्छ भनी प्रमाणित गर्नुहोस् ।

3. गृहकार्य

(क) चक्रीय चतुर्भुज ABCD मा $\angle A + \angle C = 180^0$ र $\angle B + \angle D = 180^0$ हुन्छ भनी प्रमाणित गर्नुहोस् ।

(ख) P, Q, R रS चक्रीय चतुर्भुजका शीर्षबिन्दुहरू भए $\angle PQR$ र$\angle PSR$ परिपूरक हुन्छ भनी सिद्ध गनुहोस् ।

DRAFT

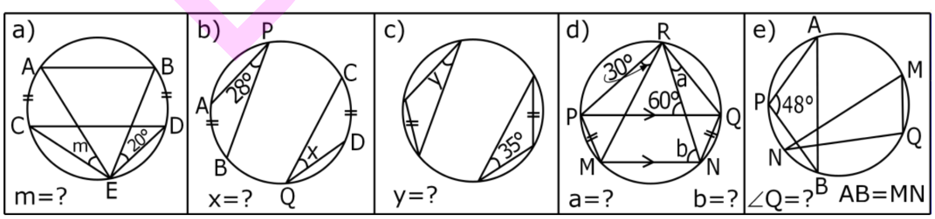
घन्टी–11

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) अघिल्लो दिनको पाठको टिपोट, रिपोटरद्वारा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् । साथै आजको पाठको रिपोटिङ गर्नको लागि अर्को विद्यार्थी चयन गर्नुहोस् ।

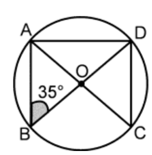
(ख) अघिल्लो दिनको गृहकार्य अवलोकन गरी आवश्यक पृष्ठपोषण दिनुहोस् ।

(ग) दिइएको चित्रमा मान निकाल्नुहोस् ।



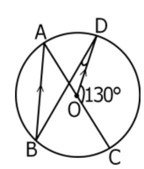
(घ) समूहमा निम्न प्रश्न दिई छलफल र प्रश्नोत्तर गर्दै समाधान गर्न दिनुहोस् ।

समूह– **A**:



(a) दिइएको चित्तमाOवृत्तको केन्द्रबिन्दु हो । $\angle ABD = 35^o$ भए$\angle CAD$ को मान पत्ता लगाउनुहोस् ।

समूह– **B**:

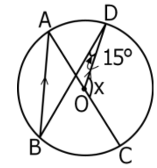


(b) दिइएको चित्रबाट $\angle BDO$ को मान पत्ता लगाउनुहोस् ।

समूह– **C**:

(c) दिइएको चित्रबाट x को मान पत्ता लगाउनुहोस् ।

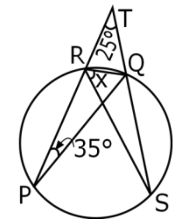
In the given figure, find the value of x.



समूह– **D**:

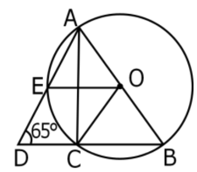
(d) सँगैको चित्रमा, PQ एउटा व्यास, $\angle RPQ = 35^0$ र $\angle RTQ = 25^0$ भए, x को मान पत्ता लगाउनुहोस् ।

In the adjoining figure, PQ is diameter. $\angle RPQ = 35^0$, $\angle RTQ = 25^0$. Calculate the value of x.



2. मूल्याङ्कन

समूह **A** र **B**



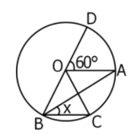
दिइएको चित्रमा, O केन्द्रबिन्दु भएको वृत्त ABC मा AB व्यास हो । यदि $\angle ADB = 65^0$ भए $\angle COE$ को नाप पत्ता लगाउनुहोस् ।

In the given figure, O is the centre of circle and AB is diameter of ABC If $\angle ADB = 65^0$. Find the value of $\angle COE$.

समूह **C** र **D**

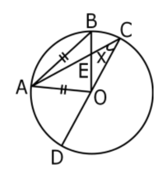
दिइएको चित्रमा, O केन्द्रबिन्दु भएको एउटा वृत्त हो । यदि AB//CD र $\angle BCD = 23^0$ भए $\angle CPD$ को मान पत्ता लगाउनुहोस् ।

3. गृहकार्य



(क) सँगैको चित्रमा, O वृत्तको केन्द्र OA//BC र $\angle AOD = 60^0$ भए, $\angle ABC$ को मान गणना गर्नुहोस् ।

(ख) सँगैको चित्रमा, O वृत्तको केन्द्र, OA = AB र OB⊥AC भए, x को मान निकाल्नुहोस् ।



घन्टी–12:

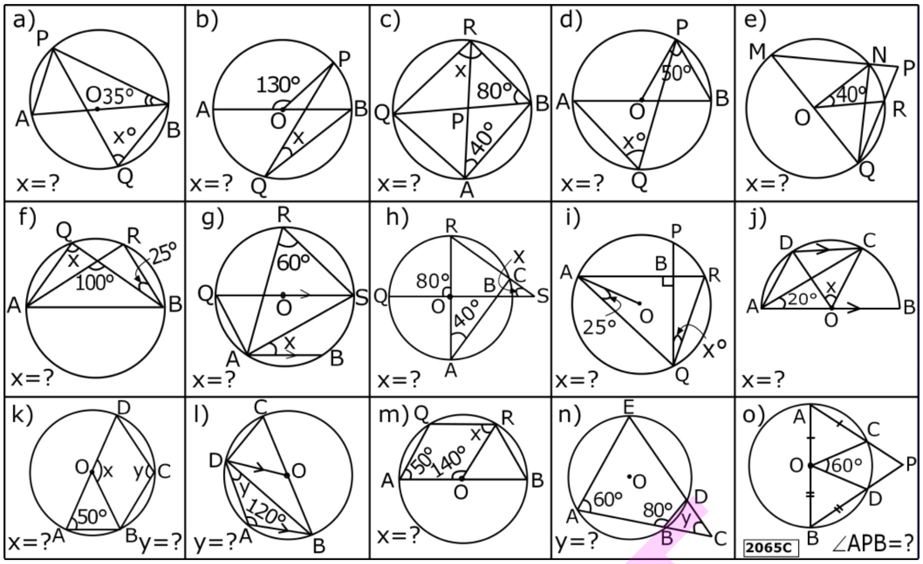
1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) अघिल्लो दिनको पाठको टिपोट, रिपोटरद्वारा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् । साथै आजको पाठको रिपोटिङ गर्नका लागि अर्को विद्यार्थी चयन गर्नुहोस् ।

(ख) अघिल्लो दिनको गृहकार्य अवलोकन गरी आवश्यक पृष्ठपोषण दिनुहोस् ।

(ग) निम्न चित्रमा विद्यार्थीहरुको समूह बनाई छलफल र प्रश्नोत्तर गर्दै मान निकाल्न दिनुहोस् :

DRAFT

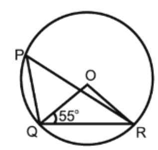


समूह– A: a,e,i,m　　　　**समूह– B**: b,f,j,n

समूह– C: c,g,k,o　　　　**समूह– D**:d,h,l,f

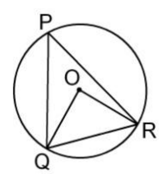
2. मूल्याङ्कन

दिइएको चित्रमा O वृतको केन्द्रबिन्दु हो । यदि ∠ OQR=55° भए ∠ QPR को मान निकाल्नुहोस् ।



3. गृहकार्य

(क) दिइएको चित्रमा O वृत्तको केन्द्रबिन्दु हो । यदि ∠QPR = 40°भए ∠OQRको नाप पत्ता लगाउनुहोस् ।



(ख) क्रियाकलाप 3 को सबै प्रश्नहरू समाधान गर्नुहोस् ।

घन्टी–13

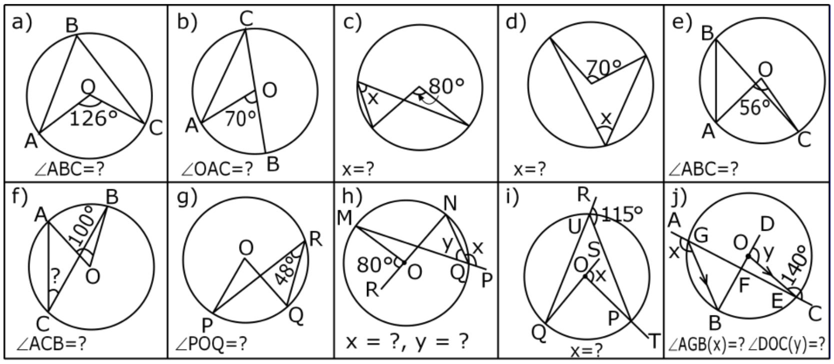
1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) अघिल्लो दिनको पाठको टिपोट, रिपोटरद्वारा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् । साथै आजको पाठको रिपोटिङ गर्नका लागि अर्को विद्यार्थी चयन गर्नुहोस् ।

(ख) अघिल्लो दिनको गृहकार्य अवलोकन गरी आवश्यक पृष्ठपोषण दिनुहोस् ।

(ग) निम्न चित्रमा समूह बनाई छलफल र प्रश्नोत्तर गर्दै मान निकाल्न दिनुहोस् :

DRAFT

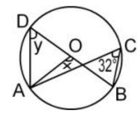


समूह– A: a,e,i   **समूह– B**: b,f,j

समूह– C: c,g,i   **समूह– D**: d,h,j

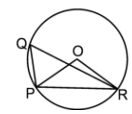
2. मूल्याङ्कन

दिइएको चित्रमा वृत्तको केन्द्र O हो । x र y को मान पत्ता लगाउनुहोस् ।



3. गृहकार्य

दिइएको चित्रमा O वृत्तको केन्द्रबिन्दु हो । ∠POR केन्द्रीय कोण र ∠PQR परिधिकोण हुन् । यदि ∠OPR = 28^0 भए ∠PQR को मान पत्ता लगाउनुहोस् ।



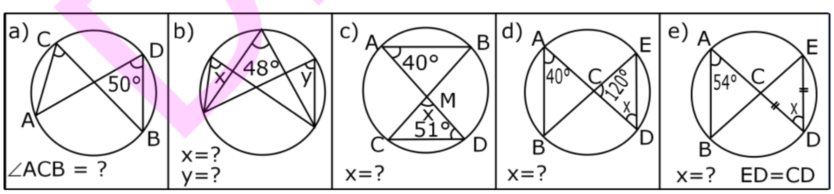
घन्टी–14

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) अघिल्लो दिनको पाठको टिपोट, रिपोटरद्वारा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् । साथै आजको पाठको रिपोटिङ गर्नका लागि अर्को विद्यार्थी चयन गर्नुहोस् ।

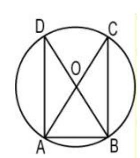
(ख) अघिल्लो दिनको गृहकार्य अवलोकन गरी आवश्यक पृष्ठपोषण दिनुहोस् ।

(ग) निम्न चित्रमा समूह बनाई छलफल गर्दै मान निकाल्न दिनुहोस् ।



समूह– A:a,c   **समूह– B**:b,d

समूह– C: c,e   **समूह– D**: d,e

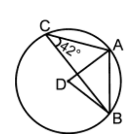


(घ) निम्न प्रश्न दिई छलफल र प्रश्नोत्तर गर्दै समाधान गर्न दिनुहोस् :

दिइएको चित्रमा, O वृत्तको केन्द्रबिन्दु हो । यदि ∠ACB = 30° भए ∠DBA को मान पत्ता लगाउनुहोस् ।

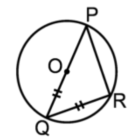
2. मूल्याङ्कन

दिइएको चित्रमा, D वृत्तको केन्द्रबिन्दु हो । यदि ∠ACB = 42° छ भने ∠PDB पत्ता लगाउनुहोस् ।



DRAFT

3. गृहकार्य दिइएको चित्रमा O वृत्तको केन्द्रबिन्दु हो, यदि QO = QR भए ∡QPR को मान निकाल्नुहोस् ।

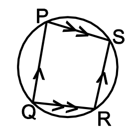


घन्टी–15

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) अघिल्लो दिनको गृहकार्य अवलोकन गरी आवश्यक पृष्ठपोषण दिनुहोस् ।

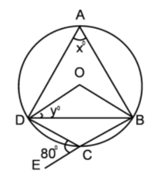
(ख) निम्न प्रश्न दिई छलफल र प्रश्नोत्तर गर्दै समाधान गर्न दिनुहोस् :



(अ) दिइएको चित्रमा PQRS एउटा समानान्तर चतुर्भुज हो ।∠SPQ को

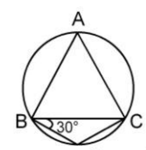
मान पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ग) निम्न प्रश्न दिई छलफल र प्रश्नोत्तर गर्दै समाधान गर्न दिनुहोस् :

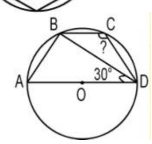


(अ) दिइएको चित्रमा∠DCE=80°छ । x° र y° को मान निकाल्नुहोस् ।

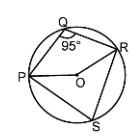
(घ) निम्न प्रश्न दिई छलफल र प्रश्नोत्तर गर्दै समाधान गर्न दिनुहोस् :



(अ) दिइएको चित्रमा BD = DC र ∠DBC = 30° भए ∠BAC को नाप पत्तालगाउनुहोस् ।



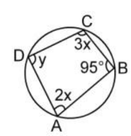
समूह– A र C दिइएको वृत्तमा 'O' केन्द्र बिन्दु र ABCD चक्रीय चतुर्भुज हुन् । यदि ∠ADB = 30° भए ∠BCDको मान कति होला?



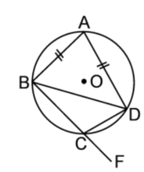
समूह– B र D दिइएको चित्रमा O केन्द्रबिन्दु भएको वृत छ, ∠PQR = 95° भए ∠PSR र ∠POR को नाप पत्ता लगाउनुहोस् ।

2. मूल्याङ्कन

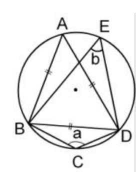
दिइएको चित्रमा x र y को मान पत्ता लगाउनुहोस् ।



3. गृहकार्य



(क) दिइएको चित्रमा, O वृत्तको केन्द्रबिन्दु हो र ABCD चक्रीय चतुर्भुज हो । BC लाई लम्ब्याएर F सम्म पुऱ्याएको छ । यदि AB = AD र $\angle ADB = 48^0$ भए ∠DCF को मान पत्ता लगाउनुहोस् ।

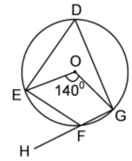


(ख) सँगै दिइएको चित्रबाट 'a' र 'b' को मानहरू निकाल्नुहोस् ।

घन्टी–16:

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) अघिल्लो दिनको गृहकार्य अवलोकन गरी आवश्यक पृष्ठपोषण दिनुहोस् ।

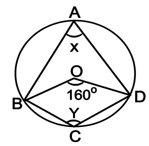


DRAFT

(ख) निम्न प्रश्न दिई छलफल र प्रश्नोत्तर गर्दै समाधान गर्न दिनुहोस् :

(अ) सँगै दिइएको चित्रमा DEFG एउटा चक्रीय चतुर्भुज हो । जसमा 'O' वृत्तको केन्द्रबिन्दु हो । यदि $\angle GOE = 140^0$ छ भने, $\angle EFH$ को मान निकाल्नुहोस् ।

(ग) निम्न प्रश्न दिई छलफल र प्रश्नोत्तर गर्दै समाधान गर्न दिनुहोस् :

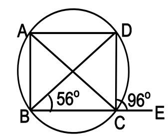


समूह– **A र C**

(अ) दिइएको चित्रमा X र Y का मानहरूपत्ता लगाउनुहोस् ।

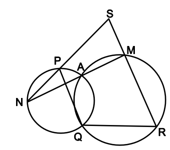
In the given figure, find the value of X and Y.

समूह– **B र D**



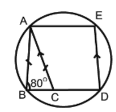
(आ) दिइएको चित्रमा ABCD एउटा चक्रीय चतुर्भुज हो । यदि DCE=96° र $\angle$DBC=56°भए $\angle$BAC को मान पत्ता लगाउनुहोस् ।

(घ) निम्न प्रश्न दिई छलफल र प्रश्नोत्तर गर्दै समाधान गर्न दिनुहोस् :



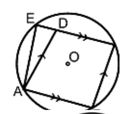
(अ) दिइएको चित्रमा NPS, MAN र RMS सरल रेखाहरू भए PQRS एउटा चक्रीय चतुर्भुज हुन्छ भनी प्रमाणित गर्नुहोस् ।

2. मूल्याङ्कन

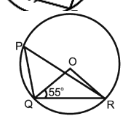


(क) दिइएको चित्रमा यदि AB=AC, $\angle$ABC=80° AC || ED भए $\angle$BAE को मान निकाल्नुहोस् ।

(ख) दिइएको चित्तमा ABCD एउटा समानान्तर चतुर्भुज हो र EABC चक्रीय चतुर्भुज हो भनी

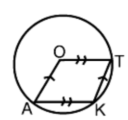


3. गृहकार्य



(क) दिइएको चित्रमा यदि AB=AC, $\angle$ABC=80° AC || ED भए $\angle$BAE को मान निकाल्नुहोस् ।

(ख) दिइएको चित्तमा O केन्द्र हो र OAKT एउटा समानान्तर चतुर्भुज हो भने $\angle$AKT को मान निकाल्नुहोस् ।



(ग) दिइएको चित्रमा जीवाहरू RP र SQ बिन्दु O मा भेट्ने गरी लम्ब्याइएको छ । यदि PQ// RS भए सिद्ध गर्नुहोस् ।

घन्टी – 17

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) अघिल्लो दिनको पाठको टिपोट, रिपोटरद्वारा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् । साथै आजको पाठको रिपोटिङ गर्नको लागि अर्को विद्यार्थी चयन गर्नुहोस् ।

(ख) अघिल्लो दिनको गृहकार्य अवलोकन गरी आवश्यक पृष्ठपोषण दिनुहोस् ।

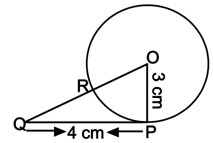
(ग) निम्न प्रश्न दिई छलफल र प्रश्नोत्तर गर्दै समाधान गर्न दिनुहास् :

(अ) वृत्तको स्पर्शरेखाको स्पर्श बिन्दुमा खिचीएको अर्धव्यास स्पर्शरेखामा लम्ब हुन्छ भनी प्रयोगद्धारा देखाउनुहोस् ।

DRAFT

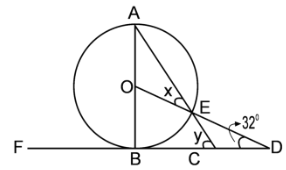
(घ) निम्न प्रश्न दिई छलफल र प्रश्नोत्तर गर्दै समाधान गर्न दिनुहोस् :

समूह– A र D



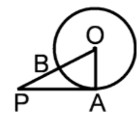
दिइएको वृत्तमा O केन्द्रबिन्दु, PQ स्पर्शरेखा र P स्पर्शबिन्दु हुन् । यदि OP=3 से.मी, QP=4 से.मि. छ भने QR को नाप पत्ता लगाउनुहोस् ।

समूह– B र C



सँगैको चित्रमा O वृत्तको केन्द्रबिन्दु हो । FED स्पर्श रेखा, B स्पर्श बिन्दु र $\angle ODB = 32^0$ भए x र y को मानहरू निकाल्नुहोस् ।

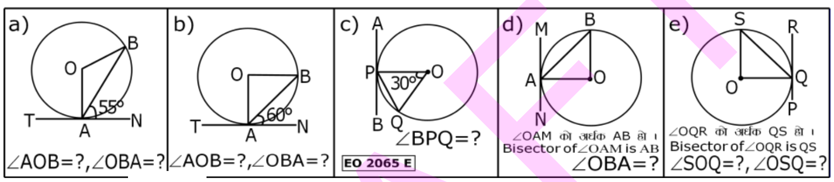
2. मूल्याङ्कन



दिइएको चित्रमा O वृत्तको केन्द्र, PA स्पर्शरेखा, A स्पर्श बिन्दु, OB = 4cm र OP = 5cm छ । PA को लम्बाइ पत्ता लगाउनुहोस् ।

3. गृहकार्य

(क) सँगैको चित्रमा O वृत्तको केन्द्रबिन्दु भए सोधिएका कोणहरूको मानहरू निकाल्नुहोस् ।



(ख) अर्धव्यास 7 से.मि. भएको एउटा वृत्तको केन्द्रबाट 25 से.मि. टाढा कुनै बिन्दुबाट स्पर्शरेखा खिचिएको छ । स्पर्शरेखाको लम्बाइ कति हुन्छ ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

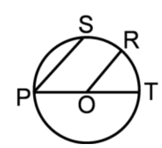
घन्टी–18

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) अघिल्लो दिनको पाठको टिपोट, रिपोटरद्वारा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् । साथै आजको पाठको रिपोटिङ गर्नको लागि अर्को विद्यार्थी चयन गर्नुहोस् ।

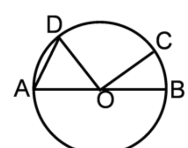
(ख)अघिल्लो दिनको गृहकार्य अवलोकन गरी आवश्यक पृष्ठपोषण दिनुहोस् ।

(ग) निम्न प्रश्नमा छलफल र प्रश्नोत्तर गर्दै समाधान गरिदिनुहोस् :



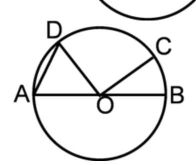
सँगैको चित्रमा PT ब्यास हो । चाप SR =चाप RT भए प्रमाणित गर्नुहोस् । PS//OR. निम्न प्रश्न दिई छलफल र प्रश्नोत्तर गर्दै समाधान गर्न दिनुहोस् ।

समूह– A र C



दिइएको वृत्तमा AB ब्यास हो । OC र OD ब्यासार्धहरू हुन्, जहाँ चाप BC =चाप CD छ भने AD//OC हुन्छ भनी प्रमाणित गर्नुहोस् ।

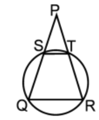
समूह– B र D



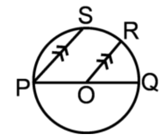
दिइएको वृत्तमा AB ब्यास, OC र OD ब्यासार्थहरू हुन्, जहाँ $\angle BOC = \angle COD$हुन् भने AD//OCहुन्छ भनी सिद्ध गर्नुहोस् ।

2. मूल्याङ्कन

DRAFT



दिइएको चित्रमा O वृत्तको केन्द्रबिन्दु, PQ ब्यास र PS//OR छ SR = RQ हुन्छ भनी सिद्ध गर्नुहोस् ।



3. गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पेज न. 163 को प्रश्न नं 5 हल गर्नुहोस् ।

घन्टी–19

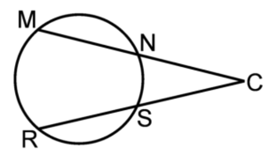
1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) अघिल्लो दिनको पाठको टिपोट, रिपोटरद्वारा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् । साथै आजको पाठको रिपोटिङ गर्नका लागि अर्को विद्यार्थी चयन गर्नुहोस् ।

(ख) अघिल्लो दिनको गृहकार्य अवलोकन गरी आवश्यक पृष्ठपोषण दिनुहोस् ।

(ग) निम्न प्रश्नमा छलफल र प्रश्नोत्तर गर्दै समाधान गरिदिनुहोस् :

(अ) दिइएको चित्रमा वृत्तका जीवाहरू MN र RS बाह्य बिन्दु C मा काटिएका छन्, $\angle MCR=\frac{1}{2}$ (Arc MR - Arc NS) हुन्छ भनी सिद्ध गर्नुहोस् ।



(घ) निम्न प्रश्न दिई छलफल गर्दै समाधान गर्न दिनुहोस् :

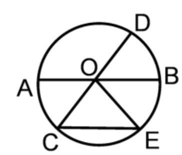
समूह– A र C

(अ) दिइएको चित्र एउटा वृत्तको हो । जसमा $\angle PMS = \angle QNR$ भने PQ//RS हुन्छ भनी प्रमाणित गर्नुहोस् ।

Given figure is a circle and $\angle PMS = \angle QNR$ Prove PQ//RS.

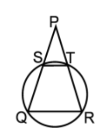
समूह– B र D

(अ) दिइएको चित्रमा केन्द्र बिन्दु Oभएको वृत्तका दुई ब्यासहरू AB र CD हुन् । यदि जीवा CE ब्यास AB सँग समानान्तर र $\angle BOC$ अधिक कोण हुन् भने चाप DBE को मध्यबिन्दु B हुन्छ भनी सिद्ध गर्नुहोस् ।



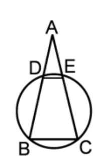
2. मूल्याङ्कन प्रतिविम्वन

समद्धिबाहु त्रिभुज PQR मा PQ = PR छ यदि QR भएर गएको एउटा वृतले PQ र PR लाई क्रमशः बिन्दुहरू S र T मा काटेको छ भने ST//QR हुन्छ भनी प्रमाणित गर्नुहोस् ।



3. गृहकार्य

(क) दिइएको चित्रमा ABC एउटा त्तिभुज हो । जसमा AB = AC छ । प्रमाणित गर्नुहोस् । AD = AE



(ख) पाठ्यपुस्तकको पेज नं 163 को प्रश्न नं 3 समाधान गर्नुहोस् ।

(ग) पाठ्यपुस्तकको पेज नं 161 को उदाहरण 3 अध्ययन गर्नुहोस् ।

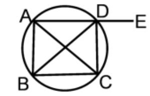
घन्टी–20

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

DRAFT

(क) अघिल्लो दिनको पाठको टिपोट, रिपोटरद्वारा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् । साथै आजको पाठको रिपोटिङ गर्नको लागि अर्को विद्यार्थी चयन गर्नुहोस् ।

(ख) अघिल्लो दिनको गृहकार्य अवलोकन गरी आवश्यक पृष्ठपोषण दिनुहोस् ।



(ग) निम्न प्रश्नमा छलफल र प्रश्नोत्तर गर्दै समाधान गरिदिनुहोस् :

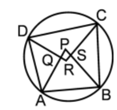
(अ) दिइएको चित्रमा AC = BC र ABCD एउटा चक्रीय चतुर्भुज हो । भने CD ले ∠BDE लाई आधा गर्दछ भनी प्रमाणित गर्नुहोस् ।

(घ) निम्न प्रश्नमा छलफल र प्रश्नोत्तर गर्दै समाधान गरिदिनुहोस् :

(अ) चक्रीय चतुर्भुज ABCD मा AP, BP, CR र DR क्रमशः∠A, ∠B, ∠C र∠D का अर्धकहरूद्वारा बनेको चतुर्भुज QPRS पनि चक्रीय चतुर्भुज हुन्छ भनी प्रमाणित गर्नुहोस् ।

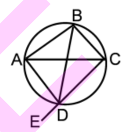
2. मूल्याङ्कन

तल दिइएको चित्रमा ABCD एउटा चक्रीय चतुर्भुज हो । यदि AB = AC भए ∠BDE को अर्धक AD हो भनी सिद्ध गर्नुहोस् ।



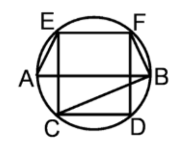
3. गृहकार्य

1. दिइएको चित्रमा ∠AEC = ∠BFD छ भने सिद्ध गर्नुहोस् :



(i) ∠ABC = ∠BCD (ii) AB//CD

2. दिइएको चित्रमा ABCD एउटा चक्रीय चतुर्भुज हो । यदि BC = DE र CA ले ∠BCD लाई समद्धि विभाजन गर्दछ भने ∆ACE समद्विबाहु त्रिभुज हुन्छ भनी प्रमाणित गर्नुहोस् ।



DRAFT

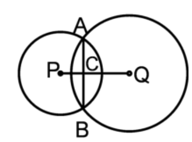
घन्टी–21

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) अघिल्लो दिनको पाठको टिपोट, रिपोटरद्वारा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् । साथै आजको पाठको रिपोटिङ गर्नका लागि अर्को विद्यार्थी चयन गर्नुहोस् ।

(ख) अघिल्लो दिनको गृहकार्य अवलोकन गरी आवश्यक पृष्ठपोषण दिनुहोस् ।

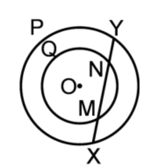
(ग) निम्न प्रश्नमा छलफल र प्रश्नोत्तर गर्दै समाधान गरिदिनुहोस् :



Q र P केन्द्रबिन्दु भएका दुई वृत्तहरू A र B मा प्रतिच्छेदित भएका छन् । A र B तथा Q र P जोड्दा C मा काटिएका छन् प्रमाणित गर्नुहोस् ।

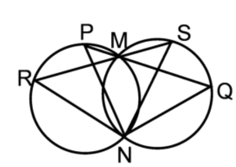
(i) AC = BC (ii) $\angle QCA = 90^0$

(घ) निम्न प्रश्न दिई छलफल गर्दै समाधान गर्न दिनुहोस् :



O केन्द्रबिन्दु भएको वृत्त XPY र MQN लाई रेखा XY ले X र Y तथा M र N मा काटेको छ भने XM = YN हुन्छ भनी प्रमाणित गर्नुहोस् ।

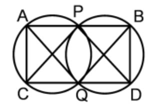
(ङ) निम्न प्रश्नमा छलफल र प्रश्नोत्तर गर्दै समाधान गरिदिनुहोस् :



दिइएको चित्रमा दुई वृत्तहरू M र N मा प्रतिच्छेदित छन् । PQ र N मा बिन्दु M बाट पार भएका छन् । R,P,S र Q क्रमशः बिन्दु N सँग जोडिएका छन् भनी सिद्ध गर्नुहोस् ।

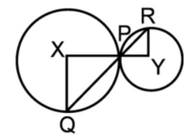
2. मूल्याङ्कन

दिइएको चित्रमा, दुई वृत्तहरू P र Q बिन्दुहरूमा एक आपसमा काटिएका छन् । P र Q बाट दुई रेखाहरू APB र CQD गएका छन् भने प्रमाणित गर्नुहोस् ।



3. गृहकार्य

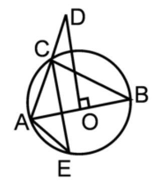
(क) चित्रमा केन्द्रबिन्दुहरू X र Y भएका वृत्तहरूको स्पर्शबिन्दु P भए XQ//RY हुन्छ भनी प्रमाणित गर्नुहोस् ।



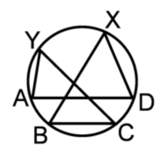
(ख) पाठ्यपुस्तकको पेज न. 163 को अभ्यास 15.1 का सबै प्रश्नहरू हल गर्नुहोस् ।

अभ्यासका लागि थप प्रश्नहरू

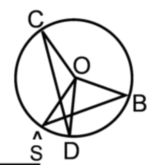
1. दिइएको चित्रमा वृत्तको केन्द्र बिन्दु O, व्यास AB र DO⊥AB भए $\angle AEC = \angle ODA$ हुन्छ भनी सिद्ध गर्नुहोस् ।



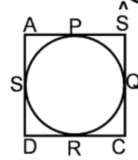
2. दिइएको चित्रमा AD//BC छ भने $\angle AYC = \angle BXD$ हुन्छ भनी प्रमाणित गर्नुहोस् ।



3. दुई जीवाहरू AB र CD परस्पर लम्ब छन् $\angle AOD + \angle BOC = 180^0$ हुन्छ भनी प्रमाणित गर्नुहोस् ।

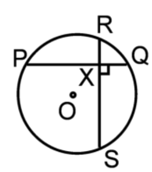


4. चित्रमा AB, BC, CD र DA स्पर्श रेखाहरू वृत्तको घेराको क्रमशः P, Q, R र S स्पर्श बिन्दुमा स्पर्श भएका छन् प्रमाणित गर्नुहोस् AB + CD = BC + AD

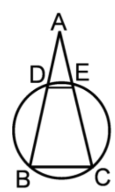


5. दिइएको चित्रमा दुई जीवाहरू PQ र RS बिन्दु X मा लम्ब हुनेगरी काटिएका छन् । प्रमाणित गर्नुहोस् :

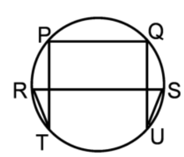
$\overset{\frown}{PS} - \overset{\frown}{QS} = \overset{\frown}{PR} - \overset{\frown}{QR}$



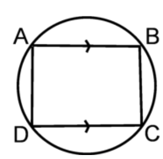
6. दिइएको चित्रमा ABC एउटा त्रिभुज हो । जसमा AB = AC छ भने AD = AE हुन्छ भनी प्रमाणित गर्नुहोस् ।



7. दिइएको चित्रमा PQ//RS भए $\angle PTR = \angle QUS$ हुन्छ भनी प्रमाणित गर्नुहोस् :

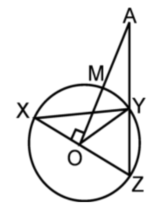


8. सँगैको चित्रमा ABCD एउटा स.च. हो । बृत्तले AB लाई E र DC लाई F मा काटेको छ भने, प्रमाणित गर्नुहोस् $\angle EFD = \angle ABC$



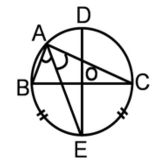
DRAFT

9. दिइएको चित्रमा, ΔABC समवाहु त्तिभुज छ । $\angle BAC$ को अर्धक AD भए ΔBCE समद्धिवाहु त्रिभूज हो भनी प्रमाणित गर्नुहोस् ।



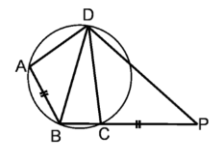
10. सँगैको चित्तमा O केन्द्र भएको वृत्तमा AMO⊥XOZभए

भनी प्रमाणित गर्नुहोस् । ∠OAZ=∠XYO.



11. दिइएको चित्रमा DE ब्यास छ । यदि चाप BE = चाप CEमा $\angle AED = \frac{1}{2}(\angle ABC - \angle ACB)$ हुन्छ भनी प्रमाणित गर्नुहोस् ।

12. चित्रमा चक्रीय चतुर्भुज ABCD को एक भुजा BC लाई CP = AB हुने गरी बिन्दु P सम्म लम्बाइएको छ । यदि $\angle ABC$ को अर्धक BD छ भने ΔDBP समद्धिबाहु त्रिभुज हो भनी सिद्ध गर्नुहोस् ।



घन्टी – **22**

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) अघिल्लो दिनको गृहकार्य अवलोकन गरी आवश्यक पृष्ठपोषण दिनुहोस् ।

(ख) अघिल्लो दिनको पाठको टिपोट, रिपोटरद्वारा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् । साथै आजको पाठको रिपोटिङ गर्नका लागि अर्को विद्यार्थी चयन गर्नुहोस् ।

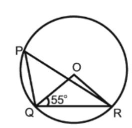
(ग) निम्नअनुसार एकाइ परीक्षा लिनुहोस् । (यो एक मोडेल मात्र हो ।)

[Note: परीक्षा लिईसकेपछि उत्तरपुस्तिका परीक्षण पश्चात उत्कृष्ट ग्रेड नदेखिएका विद्यार्थीहरूलाई Remedial Teaching गराउनुहोस् ।]

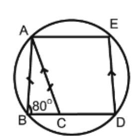
DRAFT

एकाइ परीक्षाः एकाइः- वृत्त, पूर्णाङ्क- **20**, समयः **35** मिनेट

1. दिइएको चित्रमा O वृतको केन्द्रबिन्दु हो । यदि $\angle OQR=55°$ भए $\angle QPR$ को मान निकाल्नुहोस् । (2)



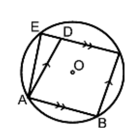
2. दिइएको चित्रमा यदि AB=AC, $\angle ABC=80°$ AC || ED भए $\angle BAE$ को मान निकाल्नुहोस् । (2)



3. केन्द्र O भएको एउटा वृत्तको चाप YZ मा परिधिकोण YXZ र केन्द्रीयकोण YOZ उभिएका छन् भने प्रमाणित गर्नुहोस् :

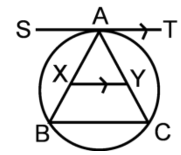
$\angle YOZ = 2\ \angle YXZ.$ (4)

4. दिइएको चित्रमा ABCD एउटा समानान्तर चतुर्भुज हो र EABC चक्रीय



चतुर्भुज हो । प्रमाणित गर्नुहोस् AE = AD (4)

5. सँगैको चित्रमा AB को मध्यबिन्दु X छ । SAT स्पर्शरोखा हो । ST//XY छ । प्रमाणित गर्नुहोस् BXYC चक्रीय चतुर्भुज हो ।



(4)

6. केन्द्रबिन्दु M भएको वृत्तको एउटै चाप PQ मा बनेका परिधिका कोणहरू ∠PAQ र ∠PBQ बराबर हुन्छन् भनी प्रयोगात्मक परीक्षण गर्नुहोस् । (फरक फरक नापका 2 ओटा वृत्तहरू बनाउनु पर्नेछ । जहाँ वृत्तको अर्धव्यास 3 से.मी भन्दा बढी र 4 से.मि. भन्दा कम हुनुपर्ने छ) । (4)

DRAFT

एकाइ : 16 त्रिकोणमिति (Trigonometry)

अनुमानित घन्टी : *10*

16.1 परिचय

त्रिकोणमितिलाई उत्पत्तिको हिसाबले वा शाब्दिक रूपमा व्याख्या गर्दा Trigonometry शब्द दुई ओटा शब्दहरूको संयोजन Trigono + Metron बाट बनेको छ, जसको अर्थ त्रिभुजको नाप हो । तर यो परिभाषा साँगुरो छ । परम्परागत शैलीमा आधारित छ । विज्ञान प्रविधिको विकास सँगसँगै त्रिकोण मितिको प्रयोगको क्षेत्र व्यापक हुँदै गयो र त्रिभुजको कोण र भुजाहरूको अनुपातको सम्बन्धलाई एउटा कोण मानौं θ को फलन (Function) को रूपमा व्यक्त गरी त्यो फलनको विस्तार (Range) भित्र भएको Periodicity लाई समेत अध्ययन गर्ने गणितको महत्वपूर्ण प्रयोगात्मक शाखालाई त्रिकोणमिति भनियो ।

समकोण त्रिभुजको मद्दतले त्रिकोणमितीय अनुपातहरूको निर्माण हुन्छ । यसैबाट त्रिकोणमितिको निर्माण भएको हो । त्रिकोणमितिको व्यावहारिक प्रयोग क्षेत्रहरू निम्न हुन सक्छन् :

(क) उचाइ र दुरी पत्ता लगाउन

(ख) त्रिभुज स.च. र चतुर्भुजको क्षेत्रफल पत्ता लगाउन

(ग) उकालो बाटो, भऱ्याङको Slope पत्ता लगाउन

(घ) त्रिकोणमितीय Functional Graph खिच्न

(ङ) त्रिभुजको हल गर्न (भुजाहरू र कोणहरू पत्ता लगाउन)

(च) विज्ञान, ज्योतिषशास्त्र, भौतिकशास्त्र, इन्जिनियरिङ तथा अन्य विषयमा समेत यसको प्रयोग गरिन्छ ।

(छ) Sine Curve को प्रयोग भौतिकशास्त्र र यन्त्रशास्त्रमा अत्यधिक मात्रामा हुन्छ ।

(ज) Sine Curve को प्रयोग Pendulum को अध्ययन, एउटा Airparticle को ध्वनि प्रवाह (Sound Wave) को समयमा हुने गति, भूकम्पको समयमा एउटा Particle मा भएको कम्पनको स्थिति आदिमा हुने गर्दछ ।

(झ) डाक्टरहरूले ECG गर्दा पनि Function Curve को प्रयोग गर्दछन् ।

हाम्रो दैनिक जीवनमा पनि विभिन्न व्यावहारिक समस्याको हल गर्न त्रिकोणमितिको प्रयोग गर्न सकिन्छ । यस पाठमा त्रिकोणमितीय सूत्र प्रयोग गरी त्रिभुज र चतुर्भुजको क्षेत्रफल, उचाइ तथा दुरी सम्बन्धी व्यावहारिक समस्याहरू (एउटा मात्र कोण भएको), परियोजना कार्य र वास्तविक जीवनका समस्याहरू सम्बन्धमा चर्चा गरिएको छ ।

16.2. सक्षमता

त्रिकोणमितीय अनुपातहरूको प्रयोग गरी क्षेत्रफल, उचाइ तथा दुरी सम्बन्धी साधारण समस्यासमाधान

16.3. सिकाइ उपलब्धि

(i) त्रिकोणमितीय सूत्र प्रयोग गरी त्रिभुज तथा चतुर्भुजको क्षेत्रफल निकाल्न ।

(ii) त्रिकोणमितीय अनुपातको प्रयोग गरी उचाइ तथा दुरी सम्बन्धी साधारण समस्याहरू हल गर्न ।

DRAFT

16.4. विषयवस्तुको विभाजन

घन्टी	विषयवस्तु	सिकाइ सामग्री
1.	त्रिकोणमिति अनुपातहरू तथा तिनीहरूमा विशिष्ट कोणहरूमा मानहरूको पुनरावलोकन -त्रिभुजको क्षेत्रफलको सूत्र निर्धारण र यसको प्रयोग	समकोण त्रिभुजको मोडेल, ग्राफबोर्ड र ग्राफपेपर, Sine, Cosine Ratio Board क्लिनोमिटर, हिप्सोमिटर, भऱ्याङ, सेटस्क्वायर, स्केल, टेप, धागो, गणितीय औजार बक्स, त्रिभुज सम्बन्धी विभिन्न चार्टहरू 0.30°, 45° , 60° र 90°का मान लेखिएका चार्टहरू
2.	तोकिएको (दिइएको) अवस्थाको आधारमा त्रिभुजको क्षेत्रफल वा भुजा वा कोणको मानको निर्धारण	
3.	समानान्तर चतुर्भुज र समबाहु चतुर्भुजको क्षेत्रफल	
4.	चतुर्भुजको क्षेत्रफल	
5.	उचाइ र दुरीअन्तर्गत उन्नतांश कोण Angle of Elevation र अवनति कोण (Angle of Depression) को अवधारणा -दुरी र उन्नतांश कोणका आधारमा खम्बाको उचाइ पत्ता लगाउने ।	
6.	वृत्तकार खेत वा पोखरीको बिचमा रहेको खम्बाको टुप्पोमा परिधिबाट हेर्दा बन्ने उन्नतांश कोण र तोकिएको अवस्था (उचाइ वा दुरी) को आधारमा क्रमशः दुरी वा खम्बाको उचाइ निर्धारण	
7.	तोकिएको उचाइ भएको अवलोकनकर्ताले तोकिएको उन्नतांश कोण, दुरी वा उचाइको आधारमा क्रमशः खम्बाको उचाइ वा दुरीको निर्धारण	
8.	अवनतिकोण र दुरीको आधारमा उचाइको निर्धारण । -अवनति कोण र उचाइको आधारमा दुरीको निर्धारण	
9.	तोकिएको दुरी र उचाइको आधारमा उन्नतांश कोण वा अवनति कोणको निर्धारण	
10.	एकाइ परीक्षा	

DRAFT

16.5. क्रियाकलाप विस्तृतीकरण

घन्टी १

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) तल चार्टमा दिइएको चित्र जस्तै बनाइ कक्षाकोठामा विद्यार्थीहरूलाई त्रिकोणमितीय अनुपातहरू पत्ता लगाउन दिइ पुनरावलोकन गराउने ।

DRAFT

DRAFT

DRAFT

DRAFT

यहाँ MN = MO = 10 cm

∡MON = ∡ONM = 75° (समद्विबाहु Δ का आधारमा कोणहरू भएकोले)

x = 180° –(75° +75°)

= 180°–150 = 30°

2x = 2×30 = 60

च.∡MNO को क्षेत्रफल (A) = Ar (ΔLMO) + Ar (ΔMNO)

$= \frac{1}{2}$ LM.MO sin 60° + $\frac{1}{2}$ MO.MN sin 30°

$= \frac{1}{2}\ 6 \times 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \times 10.\ 10.\ \frac{1}{2}$

$= 30\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{50}{2} = \frac{30\sqrt{3}+50}{2}$ वर्ग एकाइ ।

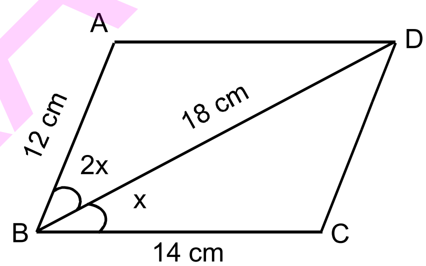
$= 15\sqrt{3} + 25$ वर्ग एकाइ ।

= 50.98 वर्ग एकाइ ।

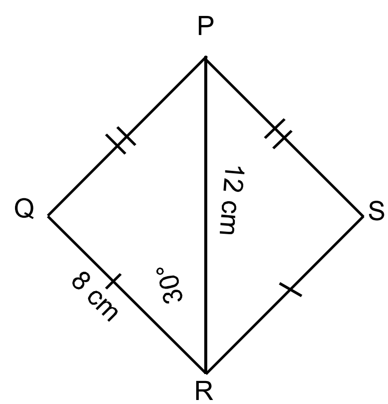
(ख) यसरी नै त्रिभुजहरूको क्षेत्रफलको योग नै चतुर्भुजको क्षेत्रफल हो भन्दै अन्य समस्याहरू पनि छलफल गराउनुहोस् ।

2. मूल्याङ्कन

(क) सँगैको चित्रमा AB = 12 cm, BD = 18 cm, BC = 14 cm, ∡CBD = $\frac{1}{2}$ ∡ABD र ΔABD को क्षेत्रफल 54cm^2 भए चतुर्भुजको ABCD को क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।



(ख) तलको चङ्गाको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् :



3. गृहकार्य

(क) दिइएको चित्रमा 60cm^2 क्षेत्रफल भएको समानान्तर चतुर्भुज PQRS र Δ MRS एउटै आधार SR मा रहेका छन् । यदि SM = $5\sqrt{3}$cm र SR = 8 cm भए ∡MSR को मान निकाल्नुहोस् ।

(ख) दिइएको चित्रमा PQRS एउटा समानान्तर चतुर्भुज र QRT एउटा समबाहु त्रिभुज हुन् । यदि SP = $4\sqrt{3}$cm , SR = 8 cm र <PSR = 60° भए समलम्ब चतुर्भुज PSTQ को क्षेत्रफल निकाल्नुहोस्।

(ग) पाँच पाँच जना विद्यार्थीहरूको समूहहरू बनाउनुहोस् । लट्ठी, काठ वा जुस पाइप र तारको प्रयोग गरी एक एक ओटा चतुर्भुज र त्रिभुजको नमुनाहरू निर्माण गर्नुहोस् ।

DRAFT

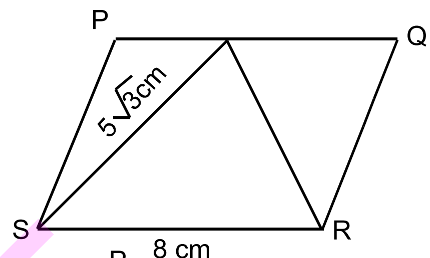
उक्त नमुनाको चित्र बनाएर त्यसको क्षेत्रफल पत्ता लगाई कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

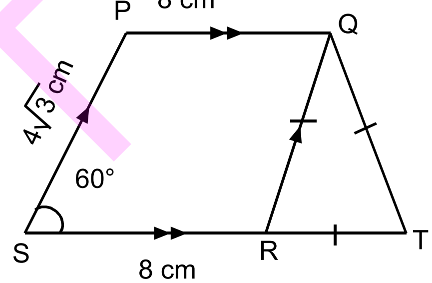
(ग) पाठ्यपुस्तकको अभ्यास 16.1 को प्रश्न न. 6 (a–d) सम्म गरेर ल्याउने निर्देश गर्नुहोस् ।

घन्टी ५

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) तलका अवस्थाहरूको बारेमा कक्षाकोठामा छलफल गरी समूहमा साझा निष्कर्ष पत्ता लगाउनुहोस् :





(i) समकोणी त्रिभुजमा समकोणबाहेकका एउटा कोण र एउटा भुजाको नाप थाहा भएमा बाँकी भुजाहरूको लम्बाइ कसरी पत्ता लगाउन सकिन्छ ?

(ii) विद्यालयको प्राङ्गणमा बसेर विद्यालयभित्र रहेको रुख वा खम्बाको उचाइ कसरी पत्ता लगाउन सकिन्छ ?

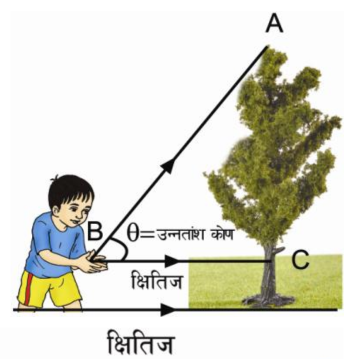
(iii) नदीको किनारमा रहेको एउटा भवनको माथिल्लो तलाबाट नदीको चौडाइ कसरी पत्ता लगाउन सकिएला ?

यस्ता प्रश्नहरू प्रस्तुत गर्दै विद्यार्थीहरूमा नयाँ जिज्ञासा वा उत्साह थप्दै विचार तर्क गर्न लगाउँ । (i) को बारेमा विद्यार्थीले अघिल्लो पाठको आधारमा उल्लेख गर्न सक्नेछन् ।

अब (ii) र (iii) अवस्थामा क्रमश: उचाइ र दुरी पत्ता लगाउनुपर्ने व्यावहारिक समस्या भएकोले उन्नतांश कोण (Angle of Elevation) र अवनति कोण (Angle of Depression) को बारेमा छलफल गराउनुहोस् ।

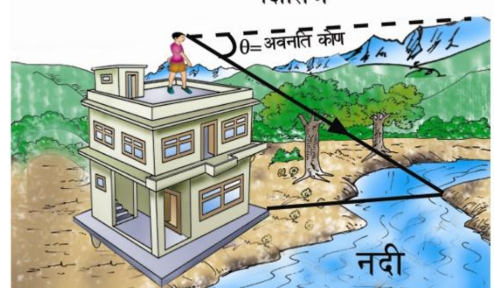
(अ) उन्नतांश कोण **(Angle of Eleveation)**

माथिको दोस्रो अवस्था अनुसार विद्यालयको चउरबाट रुखको टुप्पोमा हेर्दा जमिनसँग समानान्तर हुने रेखासँग दृष्टिरेखाले बनाउने कोण उन्नतांश कोण हो ।



यसरी कुनै पनि माथितिर रहेको वस्तुलाई तलबाट हेर्दा दृष्टिरेखाले जमिनसँग समानान्तर हुने रेखासँग बनाएको कोणलाई उन्नतांश कोण (Angle of Elevation) भनिन्छ । हेराइको दिशामा बन्ने रेखा दृष्टिरेखा हो । चित्रमा $\angle ABC = \theta$ उन्नतांश कोण हो । कोणहरू नाप्नको लागि क्लाइनोमिटर (Clinometer) प्रयोग गर्न सकिन्छ ।

(आ) अवनति कोण **(Angle of Depression)**

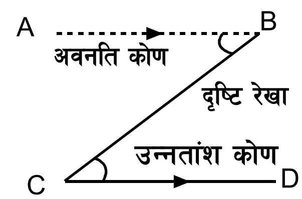


माथिको तेस्रो अवस्थामा कुनै एउटा भवनबाट नदीको किनारामा हेर्दा अवलोकनकर्ताको आँखा र नदी किनारको बिन्दु जोड्ने दृष्टिरेखाले क्षितिजसँग बनाएको कोण अवनति कोण हो ।

कुनै अग्लो स्थानबाट होचो भागमा रहेको कुनै वस्तुलाई हेर्दा दृष्टिरेखाले क्षितिज रेखासँग बनाएको कोणलाई अवनति कोण (Angle of Depression) भनिन्छ । चित्रमा $\angle XYZ$ अवनति कोण हो ।

DRAFT

चित्र अनुसार AB||CD र BC दृष्टिरेखा हुँदा ∠ABC = ∠BCD (अवनति कोण = उन्नतांश कोण ।



(ख) दुरी र उन्नतांश कोणको आधारमा खम्बाको उचाइ पत्ता लगाउन विद्यार्थीहरूलाई छलफल गराउने) ।

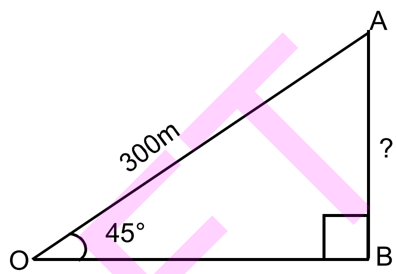
जस्तै : एक जना मानिसले चङ्गा उडाइरहेको थियो । यदि धागोको लम्बाइ 300 m थियो र यसले क्षितिजसँग 45° को कोण बनाएको थियो भने चङ्गा क्षितिजबाट कति उचाइमा उडिरहेको थियो ?

यहाँ, धागोको लम्बाइ (0A)= 300 m

उन्नतांश कोण = ∠AOB = 45°

चङ्गाको उचाइ (AB) = ?

समकोण त्रिभुज ABC मा



$\sin 45° = \frac{P}{h} = \frac{AB}{oA} = \frac{AB}{300}$

or, $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{AB}{300}$

or, $\frac{300}{\sqrt{2}} = AB$

or, $AB = \frac{2\times150}{\sqrt{2}}$

$= 150\sqrt{2}$ m

∴ चङ्गाको उचाइ (AB) = $150\sqrt{2}$ m

यसरी नै सम्बन्धित समस्या समाधान गर्ने ।

DRAFT

2. मूल्याङ्कन

(क) उन्नतांश कोण भनेको के हो ?

(ख) अवनति कोण भनेको के हो ?

(ग) के उन्नतांश कोण र अवनति कोण बराबर हुन्छ, किन ?

(घ) क्षितिजरेखा र दृष्टिरेखामा के फरक छ ?

(ङ) एक जना मानिसले 30 m को दुरीमा रहेको रुखको टुप्पोमा हेर्दा उन्नतांश कोण 60° पाउँछ यदि मानिसको उचाइ 1.64 m भए रुखको उचाइ पत्ता लगाउनुहोस् ।

3. गृहकार्य

(क) 1.5 m अग्लो मानिसले चउरमा रहेको एउटा खम्बाबाट 150 m को दुरीमा उभिएर खम्बाको टुप्पो हेर्दा 45° को उन्नतांश कोण पाएछ भने खम्बाको उचाइ पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ख) एउटा मानिसले आफूभन्दा अगाडिको 52 मिटर अग्लो खम्बाको टुप्पोमा हेर्दा उन्नतांश कोण 30° पाएछ । यदि मानिस र खम्बाबिचको दुरी 86 m छ भने त्यस मानिसको उचाइ पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ग) पाठ्यपुस्तकको अभ्यास 16.2 को प्रश्न न. 1 (a–e) सम्म हल गर्न लगाउनुहोस् ।

घन्टी ६

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) वृत्तकार खेत वा पोखरीको बिचमा रहेको खम्बाको टुप्पोमा परिधिबाट हेर्दा बन्ने उन्नतांश कोण र वृत्तकार जमिनको व्यास तोकिएको वा दिइएको छ भने खम्बाको उचाइ पत्ता लगाउन विद्यार्थीहरूबिच छलफल गराउनुहोस् ।

जस्तै : एउटा वृत्तकार पोखरीको व्यास 120 m छ । उक्त पोखरीको बिचमा गाडिएको खम्बाको टुप्पोमा सो पोखरीको किनाराबाट हेर्दा 60° को उन्नतांश कोण बन्दछ भने पानीको सतहदेखि खम्बाको टुप्पोसम्मको उचाइ पत्ता लगाउनुहोस् ।

यहाँ, वृत्तकार पोखरीको व्यास (d) = 120 m

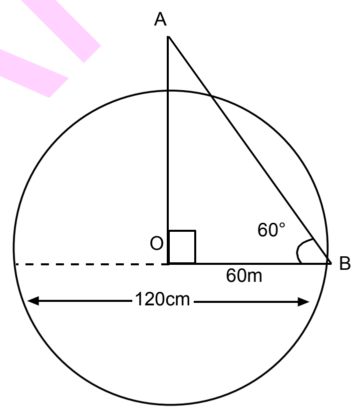
$r = \frac{d}{2} = 60$ m

उन्नतांश कोण (θ) = 60°

पानीको सतहदेखि खम्बाको उचाइ (AO) = ?

हामीलाई थाहा छ,

समकोण ∆ AOB मा



$\tan\theta = \frac{p}{b} = \frac{AO}{OB} = \frac{AO}{60}$

or, $\tan 60° = \frac{AO}{60}$

or, $\sqrt{3} = \frac{AO}{60}$

or, $60\sqrt{3} = AO$

∴ खम्बाको उचाइ (AO) = $60\sqrt{3}$

यहाँ, अर्धव्यासले दुरीको काम गर्दछ ।

(ख) सबै ठाउँमा tan को अनुपात नलिई आवश्यकताअनुसार Sin, Cos को पनि अनुपात लिनुहोस् ।

(ग) त्यसरी नै उन्नतांश कोण र उचाइको आधारमा व्यास वा दुरी निकाल्ने समस्याका बारेमा पनि छलफल गराउनुहोस् ।

2. मूल्याङ्कन

DRAFT

(क) परिधि 176 m भएको एउटा वृत्तकार चउरको बिचमा एउटा अग्लो खम्बा गाडिएको छ, यदि उक्त चउरको छेउबाट खम्बाको टुप्पोमा हेर्दा 30° को कोण बन्दछ भने उक्त खम्बाको उचाइ कति होला ?पत्ता लगाउनुहोस् ।

अथवा

एउटा वृत्तकार पोखरीको किनाराको कुनै बिन्दुबाट 1.68 मि. अग्लो मानिसले सो पोखरीको केन्द्रमा ठडिएको खम्बाको टुप्पोको उन्नतांश कोण हेर्दा 60° पाएछ । यदि सो पोखरीको व्यास 20m भए पानीको सतहभन्दा माथि रहेको खम्बाको उचाइ पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ख) एउटा वृत्तकार चउरको मध्यभागमा एउटा $60\sqrt{3}$ m अग्लो खम्बा गाडिएको छ । सो चउरको परिधिको कुनै एउटा बिन्दुबाट सो खम्बाको टुप्पोमा हेर्दा 30° को उन्नतांश कोण बन्दछ भने सो चउरको व्यासको लम्बाइ पत्ता लगाउनुहोस् ।

3. गृहकार्य

(क) एउटा वृत्तकार पोखरीको परिधि 176m छ, र त्यसको बिचमा एउटा खम्बा गाडिएको छ । एउटा व्यक्तिले पोखरीको किनाराको कुनै पनि ठाउँबाट खम्बाको टुप्पोको उन्नतांश कोण 60° पाएछ भने सो खम्बाको पानी माथिको उचाइ पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ख) वृत्तकार पोखरीको केन्द्रमा पानीको सतहदेखि माथि 11.62 मि. अग्लो खम्बा छ । पोखरीको किनारको कुनै बिन्दुबाट 1.62 मि. अग्लो मानिसले खम्बाको टुप्पो अवलोकन गर्दा उन्नतांश कोण 30° पायो भने सो पोखरीको व्यास निकाल्नुहोस् ।

(ग) पाठ्यपुस्तकको अभ्यास 16.2 को प्रश्न न. 2(a–e) सम्म गरेर ल्याउन निर्देश गर्नुहोस् ।

घन्टी ७

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

तोकिएको (दिइएको) उचाइ भएको अवलोकन कर्ताले तोकिएको उन्नतांश कोण दुरी वा उचाइको आधारमा क्रमश: खम्बाको उचाइ वा दुरी पत्ता लगाउनको लागि विद्यार्थीसँग छलफल गर्नुहोस् ।

जस्तै : 1.7 मिटर अग्लो मानिसले आफ्नो अगाडि रहेको खम्बाको टुप्पोमा हेर्दा उन्नतांश कोण 60° पाउँछ । यदि उक्त खम्बाको उचाइ 61.7 मिटर भए खम्बा र मानिस बिचको दुरी पत्ता लगाउनुहोस् ।

मानौं, खम्बाको उचाइ (AE_) = 61.7 m

मानिसको उचाइ (CD) = BE= 1.7 m

उन्नतांश कोण = ∠ ACB = 60°

खम्बा र मानिस बिचको दुरी (BC) = DE = ?

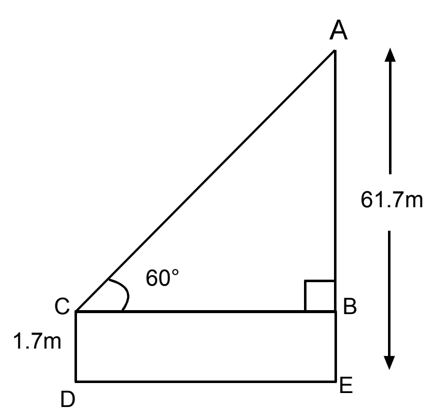
Now, AB = AE –BE = 61.7 –1.7 = 60 m

समकोण Δ ABC मा

$\tan\theta = \frac{AB}{BC}$

or, $\tan 60° = \frac{60}{BC}$

or, $\sqrt{3} \times BC = 60$



DRAFT

or, BC = $\frac{60}{\sqrt{30}}$

$\therefore$ BC= $20\sqrt{3}$ m

$\therefore$ खम्बा र मानिस बिचको दुरी (BC) = DE = $20\sqrt{3}$ m

2. मूल्याङ्कन

(क) 2m अग्लो मानिसले एउटा खम्बाको टुप्पो हेर्दा 30° को उन्नतांश कोण पाएछ । यदि खम्बाको उचाइ 21m छ भने सो मानिस र खम्बाबिचको दुरी पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ख) 1.6 m अग्लो मानिस एकै समतलमा पर्ने 37.6m उचाइ भएको खम्बाबाट x मिटर पर उभिएको छ । यदि उसले खम्बाको उन्नतांश कोण 60° पाएछ भने x को मान पत्ता लगाउनुहोस् ।

3. गृहकार्य

(क) 1.68 m उचाइ भएको मानिसले एउटा 51.68m अग्लो स्तम्भको टुप्पो हेर्दा उन्नतांश कोण 60° पाउँछ भने सो मानिस स्तम्भको फेदबाट कति दुरीमा रहेछ ?

(ख) एउटा अवलोकनकर्ताले 8m अग्लो घरको टुप्पोबाट स्तम्भको टुप्पोमा अवलोकन गर्दा उन्नतांश कोण 60° पाउँछ । यदि स्तम्भ र घरको दुरी $20\sqrt{3}$ m भए स्तम्भको उचाइ पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ग) lतन तिन जनाको समूह बनाउनुहोस् । प्रत्येक समूहले विद्यालय क्षेत्र वरिपरिका रुखहरू, मन्दिरहरू, गुम्बाहरू, चर्चहरू र अन्य भवनहरूको त्रिकोणमितीय विधिबाट उचाइ पत्ता लगाउनुहोस् । यसरी समूहले गरेका कार्यलाई चित्रसहित कक्षामा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

(घ) पाठ्यपुस्तकको अभ्यास 16.2 को प्रश्न न. 3 (a–d) समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।

घन्टी ७

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) अवनति कोण र उन्नतांश कोणका बारेमा छलफल गर्दै सम्बन्ध स्थापित गर्न लगाउनुहोस् ।

(ख) अवनति कोण र दुरीको आधारमा उचाइ पत्ता लगाउन विद्यार्थीसँग छलफल गर्नुहोस् ।

जस्तै : एउटा स्तम्भको टुप्पोबाट स्तम्भदेखि 60m टाढा रहेको 20m अग्लो घरको छतमा हेर्दा 60° को अवनति कोण पाइयो भने स्तम्भको उचाइ पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान

मानौँ, घरको उचाइ (CD) = 20 m

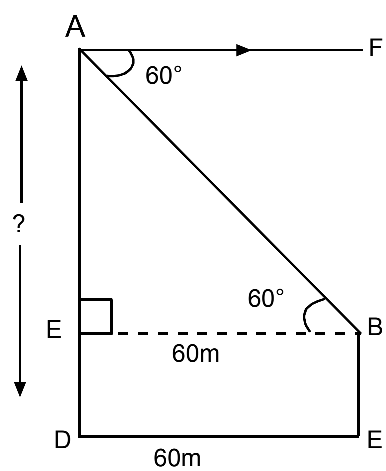
अवनति कोण = ∡FAD = 60°

स्तम्भ र घर बिचको दुरी (ED) = BC = 60m

स्तम्भको उचाइ (AB) = ?

∡FAD = ∡ADE = 60°

समकोण ΔAED मा



DRAFT

$\tan 60° = \frac{AE}{ED} = \frac{AE}{60}$

or, $\sqrt{3} = \frac{AE}{60°}$

or, $60\sqrt{3} = AE$

अब,

स्तम्भको उचाइ (AB) $= AE + BE$

$= 60\sqrt{3} + 20$

$= 103.92 + 20$

$= 123.92$ m

(ग) यसरी नै अवनति कोण र उचाइको आधारमा दुरी पत्ता लगाउन विद्यार्थीबिच छलफल गराउनुहोस् ।

2. मूल्याङ्कन

(क) एउटा स्तम्भको टुप्पोबाट स्तम्भदेखि 40 m टाढा रहेको 10m अग्लो घरको छतमा हेर्दा 30° को अवनति कोण पाइयो भने स्तम्भको उचाइ पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ख) 51.6 mअग्लो पहाडको टुप्पोबाट ठिक अगाडि रहेको 6.6. m अग्लो रुखको टुप्पो अवलोकन गरियो । अवनति कोण 30° पाइयो भने पहाड र रुखको बिचको दुरी पत्ता लगाउनुहोस् ।

3. गृहकार्य

(क) फरक उचाइमा रहेका दुई रुखहरूका बिचको समतल दुरी 30 मि. छ । दोस्रो रुखको टुप्पोबाट पहिलो रुखको टुप्पोमा हेर्दा अवनति कोण 30° पाएछ । यदि दोस्रो रुखको उचाइ 40 m छ भने पहिलो रुखको उचाइ कति हुन्छ ?

(ख) 80 m अग्लो एउटा स्तम्भको टुप्पोबाट त्यस स्तम्भको ठिक अगाडि रहेको 20m अग्लो खम्बाको टुप्पोमा अवलोकन गर्दा अवनति कोण 45° पाइयो भने स्तम्भ र खम्बाको बिचको दुरी पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ग) तिन तिन जनाको समूह बनाउनुहोस् । प्रत्येक समूहले नदी, सडक वा चउरको छेउमा रहेको भवनको माथिल्लो तलाबाट हेर्दा बन्ने अवनति कोण टिपोट गर्नुहोस् । भवनको उचाइ पनि पत्ता लगाउनुहोस् । अब अवनति कोण र भवनको उचाइका आधारमा नदी, सडक वा चउरको चौडाइ पत्ता लगाउनुहोस् ।

(घ) पाठ्यपुस्तकको अभ्यास 16.2 को प्रश्न न. 4 (a–d) सम्म गरेर ल्याउन लगाउनुहोस् ।

घन्टी ८

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) तोकिएको दुरी र उचाइको आधारमा उन्नतांश कोण वा अवनति कोण पत्ता लगाउन विद्यार्थीसँग समस्या लिएर छलफल गर्ने । जस्तै : 1.54 m अग्ली एउटी केटी 53.5 m उचाइको एउटा धरहराबाट 30m दुरीमा उभिएकी छिन् भने उनको आँखाबाट धरहराको उन्नतांश कोण पत्ता लगाउनुहोस् ($\tan 60° = 1.732$)

DRAFT

समाधान

मानौँ,

केटीको उचाइ (AB) = 1.54 m

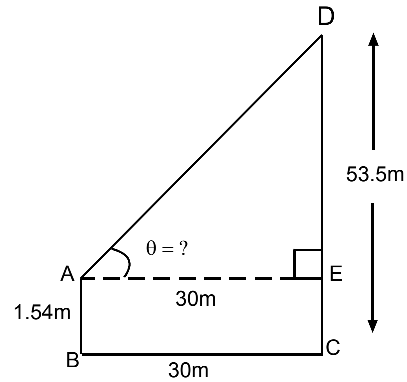
धरहराको उचाइ (CD) = 53.5 m

केटी र धरहराको बिचको दुरी = AE = BC = 30 m

उन्नतांश कोण = $\measuredangle EAD = \theta = ?$

यहाँ, DE = CD–CE = 53.5–1.54 = 51.96m

अब, समकोण Δ AED **मा**



$\tan\theta = \frac{DE}{AE} = \frac{51.96}{30} = 1.732$

$\tan\theta = \sqrt{3}$

$or, \tan\theta = \tan 60° \quad \therefore \theta = 60°$

$\therefore$ **उन्नतांश कोण** = $\measuredangle DAE = 60°$

(ख) त्यसरी नै तोकिएको अवस्थाको आधारमा अवनति कोण पत्ता लगाउन विद्यार्थीहरूबिच छलफल गराउनुहोस् ।

2. मूल्याङ्कन

(क) 1.75 m अग्लो एक जना मानिस 51.75m उचाइको एउटा धरहराबाट 50 m पर खडा भएको छ भने उनको आँखाबाट धरहराको टुप्पोको उन्नतांश कोण पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ख) 1.54 m अग्लो मानिसले 30m को दुरीमा रहेको 53.5 m स्तम्भको टुप्पो अवलोकन गर्दा बन्ने उन्नतांश कोण पत्ता लगाउनुहोस् ।

3. गृहकार्य

(क) एउटा मानिसले 80 $\sqrt{3m}$ अग्लो स्तम्भको टुप्पोलाई स्तम्भको फेदबाट 240m परदेखि हेर्दा बन्ने उन्नतांश कोण पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ख) पाठ्यपुस्तकको अभ्यास 16.2 को प्रश्न 5 को (a–e) हल गरेर ल्याउन निर्देशन दिनुहोस् ।

4. एकाइ परीक्षा

(क) एउटा 150m अग्लो टावरको टुप्पोबाट 60m को दुरीमा रहेको घरको छतमा हेर्दा बन्ने अवनति कोण 30° भएमा घरको उचाइ पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ख) 1.5 m अग्लो मानिस 51.5 मिटर अग्लो रुखको ठिक अगाडि उभिएर रुखको टुप्पोमा हेर्दा 45° को उन्नतांश कोण बन्दछ भने रुख र मानिसबिचको दुरी पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ग) एउटा वृत्तकार पोखरीको केन्द्रमा एउटा खम्बा ठाडो उभ्याइएको छ । खम्बाको टुप्पो पानीको सतहबाट 30m उचाइमा छ र पोखरीको परिधिको एक बिन्दुबाट यसको उन्नतांश कोण 60° भए उक्त पोखरीको अर्धव्यासको लम्बाइपत्ता लगाउनुहोस् ।

(घ) 1.75 m अग्लो एक जना मानिस 51.75m उचाइको एउटा धरहराबाट 50 m पर खडा भएको छ भने उनको आँखाबाट धरहराको टुप्पोमा उन्नतांश कोण पत्ता लगाउनुहोस् ।

DRAFT

एकाइ : 17 तथ्याङ्क शास्त्र (Statistics)

अनुमानित घन्टी : 16

17.1 परिचय

तथ्याङ्क शास्त्र ल्याटिन भाषाको status तथा इटालियन भाषाको statista भन्ने शब्दबाट आएको हो । प्राचीन समयमा statistics भन्नाले राज्य सञ्चालन भन्ने बुझिन्थ्यो । राज्यका शासक वर्गहरूलाई आफ्नो देशको जनसङ्ख्या, सम्पत्ति विवरण तथा सैनिक शक्तिको लेखाजोखा गर्न तथ्याङ्क शास्त्रको उपयोग गरेको पाइन्छ । अङ्ग्रेजी तथ्याङ्क शास्त्री Sir Ronald A Fisher ले तथ्याङ्क शास्त्रमा महत्वपुर्ण योगदान दिइएकाले उनलाई तथ्याङ्क शास्त्रका पिता (Fathebr of statistics) भनिन्छ ।

वर्तमान समयमा तथ्याङ्क शास्त्रमा राज्य सञ्चालन सँग मात्र सिमित नपारी यसको प्रयोग व्यवस्थापन, विज्ञान, कृषि वनशास्त्र, शिक्षाशास्त्र, अर्थशास्त्र जस्ता विभिन्न विधामा व्यापक रूपमा प्रयोग हुदै आएको छ । विद्यालय स्तरको पाठ्यक्रममा तथ्याङ्क शास्त्रका प्रारम्भिक ज्ञान (Elementary knowledge) समावेश गरिएको छ । जसमा तथ्याङ्कहरू सङ्कलन गरी संगठनात्मक प्रस्तुति गर्ने, लेखाचित्रबाट वर्गान्तर श्रेणी पत्ता लगाउने तथा केन्द्रीय प्रवृति (Central tendency) पत्ता लगाउने र प्राप्त जानकारीबाट निष्कर्ष निकाल्ने आदि रहेको छ ।

17.2 सक्षमता

विभिन्न सामाजिक र आर्थिक अवस्था देखाउने तथ्याङ्क सङ्कलन, प्रशोधन, प्रस्तुतिकरण, विश्लेषण तथा समस्या समाधान

17.3 सिकाइ उपलब्धि

- वर्गीकृत तथ्याङ्कबाट सुत्र प्रयोग गरी मध्यक मध्यिका र चतुर्थाशीय मान निकाल्न,
- सङ्कलित तथ्याङ्कहरूको प्रशोधनमा मध्यमानहरूको प्रयोगबाट निष्कर्ष निकाल्न,

17.4 विषयवस्तु विभाजन र सिकाइ सामाग्रीहरू

दिन	विषयवस्तु	सिकाइ सामाग्रीहरू
1	पुनरावलोकन	सुत्र लेखिएका चार्टपेपरहरू, ग्राफपेपर, ग्राफबोर्ड, प्रश्नपत्तहरू, दैनिक प्रयोगमा आउने सामाग्रीहरू क्यालकुलेटर, बक्स आदि
2	अवर्गीकृत तथ्याङ्कलाई वर्गीकृत तथ्याङ्कमा रूपान्तरण	प्रश्नपत्त
3	वर्गीकृत तथ्याङ्कको मध्यक	
4	वर्गीकृत तथ्याङ्कको मध्यकका लागि बैकल्पिक विधिहरू (छोटकरी, पद विचलन)	
5	सञ्चित बारम्बारता बक्रबाट मध्यिकाको खोजी	
6	सञ्चित बारम्बारता बक्रबाट तल्लो चतुर्थांस र बारम्बारताको खोजी	

DRAFT

7	सञ्चित बारम्बारता बक्रबाट माथिल्लो चतुर्थांश र बारम्बारताको खोजी	
8	वर्गीकृत तथ्याङ्कबाट मध्यिका	
9	वर्गीकृत तथ्याङ्कबाट तल्लो चतुर्थाश	
10	वर्गीकृत तथ्याङ्कबाट माथिल्लो चतुर्थाँस	
11	मध्यमानबाट तथ्याङ्कको विश्लेषण	
12	मध्यमानबाट तथ्याङ्कको समस्या समाधान	
13	Exclusive method र Inclusive method	
14	सञ्चित बारम्बारता दिइएको अवस्थामा चतुर्थाँशहरूको खोजी	
15	बन्दश्रेणी (Closed end) र खुला श्रेणी (Opened end)	
16	एकाइ परीक्षा	

DRAFT

घन्टी : 1

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) कक्षामा कुनै एउटा विद्यार्थीले 8 ओटा विषयमा ल्याएको प्राप्ताङ्क टिपोट गरी उसको औशतअङ्क कति होला, भन्ने छलफल गराउनुहोस् ।

(ख) हरेक विद्यार्थीलाई आफूले विभिन्न विषयमा ल्याएको प्राप्ताङ्क टिपोट गरी औशतअङ्क निकाल्न लगाउनुहोस् ।

(ग) विद्यार्थीलाई 4 समूहमा विभाजन गरी हरेक समूलाई फरक फरक निम्न प्रश्नहरू गर्न लगाउनुहोस् :

(i) तथ्याङ्क शास्त्र (Statistics) भनेको के हो ?

(ii) मध्यक भनेको के हो ? कुनै एक उदाहरणसमेत दिनुहोस् ।

(iii) मध्यिका भनेको के हो ? मध्यक र मध्यिकामा के फरक छ ?

(iv) चतुर्थांश भनेको के हो ? पहिलो र तेस्रो चतुर्थांशले तथ्याङ्कमा कस्तो अर्थ दिन्छ ?

(घ) आआफ्नो समूहलाई प्रतिनीधित्व गर्ने एक । एक जना leader बनाएर हरेक समूहले गरेका कार्य पालैपालो अगाडि गएर प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् । विद्यार्थीको उत्तरको मूल्याङ्कन गर्दै आवश्यकताअनुसार थप पृष्ठपोषण दिनुहोस् ।

(ङ) तथ्याङ्कका विभिन्न प्रकारहरू (ब्यक्तिगत, खण्डित, निरन्तर) लाई जनाउने एक - एक ओटा उदाहरण लेख्न लगाउनुहोस् ।

(च) विभिन्न प्रकारका तथ्याङ्कका मध्यकहरू कसरी निकालिन्छ भन्ने विषयमा छलफल गराउनुहोस् ।

2. मूल्याङ्कन

कक्षा १० का सम्पुर्ण विद्यार्थीहरूको उमेर (age) टिपोट गरी उक्ततथ्याङ्कबाट मध्यक निकाल्नुहोस् ?

(उक्त कक्षामा पढ्ने विद्यार्थीको औशत उमेर कति रहेछ भन्ने विषयमा छलफल गराउनुहोस् ।)

3. गृहकार्य

(क) आफ्नो कक्षाका सम्पूर्ण साथीहरूको उचाइ टिपोट गरी औशतउचाइ निकाल्नुहोस् ।

(ख) एउटा पसलमा 2073 सालको पहिलो 6 महिनामा बिक्री भएका साइकलहरूको सङ्ख्या निन्नानुसार दिइएको छ भने उक्त तथ्याङ्कबाट 6 महिनाको औशत बिक्री सङ्ख्या निकाल्नुहोस् ।

महिना	वैशाख	जेठ	असार	साउन	भदौ	असोज
बिक्री भएको साइकलको सङ्ख्या	22	18	15	20	27	48

DRAFT

घन्टी : 2

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) कक्षाकोठाबाट नै फरक फरक प्राथामिक तथ्याङ्कसङ्कलन गर्ने कार्यमा विद्यार्थीहरूलाई सक्रिय गराउनुहोस्, जस्तै, कक्षामा रहेका सम्पूर्ण विद्यार्थीहरूको तौल टिपोट गर्ने, उचाइ टिपोट गर्ने, विद्यार्थीले कुनै एउटा विषयमा पाएको प्राप्ताङ्क टिपोट गर्ने ।

(ख) हरेक तथ्याङ्कमा रहेका अङ्कहरूलाई बढ्दो क्रममा मिलाएर राख्न लगाउनुहोस् जसबाट तथ्याङ्कको सामान्य जानकारी (tentative generalization) मा पुग्न सजिलो हुन्छ । तथ्याङ्कको विस्तारसमेत बुझ्न सकिन्छ । आवृति विवरणमा बारम्बारता सहित प्रस्तुत गरिएका आकडालाई वर्गीकृत आकडा भनिन्छ भनी परिभाषित गर्नुहोस् ।

(ग) विद्यार्थीहरूले कक्षा ९ बाट १० मा आउँदा ल्याएको गणित विषयको प्राप्ताङ्क निम्न अनुसार छ भने उक्ततथ्याङ्कलाई 10 श्रेणीको अन्तरमा बारम्बारता तालिका निर्माण गर्न लगाउनुहोस् ।

प्राप्ताङ्कहरू : 30, 32, 35, 40, 38, 36, 50, 49, 44, 61, 36, 36, 48, 55, 70, 66, 82, 71, 79, 85, 84, 46, 89, 91, 95, 83, 47, 39, 55, 58

(घ) अवर्गीकृत तथ्याङ्कलाई वर्गीकृत निरन्तर श्रेणीमा निर्माण गर्नुपर्दा तथ्याङ्कको विस्तार वा सबैभन्दा सानो अङ्क र सबैभन्दा ठुलो अङ्क कति छ भन्ने कुरामा ध्यान दिनुपर्छ भनी छलफल गराउनुहोस् । दिइएका निम्न data लाई वर्गीकृत तथ्याङ्कमा रूपान्तरण गर्नुहोस् ।

(i) एउटा कम्पनीमा काम गर्ने 20 कामदारको ज्याला निम्नअनुसार छ ।

150, 160, 175, 200, 500, 375, 400, 425, 800, 600, 550, 600, 75, 90, 725, 740, 850, 900, 920, 970.

(ii) एउटा किराना पसलमा एकदिनमा बिक्री भएका सामानको मुल्य रू. निम्नअनुसार छ ।

45, 50, 112, 18, 25, 37, 48, 52, 17, 27, 58, 85, 76, 14, 8, 9, 65, 45, 54, 98, 34, 55, 100, 115, 110, 94, 36, 49, 60, 12, 10, 65, 56, 44, 79, 25, 30, 22, 45.

2. मूल्याङ्कन

तल दिइएको आकडाबाट 10 श्रेणीको अन्तरमा बारम्बारता तालिका बनाई मध्यक निकाल्नुहोस् :

8, 7, 9, 12, 18, 14, 16, 19, 20, 22, 10, 14, 25, 29, 32, 37, 38

3. गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको अभ्यास 17.1 को प्रश्न न. 2 (a ,b) हल गर्नुहोस्

घन्टी : 3

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) अघिल्लो दिनको गृहकार्य अवलोकन गरी आवश्यक पृष्ठपोषण दिनुहोस् ।

(ख) पहिला 3 प्राकृतिक पूर्ण घनसङ्ख्याहरू टिपोट गरी मध्यक निकाल्न लगाउनुहोस् ।

पहिला 3 पूर्ण घनसङ्ख्याहरू 1, 8, 27

मध्यक $= \frac{1+8+27}{3} = \frac{36}{3} = 9$

(ग) दिइएका सम्पुर्ण तथ्याङ्कलाई प्रतिनीधित्व गर्ने औशतमान नै मध्यक हो र मध्यकले पुर्ण आँकडाको प्रतिनीधित्व गर्दछ : जस्तै कक्षामा सबै विद्यार्थीले बराबर अङ्क ल्याएका हुँदैन तर मध्यकले सबै विद्यार्थीको औशतमा स्तर निर्धारण गर्दछ, भन्ने स्पष्ट पार्नुहोस् ।

(घ) विद्यार्थीहरूलाई 4 समूहमा विभाजन गर्नुहोस् । निम्न प्रश्नहरू हल गर्न लगाई आवश्यकताअनुसार सहजीकरण गरिदिनुहोस् :

समूह A : एउटा वर्गीकृत तथ्याङ्कमा 50 जना विद्यार्थीहरूले गणितमा प्राप्त गरेका अङ्कहरूको योगफल 2500छ भने औशतप्राप्ताङ्क निकाल्नुहोस् ।

समूह B : केही मानिसहरूको मध्यक तौल 55kg छ र तिनीहरूको तौलको योग 660kgभए ती मानिसहरूको सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।

समूह C : एउटा परिवारको मासिक आम्दानीको औशतरू 12000 छ र तिनीहरूको जम्मा आम्दानी रू. 48000 भए उक्त परिवारका कमाईमा संलग्न मानिसहरूको सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।

समूह D : कुनै विद्यालयको कक्षा 10 मा पढ्ने 18 जना विद्यार्थीहरूको औशतउमेर 16 वर्ष छ भने तिनीहरूको उमेरको जम्मा योगफल निकाल्नुहोस् ।

(ङ) निरन्तर श्रेणीमा मध्यक निकाल्दा उक्तश्रेणीको मध्यमान किन निकाल्नुपर्छ, भन्ने कुरा प्रश्नोत्तर र छलफलद्वारा प्रष्ट पारिदिनुहोस् । जसका लागि एउटा समस्या दिएर हल गर्न लगाउनुहोस् ।

Marks	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
No.of students	2	4	7	6	5	2

2. मूल्याङ्कन

(क) तल दिइएका 5 प्रकारका दालको प्रति केजी मुल्य निम्नअनुसार छ भने उक्त दाल मिसाएर बेच्दा कति रूपियाँमा बेच्नुपर्ला ? पत्ता लगाउनुहोस् :

DRAFT

दाल	रहर	मुसुरो	कालो	चना	मुगी
मूल्य रू. प्रति के.जी	120	145	140	95	100

(क) 41 जना विद्यार्थीहरूले गणित विषयमाा ल्याएको प्राप्ताङ्क तलको तालिकामा दिइएको छ, तालिकाबाट मध्यक निकाल्नुहोस् ।

प्राप्ताङ्क	5 – 10	10 – 15	15 – 20	20 – 25	25 – 30
विद्यार्थी सङ्ख्या	5	6	15	10	5

3. गृहकार्य

(क) नेपालका केही हिमशृङ्खलाहरूको उचाइ तलको तालिकामा दिइएको छ । उक्त तालिकाबाट दिइएका हिमशृङ्खलाहरूको औशतउचाइ निकाल्नुहोस् :

हिमाल	सगरमाथा	मनास्लु	लोत्से	मकालु	धवलागिरी
उचाइ (m)	8848	8156	8501	8470	8172

DRAFT

घन्टी : 4

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) अघिल्लो दिनको गृहकार्य अवलोकन गरी आवश्यक पृष्ठपोषण दिनुहोस् ।

(ख) अघिल्ला कक्षाहरूमा श्रेणी र बारम्बारताको गुणाङ्कको योगलाई बारम्बारताको योगले भाग गरी मध्यक $\overline{X} = \frac{\sum fx}{N}$ गरी निकालिन्थ्यो तर यसरी मध्यक निकाल्दा जनसङ्ख्या तथा आर्थिक कारोबारका धेरै ठूला मान भएका तथ्याङ्कको हिसाब गर्न कठिन भएको हुदाँ त्यसलाई सरल, सहज र थोरै समयमा सम्पन्न गर्ने हेतुले मध्यक निकाल्नको लागि छोटकरी विधिको विकास भएको कुरा विद्यार्थीहरूलाई अवगत गराउनुहोस् ।

(ख) जसमा दिइएको श्रेणी (X) वा मध्यमान (m) बाट काल्पनिक मध्यक (A) मानिन्छ । हरेक श्रेणी x वा m बाट काल्पनिक मध्यक A घटाई फरक d= (X – A) or (m – A) निकालिन्छ र फेरि d र f को गुणाङ्कलाई बारम्बारताको योगले भाग गरी A जोडिन्छ । जहाँ मध्यक $\overline{X} = A + \frac{\sum fd}{N}$ हुन्छ भन्ने देखाउनको लागि उदाहरणद्वारा स्पष्ट पार्नुहोस् ।

राष्ट्रिय जनगणना २०६८ अनुसार नेपालको सहरी क्षेत्रको १० वर्ष देखि ५० वर्ष सम्म बिहे गर्ने मानिसहरूको सङ्ख्या निम्नअनुसार रहेको छ भने उक्त तथ्याङ्कबाट मध्यक निकाल्दा :

काल्पनिक मध्यक **(A) = 27.5** मानौं (दिइएको तथ्याङ्क घट्दो वा बढ्दो क्रममामिलाइएको अवस्थामा करिब विचको अङ्कलाई काल्पनिक मध्यकको रूपमा लिइन्छ)

उमेर समूह (x)	जनसङ्ख्या (f)	मध्य उमेर (m)	d = m – A	$\sum fd$

10 – 15	176136	12.5	– 15	– 2642040
15 – 20	877029	17.5	– 10	– 8770290
20 – 25	781005	22.5	– 5	– 3905025
25 – 30	338518	27.5	0	0
30 – 35	91716	32.5	5	458580
35 – 40	18995	37.5	10	189950
40 – 45	4646	42.5	15	69690
45 – 50	1376	47.5	20	27520
	$\sum f$ = 2289421			$\sum fd$ = – 14571615

मध्यक= $A + \frac{\sum fd}{N} = 27.5 + \frac{-14571615}{2289421} = 27.5 + (-6.364) = 27.5 - 6.364 = 20.63$

निष्कर्ष : राष्ट्रिय जनगणना २०६८ अनुसार नेपालको सहरी क्षेत्रमा विवाह गर्ने मानिसहरूको औशत उमेर 20 देखि 21 वर्ष रहेको छ ।

(घ) त्यसै गरी पद विचलन विधि (Step deviation method) को प्रयोग सम्बन्धी जानकारी गराई विभिन्न उदाहरणद्वारा $\overline{X} = a + \frac{\sum fd'}{N} \times h$ को प्रयोग गराउनुहोस् ।

Deviation Method and step deviation method

$\overline{X} = A + \frac{\sum d}{N}$ (individual series)

$\overline{X} = A + \frac{\sum fd}{N}$ (discrete series)

$\overline{X} = A + \frac{\sum fd'}{N} \times h$(continuous series)

Where A = assumed mean

$d = x - A$, $d' = \frac{x - A}{h}$ h = common factor

2. मूल्याङ्कन

(क) राष्ट्रिय जनगणना 2068 अनुसार गोरखा जिल्लामा फरक फरक उमेर समूहमा विवाह गर्ने मानिसहरूको सङ्ख्या निम्नअनुसार हरेको छ । दिइएको तथ्याङ्कबाट विवाहको औशतउमेर निकाल्नुहोस् :

उमेर समूह(x)	10-14	15-19	20-24	25-29	30-34	35-39	40-44	45-49

DRAFT

जनसङ्ख्या(f)	14919	66283	42509	12861	2990	936	300	105

(ख) दिइएको आँकडाको कल्पित मध्यकको प्रयोग गरी औसत वा अङ्क गणितीय मध्यक निकाल्नुहोस् ।

Marks	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
No. of students	1	3	4	9	12	8

3. गृहकार्य

(क) एउटा अविछिन्न श्रेणीमा कल्पित मध्यमान 35 र बारम्बारताको योगफल 50 छ । यदि सो तथ्याङ्कको मध्यक 41 भए विचलन (d) र बारम्बारता (f) को गुणनफलको योगफल पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ख) यदि एउटा अविछिन्न श्रेणीमा मध्यक $\overline{X} = 80$, कल्पित मध्यक $A = 60$ र $\sum f = 40$ भए $\sum fd$ पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ग) पाठ्यपुस्तकको अभ्यास 17.1 को प्रश्न नं 3 र 4 समाधान गर्नुहोस् ।

घन्टी : 5

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) अघिल्लो दिनको गृहकार्य अवलोकन गरी आवश्यक पृष्ठपोषण दिनुहोस् ।

(ख) तथ्याङ्कमा श्रेणी अन्तर र बारम्बारता अलग नबनाइकन संञ्चित बारम्बारताको रूपमा प्रश्नहरू आउन सक्छन् जस्तै,

श्रेणी (x)	0 – 10	0 – 20	0 – 30	0 – 40	0 – 50
बारम्बारता (f)	2	7	9	14	22

(ग) दिइएको तथ्याङ्कमा हरेक श्रेणीको तल्लो सीमा 0 छ भने माथिल्लो सीमा फरक - फरक छ भन्ने कुरा दशाउनुहोस् । सञ्चित बारम्बारता सहित दिइएको श्रेणीलाई छुट्ाछुट्टै श्रेणी अन्तरमा टुक्रयाउन सिकाउनुहोस् ।

श्रेणी	बारम्बारता (f)
0 – 10	2
10 – 20	7 – 2 = 5
20 – 30	9 – 7= 2
30 – 40	14 – 9= 5
40 – 50	22– 14= 8

DRAFT

यहाँ दिइएको तथ्याङ्कमा(0 – 10) को बारम्बारता 2 छ र (0 – 20) को बारम्बारता 7 छ पहिलो श्रेणीमा नै 10 भन्दा साना तथ्याङ्कहरू परिसकेकाले दोस्रो श्रेणीलाई (10 – 20) को मात्र बनाउनपर्छ । जहाँ सुरूमा दिइएको दोस्रो श्रेणीको बारम्बारताबाट पहिलो श्रेणीको बारम्बारता घटाएर राखिन्छ भन्ने प्रष्ट पार्नुहोस् ।

निम्न प्रश्न छलफल गराई हल गर्न सिकाउनुहोस् ।

1. तल दिइएको तथ्याङ्कको मध्यक पत्ता लगाउनुहोस् :

Age (in years)	0-10	0-20	0-30	0-40	0 -50
No. of teachers	3	11	26	36	40

Soln: Tabulation for the calculation of mean

C.I	**f**	**m**	**fm**
0-10	3	5	155
10-20	8	15	120
20-30	15	25	375
30-40	10	35	350
40-50	4	45	180
	N = 40		Σfm = 1180

DRAFT

We know that,

Mean $(\overline{X}) = \frac{Sfm}{N}$

$= \frac{1180}{40} = 29.5$

2. दिइएको आँकडाहरूका आधारमा अङ्क गणितीय मध्यक वा औसत निकाल्नुहोस् :

x	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
f	5	7	8	4	6

Soln:

Class interval	**Mid value (m)**	**Frequency (f)**	**fm**
0-10	5	5	25
10-20	15	7	105

20-30	25	8	200
30-40	35	4	140
40-50	45	6	270
		N = 30	Σfm = 740

Now, we know that(हामीलाई थाहा छ),

Mean (dWos)$\bar{X} = \frac{Sfm}{N} = \frac{740}{30} = 24.6$

2. मूल्याङ्कन

तल दिइएको तथ्याङ्कको मध्यक निकाल्नुहोस् :

प्राप्ताङ्क(x)	0 – 20	0 – 40	0 – 60	0 – 80	0 – 100
बारम्बारता (f)	3	8	15	25	29

3. गृहकार्य

(क) सञ्चित बारम्बारता दिइएको अवस्थामा मध्यक निकाल्ने कार्यमा अभ्यस्त गराउनका लागि शिक्षकले विद्यार्थीहरूलाई 4 समूहमा विभाजन गरी हरेक समूहलाई क्रमशः 3 कक्षाभन्दा तल, 6 कक्षाभन्दा तल, 9 कक्षाभन्दा तल र 12 कक्षाभन्दा तलका विद्यार्थीहरूको सङ्ख्या टिपोट गर्न लगाई निम्न प्रश्न गराउन सक्नुहुने छ :

कक्षा (x)	3 कक्षाभन्दा तल (0 – 3)	6 कक्षाभन्दा तल (0 – 6)	9 कक्षाभन्दा तल (0 – 9)	12 कक्षाभन्दा तल (0 – 12)
विद्यार्थी सङ्ख्या(f)	80	200	350	480

(ख) यदि तल दिइएको तथ्याङ्कको मध्यक 25 भए x को मान पत्ता लगाउनुहोस् :

Marks obtained	0-10	0-20	0-30	0-40	0-50
No. of students	3	8	12	17	x

घन्टी : 6

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) शिक्षकले कक्षाका फरक फरक उचाइका 11 जना विद्यार्थीलाई randomly अगाडि उभिन लगाई पहिलो क्रियाकलापका रूपमा यी 11 जना साथीहरू मध्ये mediam height भएको साथी को होला भनी प्रश्न गर्नुहोस् ।

फेरि दास्रो क्रियाकलाप त्यही 10 जना साथीहरूलाई उचाइअनुसार बढ्दो क्रममा मिलाएर उभिन लगाउनुहोस् र बिचमा पर्ने साथीको नाम टिपोट गर्न लगाउनुहोस् । दुवै क्रियाकलापको अवलोकन गर्न

DRAFT

लगाउनुहोस् र कुन क्रियाकलापबाट mediam height भएको साथीको नाम छान्न सजिलो भयो ? छलफल गराउनुहोस् ।

(ख) तथ्याङ्कलाई घट्दोदेखि बढ्दो क्रममा मिलाएर राख्दा ठिक बिचको मानलाई नै मध्यिका भनिन्छ । मध्यिकाले तथ्याङ्को विस्तारलाई खासै महत्व दिँदैन भन्ने अर्थ विभिन्न उदाहरणद्वारा स्पष्ट पार्नुहोस् । जस्तै तलको दुबै तथ्याङ्को मध्यक 26 नै हुन्छ जहाँ सुरू र अन्तिम अङ्कसँग मध्यकको कुनै सम्वन्ध छैन ।

i. 12 , 19, 26, 28, 30 ii. 10,18, 26, 45, 60

(ग) विद्यार्थीहरूलाई भन्दा सानो र भन्दा ठुलो curve खिच्ने क्रियाकलापको पुनरावलोकन गराउनुहोस् ।

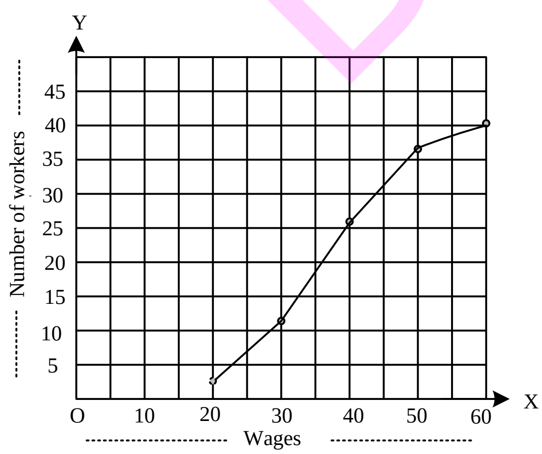
(घ) विद्यार्थीहरूलाई समूहमा विभाजन गरी हरेक समूहलाई फरक फरक तथ्याङ्क दिई less curve र more than curve खिच्न लगाई आवश्यकताअनुसार सहजीकरण गरिदिनुहोस् ।

Wages Rs.	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
Workers	3	5	15	10	4

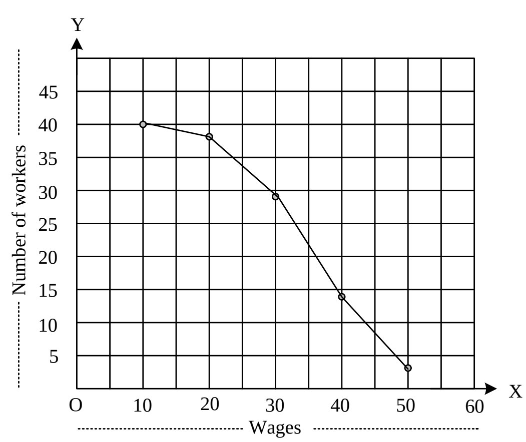
दिइएको तथ्याङ्कलाई less than curve र more than curve मा प्रस्तुत गर्न लगाई graph मा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् :

ज्याला	ज्यामी		ज्याला	ज्यामी
20 भन्दा सानो	3		10 भन्दा ठुलो	40
30 भन्दा सानो	11		20 भन्दा ठुलो	37
40 भन्दा सानो	26		30 भन्दा ठुलो	29
50 भन्दा सानो	36		40 भन्दा ठुलो	14
60 भन्दा सानो	40		50 भन्दा ठुलो	4

DRAFT



Less than curve



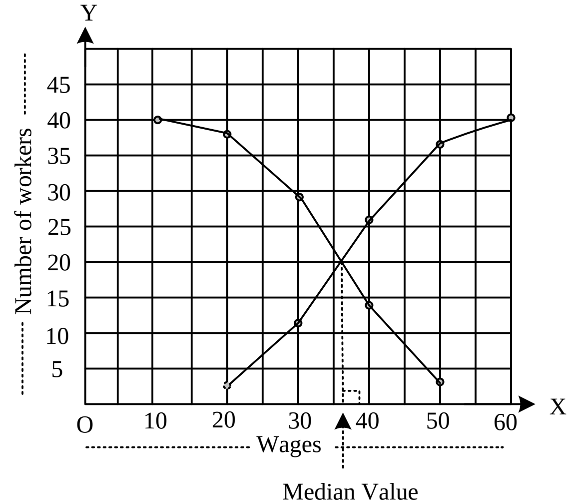
More than curve

1. विद्यार्थीहरूलाई ogive curves interests भएको point खोजी गर्न लगाउनुहोस् ।

2. उक्त Curve हरू intersection भएको point बाट x- अक्षमा लम्ब रेखा खिच्न लगाउनुहोस् ।

3. ग्राफको अवलोकन र अध्ययनबाट मध्यिका कति हुन्छ भनी छलफलबाट निष्कर्ष पत्ता लगाउन दिनुहोस् ।

4. मध्यिका (M_d) = 37 (approximate) र मध्यिका श्रेणी (30 – 40) हुन्छ भनी स्पष्ट पार्नुहोस् ।



2. **मूल्याङ्कन**

दिइएको तथ्याङ्कबाट less than र more than curves एउटै ग्राफपेपरमा खिच्न लगाई मध्यिका पत्ता लगाउनुहोस् ।

(x)	10 –15	15 – 20	20 – 25	25 – 30
(f)	4	2	5	3

3. **गृहकार्य**

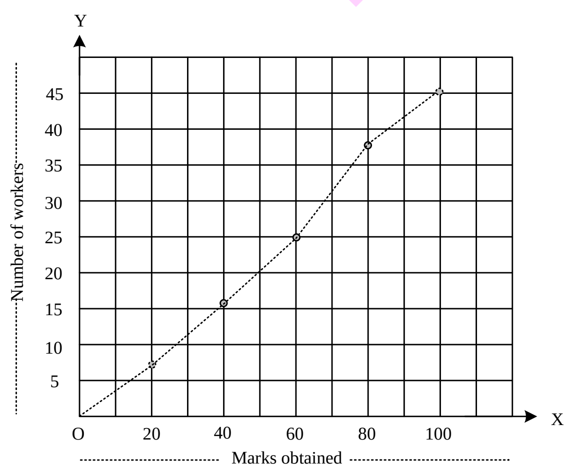
पाठ्यपुस्तकको अभ्यास 17.2 को प्रश्न नं 1 का सबै प्रश्नहरू हल गर्न लगाउनुहोस् ।

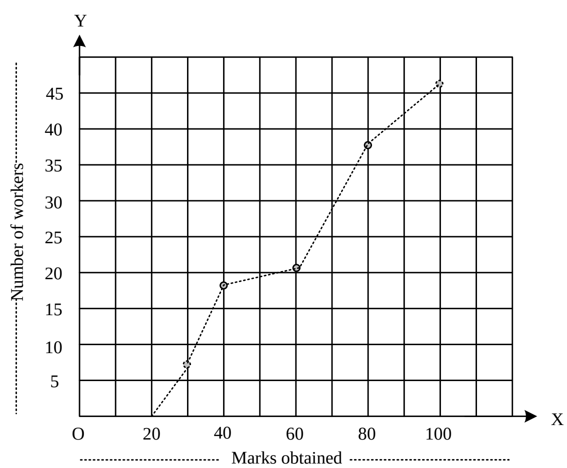
घन्टी : 7

1. **सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप**

(क) अघिल्लो दिनको गृहकार्य अवलोकन गरी आवश्यक पृष्ठपोषण दिनुहोस् ।

(ख) दिइएको सञ्चित बारम्बारता बक्रबाट जम्मा बारम्बारता कति छ ? वा चित्रमा दिइएको बक्र उद्गम विन्दुबाट सुरू भएको छ वा अन्य विन्दुबाट, अन्त्य कहाँ भएको छ भन्ने ग्राफ चित्रबाट छलफल गराउनुहोस् । जसको लागि 2/3 प्रकारका चित्रलाई मोडेलको रूपमा लिन सक्नुहुने छ ।





DRAFT

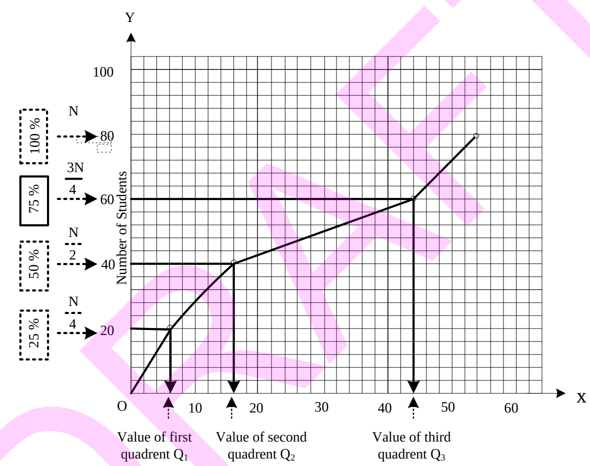
(ग) Vertical line मा frequency र horizontal lines मा class interval रहने पुनरावलोकन गराउनुहोस् ।

First quartile class (Q_1) = $\left(\frac{N}{4}\right)^{th}$ term हुन्छ, जहाँ दिइएको data continuous series मा छ ।

$\left(\frac{N}{4}\right)^{th}$ term गर्दा आएको term लाई y– axis मा रहेको frequency बाट x – अक्षसँग समानान्तर हुनेगरी अगाडि बढाउदा बक्र परेको वर्गान्तर नै Q_1 को आवश्यक वर्गान्तर हो भनि प्रदर्शन तथा छलफल विधिबाट सिकाउनुहोस् ।

(घ) त्यसै गरी Third quartile data (Q_3) = $\left(\frac{3N}{4}\right)^{th}$ term पनि चित्रद्वारा Q_1 कै प्रक्रिया अपनाई Q_3 निकाल्न सिकाउनुहोस् ।

(ङ) Q_1, Median र Q_3 data ले दिने अर्थ पनि जानकारी दिनुहोस् ।



1.

(च) त्यसैगरी Q_1 र Q_3 class interval को बारम्बारता निकाल्नका लागि उक्त वर्गान्तरमा curve को फैलावट कति छ हेरि upper value बाट lower value subtract गर्नुपर्ने स्पष्ट पार्नुहोस् ।

(छ) दिइएको लेखाचित्रबाट तेस्रो चतुर्थांश पत्ता लगाउनुहोस् ।

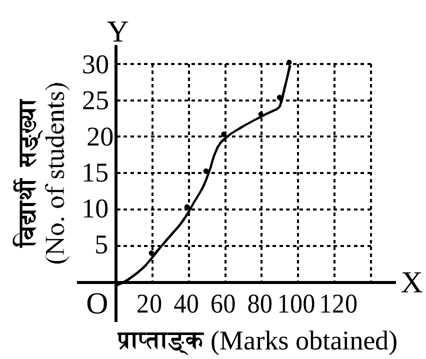
समाधान :

यहाँ N = 30

तेस्रो चतुर्थाश पर्ने स्थान (Q_3) = $3\left(\frac{N}{4}\right)^{th}$ term

$= 3\times\left(\frac{30}{4}\right)^{th}$

$= 22.5^{th}$ term



∴ 22.5 औ पद (60 – 80) को वर्गान्तरमा पर्छ

DRAFT

नोट : बारम्बारता (f) = 23 – 20 = 3

बारम्बारता (60 – 80) को वर्गान्तरमा पर्ने वक्रको फैलाबाट हुन्छ ।

2. मूल्याङ्कन

दिइएको लेखाचित्रबाट पहिलो चतुर्थांश पर्ने वर्गान्तर पत्ता लगाउनुहोस् ।

3. गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको अभ्यास 17.2 को प्रश्न नं 8 र 9 हल गर्नुहोस् ।

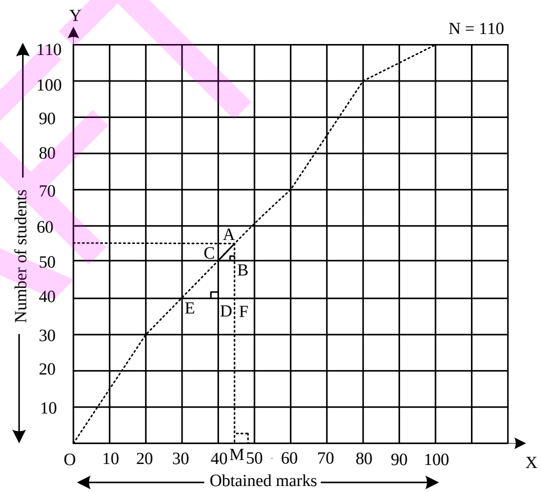
घन्टी : 8

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) निरन्तर तथ्याङ्कको शिक्षण गर्नुपूर्व व्यक्तिगत र खण्डित तथ्याङ्कको मध्यिका निकाल्ने विधिका बारेमा पुनरावलोकन गराउनुहोस् । त्यसपछि मात्र निरन्तर श्रेणीको शिक्षण सुरू गर्नुहोस् ।

1. एउटा निरन्तर श्रेणीको तथ्याङ्क लिई त्यसको सञ्चित बारम्बारतासमेत निर्माण गर्न लगाउनुहोस् ।

श्रेणी (x)	बरम्बारता (f)	सञ्चित बारम्बारता (cf)
0 – 10	15	15
10 – 20	15	30
20 – 30	10	40
30 – 40	10	50
40 – 50	10	60
50 – 60	10	70
60 – 70	15	85
70 – 80	15	100
80 – 90	5	105
90 – 100	5	110



AB = AM – BM

AB = $\frac{N}{2}$ - cf

BC = DF = x (let)

ED = I

$\triangle$ ABC $\sim$ $\triangle$ CDE

माथिको सञ्चित बारम्बारतालाई देखाउने वक्ररेखा खिचिएको लेखाचित्र कक्षाकोठामा प्रस्तुत गराउनुहोस् जहाँ जम्मा बारम्बारता $\sum f = 110$

जम्मा बारम्बारताको ठीक 50 % बाट x – axis सँग parallel हुने गरी doted line खिच्नुहोस् । जहाँ doted line र curve line intersect हुन्छ त्यही point बाट x – axis मा perpendicular line खिच्नुहोस् । उक्त line परेको विन्दु नै मध्यिका हुन्छ ।

DRAFT

मध्यिकाको निश्चित मान निकाल्नको लागि मध्यिका पर्ने वर्गान्तर श्रेणी पत्ता लगाइसकेपछि उक्त वर्गान्तरको तल्लो सीमामा निश्चित नम्बर जोड्दा आउने परिणाम नै मध्यिका हुन्छ भन्ने विषय चित्र तथा चार्टपेपरबाट स्पष्ट पार्नुहोस् ।

यहाँ मानौं मध्यिका 40 + a हुन्छ । अब समरूप त्रिभुज ΔABC र ΔCDE बाट

$$\frac{BC}{DE} = \frac{AB}{CD}$$

अब, चित्रबाट $\frac{a}{i} = \left(\frac{\frac{N}{2} - c.f}{f}\right)$

$$a = \left(\frac{\frac{N}{2} - c.f}{f}\right) \times I$$

a को मान प्रतिस्थापन गर्दा

मध्यिका $m_d = 40 + \left(\frac{\frac{N}{2} - c.f}{f}\right) \times I$ जहाँ 40 भनेको मध्यिका पर्ने वर्गान्तरको तल्लो सीमा (L) हो ।

त्यसैले $m_d = L + \left(\frac{\frac{N}{2} - c.f}{f}\right) \times I$ हुन्छ ।

अथवा

मध्यिका (Q_2 or m_d) = $\frac{\text{पहिलो चतुर्थास ९त}_{\text{ज्ञ}}\text{०' तेस्रो चर्तुथासं ९त}_{\text{घ०}}}{\text{द्द}}$

2. मूल्याङ्कन

यदि मध्यिका श्रेणी 30-40, मध्यिका श्रेणीभन्दा अघिल्लो श्रेणीको सञ्चित बारम्बारता 8 मध्यिका श्रेणीको बारम्बारता 14 र आँकडाको जम्मा पद सङ्ख्या 30 छ भने मध्यिका गणना गर्नुहोस् ।

3. गृहकार्य

(क) एउटा निरन्तर श्रेणीमा मध्यिका पर्ने श्रेणी = 20-30, बारम्बारताको योग N = 70, मध्यिका पर्ने श्रेणीभन्दा अघिल्लो श्रेणीको सञ्चित बारम्बारता c.f = 17, मध्यिका पर्ने श्रेणीको बारम्बारता f = p र मध्यिका मान M_d = 26 भए p को मान पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ख) आजको कक्षामा पढेका पाठको पुन: अभ्यास गरेर ल्याउन निर्देश गर्नुहोस् ।

घन्टी : 9

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) अघिल्लो दिनको गृहकार्य अवलोकन गरी आवश्यक पृष्ठपोषण दिनुहोस् ।

(ख) यस घन्टीमा विद्यार्थीहरूलाई मध्यिका निकाल्ने फरक फरक मोडेलका प्रश्नहरूको समाधान गर्न सिकाउनुहोस्।

DRAFT

(ग) मध्यिका निकाल्नको लागि मध्यिका पर्ने स्थान $= \frac{n}{2}$ औँ पद हुन्छ भन्ने जानकारी गराउनुहोस् ।

दिइएको आँकडाहरूको आधारमा मध्यिका पत्ता लगाउनुहोस् :

Marks obtained	10-20	20-30	30-40	40-50	50 - 60
No. of students	4	6	10	7	3

समाधान : मध्यिका निकाल्न तालिका बनाउँदा

Marks	**No. of students (f)**	**Cumulative frequency (cf)**
10-20	4	4
20-30	6	10
30-40	10	20
40-50	7	27
50-60	3	30

मध्यिका पर्ने स्थान$=\left(\frac{N}{2}\right)^{th}$ item$=\left(\frac{30}{2}\right)^{th}$ item $= 15^{th}$ item

15 लाई c.f.मा हेर्दा 15 नै नभएकाले 15 देखि माथिको नजिकको सङ्ख्या 20 लाई लिनु पर्दछ र त्यसको सिधाको वर्गान्तर (30-40) हुन्छ ।

$\therefore$ मध्यिका 30 - 40 को वर्गान्तरमा पर्दछ ।

यहाँ, $\frac{N}{2} = 15$, cf = 10, f = 10, i =10

Now,

मध्यिका $= \square \frac{\frac{N}{2} - c.f.}{f} \times i = 30 + \frac{15 - 10}{10} \times 10 = 30 + 5 = 35$

(ख) दिइएको आँकडाहरूको आधारमा मध्यिका पत्ता लगाउनुहोस् :

Marks obtained	0-10	0-20	0-30	0-40	0 - 50
No. of students (cf)	4	12	24	44	62

क्यलिस

प्रश्न अवलोकन गर्दा अन्य हिसाबभन्दा यसमा केही फरक पायौ होला । यस प्रश्नमा ‘f’ को ठाउँमा ‘cf’ को मान दिइएको छ । 0-50 को ठाउँमा 62 हुनु भनेको f लाई जोडेर लेखिएको जम्मा सङ्ख्या हो । पहिला समाधान गरेको

DRAFT

उदाहरणमा हामीले f लाई क्रमश जोडेर लेखिएको जम्मा सङ्ख्या आ थियो । अब त्यसको विपरीत, cf लाई क्रमश: घटाई f को मान निकाल्ने जस्तै $f_2 = cf_2 - cf_1$, $f_3 = cf_3 - cf_2$ हुन्छ भन्ने अवस्थाको जानकारी गराउनुहोस् ।

C.I.(x)	Frequency (f)	Cumulative frequency (c.f.)
0-10	4	4
10-20	12 – 4=8	12
20-30	24 – 12 = 12	24
30-40	44 – 24=20	44
40-50	62 – 44 = 18	62
	N = 62	

मध्यिका पर्ने स्थान $= \left(\frac{N}{2}\right)^{th}$ term $= \left(\frac{62}{2}\right)^{th}$ term $= 31^{th}$ term.

31 लाई c.f. मा हेर्दा 31 नै नभएकाले 31 भन्दा माथिको नजिकको सङ्ख्या 44 लाई लिनुपर्दछ र त्यसको सिधाको वर्गान्तर (30 - 40) हुन्छ ।

Where, $\ell = 30$, $i = 10$, $f = 20$, $c.f. = 24$

Now,

$$\text{Median } (M_d) = \ell + \frac{\frac{N}{2} - c.f.}{f} \times i$$

$$= 30 + \frac{31 - 24}{20} \times 10 = 30 + \frac{7 \times 10}{20}$$

$$= 30 + 3.5 = 33.5$$

3. यदि दिइएको तालिकाको मध्यिका **24** भए **x** को मान निकाल्नुहोस् :

Marks obtained	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
No. of students	4	12	x	9	5

समाधान

Marks obtained	Frequency (f)	Cumulative frequency (c.f.)
0-10	4	4
10-20	12	16
20-30	x	16+x
30-40	9	25+x

DRAFT

40-50	5	30+x
	N = 30 +x	

मध्यिका (M_d). 24

यहाँ $= \frac{N}{2} = \frac{30 + x}{2} = 15 + \frac{x}{2}$

हामीलाई थाहा छ,

$$\text{median} = \square \frac{\frac{N}{2} - \text{c.f.}}{f} \times i$$

or, $24 = 20 + \frac{15 + \frac{x}{2} - 16}{x} \times 10$ or, $24 - 20 = \frac{\frac{x}{2} - 1}{x} \times 10$

or, $4 = \frac{\frac{x-2}{2}}{x} \times 10$ or, $4 = \frac{x-2}{2x} \times 10$

or, $4 = \frac{(x-2)5}{x}$ or, $4x = 5x - 10$

or, $4x - 5x = -10$ or, $-x = -10$

□ $x = 10$

नोट : व्यक्तिगत श्रेणीमा मध्यिका र चतुर्थाँश पर्ने पद दशमलवमा आएमा विषेश ख्याल गर्नुपर्छ ।

जस्तै 2.25 औँ पद आएमा, 2.25 औँ पद = 2 औँ पद + 0.25 (तेस्रो पद – दोस्रो पद)

2.75 औँ पद आएमा, 2.75 औँ पद = 2 औँ पद + 0.75(तेस्रो पद – दोस्रो पद) भन्ने स्पष्ट पार्नुहोस् ।

DRAFT

घन्टी : **10**

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) विद्यार्थीहरूलाई अघिल्लो पाठको पुनरावलोकन गराउँदै चतुर्थासहरूको बारेमा पुन स्मरण गराउनुहोस् ।

(ख) चित्रात्मक प्रस्तुति द्वारा चतुर्थाशको पुनरावलोकन गराउनुहोस् पहिलो चतुर्थांश (Q_1) भनेको तथ्याङ्कको जम्मा बारम्बारताको पहिलो 25 % पदको मान हो जसलाई तल्लो चतुर्थांश पनि भनिन्छ । (Q_3) भनेको तथ्याङ्कको जम्मा बारम्बारताको पहिलो 75 % पदको मान हो जसलाई माथिल्लो चतुर्थांश वा तेस्रो चतुर्थांश भनिन्छ ।

माथिल्लो 75 % ले पाएको न्युनतम अङ्क

तल्लो 25 % ले पाएको अधिकतम अङ्क Q_1

माथिल्लो 50 % ले पाएको न्युनतम अङ्क

तल्लो 50% ले पाएको अधिकतम अङ्क Q_2 or M_d

माथिल्लो 25 % ले पाएको न्युनतम अङ्क

तल्लो 75 % ले पाएको अधिकतम अङ्क Q_3

(ग) निरन्तर श्रेणीको पहिलो चतुर्थासको लागि Q_1 पर्ने स्थान $= \frac{N}{4}$ औँ पद र Actual value of

$$Q_1 = l + \frac{\frac{N}{4} - cf}{f} \times i$$

तेस्रो चतुर्थांसको लागि Q_3 पर्ने स्थान $= \frac{3N}{4}$ औँ पद र Actual value of

$$Q_1 = l + \frac{\frac{3N}{4} - cf}{f} \times i$$

l= चाहिएको श्रेणी अन्तरको तल्लो सीमा

c.f = चाहिएको श्रेणी अन्तरभन्दा माथिलो श्रेणी अन्तरको सञ्चित बारम्बारता

f = चाहिएको श्रेणी अन्तरको बारम्बारता

i = श्रेणी अन्तरको आकार

जस्तै:

(घ) तल दिइएको आँकडाको पहिलो चतुर्थांश(Q_1) = 32 भए m को मान पत्ता लगाउनुहोस् :

Marks obtained	0-20	20-40	40-60	60-80	80–100
Frequency	2	5	m	4	2

समाधान : To find the value of m,

Marks	**f**	**cf**
0-20	2	2
20-40	5	7
40-60	m	7+m
60-80	4	11+m

DRAFT

80-100	2	13+m
	N = m + 13	

Q1को मान 32भएको हुनाले त्तज्ञको मान पर्ने वर्गान्तर 20-40हुन्छ ।

Now, ℓ ... $\frac{N}{4} = \frac{m+13}{4}$, i = 20

Then, $Q1 = \ell + \frac{\frac{N}{4} - c.f.}{f} \times i$

or, $32 = 20 + \frac{\frac{m+13}{4} - 2}{5} \times 20$ or, $32 - 20 = \frac{m + 13 - 8}{4} \times 4$

or, $12 = \frac{m+5}{4} \times 4$ or, $12 = m + 5$

or, $12 - 5 = m$ । $m = 7$

दिइएको तथ्याङ्कबाट माथिल्लो वा तेस्रो चतुर्थांश (Q_3)पत्ता लगाउनुहोस् :।

Weight (in kg)	30-35	35-40	40-45	45-50	50–55
No. of students	3	5	6	4	2

समाधान

Tabulation for the calculation of Q_3

Weight (kg)	f	cf
30-35	3	3
35-40	5	8
40-45	6	14
45-50	4	18
50 - 55	2	20
	N = 20	

Q3को स्थान. $3\left(\frac{N}{4}\right)^{th}$ term= $3\left(\frac{20}{4}\right)^{th}$ term= 3 × 5 = 15th term

अत: 15th term को निकटतम अधिकमान c.f. 18 भएकाले तेस्रो चतुर्थांश श्रेणी (45-50) हुन्छ ।

where ℓ ... $\frac{3N}{4} = 15$, cf = 14, f = 4, i =5.

DRAFT

We have, $Q_3 = \ell \dfrac{\frac{3N}{4} - c.f.}{f} \times i$

or, $Q_3 = 45 + \dfrac{15 - 14}{4} \times 5$

or, $Q_3 = 45 + 1.25$

or, $Q_3 = 46.25$

2. मूल्याङ्कन

(क) तल दिइएको आँकडाको तल्लो चतुर्थांश पत्ता लगाउनुहोस् :

प्राप्ताङ्क	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30
विद्यार्थी सङ्ख्या	4	10	14	12	6

(ख) तल दिइएको आँकडाको माथिल्लो चतुर्थांश पत्ता लगाउनुहोस् :

प्राप्ताङ्क	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
विद्यार्थी सङ्ख्या	5	8	10	14	3

3. गृहकार्य

(क) तलको तालिकामा 30 जना विद्यार्थीहरूले एउटा परीक्षामा प्राप्त गरेका प्राप्ताङ्क देखाइएको छ । यदि 25% विद्यार्थीमात्र अनुतीर्ण गराउन उत्तीर्णाङ्क कति बनाउनुपर्छ ?

Marks	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
No.of students	3	5	9	6	3	2

(ख) तलको तालिकामा 22 जना विद्यार्थीहरूको एउटा परीक्षामा प्राप्त गरेका प्राप्ताङ्क देखाइएको छ । यदि 75% विद्यार्थीहरूमात्र अनुतीर्ण गराउन उत्तीर्णाङ्क कति बनाउनु पर्छ ?

Marks	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
No.of students	4	3	6	4	3	2

घन्टी : 11

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) अघिल्लो दिनको गृहकार्य अवलोकन गरी आवश्यक पृष्ठपोषण दिनुहोस् ।

(ख) विद्यार्थीहरूलाई समुहमा विभाजन गरी हरेक समूहलाई फरक फरक निम्न प्रश्नहरू हल गर्न लगाउनुहोस् ।

समुह क: a) तल दिइएको आँकडाको पहिलो चतुर्थांश(Q_1) = 32 भए m को मान पत्ता लगाउनुहोस् :

DRAFT

Marks obtained	0-20	20-40	40-60	60-80	80–100
Frequency	2	5	m	4	2

समुह खः b) तलको आँकडाको माथिल्लो चतुर्थांश 45भए m को मान पत्ता लगाउनुहोस् :

Marks obtained	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
No. of studets (*f*)	m	5	4	6	5

समुह गः c) तलको आँकडाको तल्लो चतुर्थांश 15 भए y को मान पत्ता लगाउनुहोस् ।

Marks obtained	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
No. of studets (*f*)	5	y	10	8	12

समुह घः d) तलको आँकडाको माथिल्लो चतुर्थांश62 भए x को मान पत्ता लगाउनुहोस् ।

Age	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
No. of workers (*f*)	50	x	85	45	30

DRAFT

2. मूल्याङ्कन

(क) तल दिइएको तथ्याङ्कबाट प्रथम चतुर्थांश (Q_1) पत्ता लगाउनुहोस् :

श्रेणी अन्तर	0 – 50	0 – 100	0 – 150	0 – 200	0 – 250	0 – 300
बारम्बारता	3	10	20	28	34	35

(ख) यदि दिइएको तथ्याङ्कको तेस्रो चतुर्थांश 148 भए a को मान पत्ता लगाउनुहोस् :

प्राप्ताङ्क	40 – 80	40 – 120	40 – 160	40 – 200
विद्यार्थी सङ्ख्या	8	20	20 + a	26 + a

3. गृहकार्य

(क) यदि दिइएको तथ्याङ्कको पहिलो चतुर्थाँस 8 भए x को मान पत्ता लगाउनुहोस् ।

प्राप्ताङ्क	0 – 5	5 – 10	10 – 15	15 – 20	20 – 25
विद्यार्थी सङ्ख्या	10	10	x	8	2

(ख) यदि दिइएको तथ्याङ्कको तेस्रो चतुर्थांश 62 भए x को मान पत्ता लगाउनुहोस् ।

Age	30 – 40	40 – 50	50 – 60	60 – 70	70 – 80
No. of workers	50	x	85	45	30

(ग) पाठ्यपुस्तकको अभ्यास 17.2 को प्रश्न नं 2, 3 र 4 हल गर्न लगाउनुहोस् ।

घन्टी : 12

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) विद्यार्थीहरूलाई निम्न तथ्याङ्कहरू राखिएको चार्टपेपर कक्षाकोठामा प्रस्तुत गरी उक्ततथ्याङ्क अवलोकन गर्न लगाउनुहोस् :

fig (i)

प्राप्ताङ्क(X)	0 – 20	20 – 40	40 – 60	60 – 80	80 – 100
विद्यार्थी सङ्ख्या(f)	5	10	9	6	5

fig (ii)

मध्यमान(m)	10	20	30	40	50
बारम्बारता(f)	5	10	9	6	5

(ख) विद्यार्थीले दिइएको उत्तरको मूल्याङ्कन गर्दै केन्द्रीय मान वा मध्यमान दिइएको अवस्थामा उक्त तथ्याङ्कको श्रेणी अन्तर के के हुन सक्छन् छलफल गराउनुहोस् ।

दोस्रो मध्यमान र पहिलो मध्यमानको फरकलाई 2 ले भागगरी आउने सङ्ख्या हरेक मध्यमानबाट घटाउदा तल्लो श्रेणी (lower limit) र उक्त मध्यमानमा जोड्दा माथिल्लो श्रेणी (upper limit) आउने क्रियाकलापहरू विभिन्न उदाहरण लिई प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

जहाँ $\frac{15-5}{2} = 5$ अब, हरेक मध्यमानमा 5 घटाउने र जोड्ने गर्दा हरेक मध्यमानबाट वर्गान्तर निकाल्न सकिन्छ ।

5	5 – 5–5 + 5	0 – 10	2
15	15 – 5 – 15 + 5	10 – 20	6
25	25 – 5–25 + 5	20 – 30	3
35	35 – 535 + 5	30 – 40	1
45	45 – 545 + 5	40 – 50	7

DRAFT

(ग) मध्यमान दिइएको तथ्याङ्कबाट पनि अघिल्लो घन्टीहरूमा पढेको निरन्तर श्रेणीको जस्तै वर्गान्तर तालिका निर्माण भएको निष्कर्ष निकाल्नुहोस् ।

(घ) मध्यमानबाट तथ्याङ्कलाई वर्गान्तर भएको तथ्याङ्कमा रूपान्तरण गरिसकेपछि अन्य तथ्याङ्कअनुसार नै मध्यिका तथा पहिलो तथा तेस्रो चतुर्थांश निकाल्न सकिन्छ भन्ने उदाहरण सहित छलफल गराउनुहोस् ।

2. मूल्याङ्कन

तल दिइएको तथ्याङ्कलाई वर्गान्तरमा श्रेणीमा रूपान्तरण गर्नुहोस् ।

(क)

Mid point	12	16	20	24	28	32	36	40
Frequency	5	11	17	13	15	20	12	8

(ख)

Mid point	7.5	12.5	17.5	22.5	27.5	32.5	37.5
Frequency	5	9	14	12	16	6	3

3. गृहकार्य

तलको तालिका लाई वर्गान्तर श्रेणीमा रूपान्तर गरी मध्यिका पत्ता लगाउनुहोस् :

(क)

Mid point	8	16	24	32	40	48	56
Frequency	12	22	34	40	22	15	5

DRAFT

घन्टी : 13

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) अघिल्लो पाठको पुनस्मरण गराउदै फरक फरक तालिकामा तयार पारिएका तथ्याङ्क अवलोकन गर्न लगाउनुहोस् ।

तालिका 1

श्रेणी	0 – 10	10 – 20	20 – 30	30 – 40
बारम्बारता	3	5	4	7

तालिका 2

श्रेणी	11 – 20	21 – 40	41 – 60	61 – 81	81 – 100
बारम्बारता	4	7	12	8	4

तालिका 3

श्रेणी	4 – 8	10 – 14	16 – 20	22 – 26
बारम्बारता	2	5	7	3

(a) माथिको तथ्याङ्क देखाउदै के सबै निरन्तर श्रेणीका तथ्याङ्कहरू नै हुन् त ?

(b) हरेक तालिकामा रहेका वर्गान्तर श्रेणीहरूमा एक अर्को वर्गान्तर श्रेणी बिचको फरक कति छ ? भनी प्रश्न गर्नुहोस् ।

(c) हरेक तालिकामा रहेका वर्गान्तर श्रेणीहरूमा समानता छ वा भिन्नता यदि भिन्नता छ भने के भिन्नता छ, भनी प्रश्न गर्नुहोस् ।

(ख) विद्यार्थीबााट आएको उत्तर मध्यनजर गर्दै आवश्यकताअनुसार स्पष्ट पारिदिनुहोस् ।

जहाँ तथ्याङ्को class interval दुई प्रकारको हुन्छ ।

i. Exclusive data ii. Inclusive data

Exclusive data मा हरेक वर्गान्तरको तल्लो सीमा र माथिल्लो सीमाबाहेक त्यो भित्रका मानहरू include हुन्छन् ।

Inclusive data मा तल्लो सीमा र माथिल्लो सीमासहित त्यो भित्रमा सबै मानहरू include हुन्छन् ।

(ग) Inclusive data लाई Exclusive data मा किन परिवर्तन गर्नुपर्छ र परिवर्तन गर्ने प्रक्रियाहरू सकाउनुहोस् ।

(घ) विद्यार्थीहरूलाई दुई समूहमा विभाजन गरी माथिको तालिका २ र ३ हल गर्न लगाउनुहोस ।

2. मूल्याङ्कन

दिइएको निम्न तथ्याङ्कलाई exclusive data मा रूपान्तरण गर्नुहोस् :

श्रेणी	10 – 19	20 – 29	30 – 39	40 – 49	50 – 59	60 – 69
बारम्बारता	10	15	20	15	10	8

DRAFT

3. गृहकार्य

(क) आजको पाठको साराशं लेख्नुहोस् । अथवाInclusive data लाई Exclusive data मा रूपान्तरण गर्ने प्रकृयाहरू लेख्नुहोस् ।

(ख) दिइएको तथ्याङ्कबाट मध्यिका निकाल्नुहोस् :

श्रेणी	4 – 8	10 – 14	16 – 20	22 – 26
बारम्बारता	2	5	7	3

घन्टी : **14**

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) विद्यार्थीहरूलाई स्वास्थ्य जनसङ्ख्या तथा वातावरण शिक्षाबाट एउटा तथ्याङ्क टिपोट गर्न लगाउनुहोस् । नेपालमा वि. सं 2068 सालमा गरिएको सर्वेक्षणमा निम्नअनुसारको उमेर विशिष्ट प्रजनन् दर दिइएको छ ।

उमेर (Age)	उमेर विशिष्ट प्रजनन् दर (ASFR per 1000)
15-19	81
20-24	187
25-29	126
30-34	71
35-39	33
40-44	14
45-49	5

प्रश्नहरू : (ख) प्रस्तुत तथ्याङ्क र विगतमा हिसाब गर्दा आएका निरन्तर श्रेणीका तथ्याङ्कहरू बिचमा के समानता वा भिन्नता छ भनी छलफल गराउनुहोस् ।

(ग) (10-20), (20-30), (30-40), (40-50),… जस्ता तथ्याङ्कहरू exclusive data हुन् जसमा हरेक वर्गान्तरको तल्लो सीमा र त्योभन्दा माथिका मान पर्दछन् तर माथिल्लो सीमा नपरी त्यो भन्दा तलका मान मात्र पर्दछन् ।

नोट अधिकांश विद्यार्थीहरू मध्येका तथा चतुर्थांश अध्ययनको समयमा अङ्क 40, (30-40), वा (40-50) कुन वर्गान्तरमा पर्दछ भनेर अन्योलमा पर्दछन् । त्यसबेला विद्यार्थीहरूलाई यसरी प्रति प्रश्न गर्नुहोस् कि यदि तपाईले 40 अङ्क प्राप्त गर्नु भएमा आफ्नो अङ्कलाई (30-40) वा (40-50) कुन श्रेणीको अङ्क भन्नुहुन्छ ? **40 अङ्क(40-50)** को श्रेणीमा पर्ने कुरा प्रष्ट बनाउने

(घ) उमेर सम्बन्धमा 1 वर्ष 11 महिना 29 दिनलाई पनि 1 वर्षमा नै लिइन्छ । तसर्थ 10 पुरा नहुँदा सम्म (5-9) वर्ष समूह , 15 वर्ष पुरा नहुँदा सम्म (10-14) उमेर समूह आदिमा गणना गरिन्छ । तर यस किसिमका तथ्याङ्क निरन्तर श्रेणीमा नपर्ने भएकाले गणितीय समाधानका लागि यस्तो तथ्याङ्कलाई exclusive तथ्याङ्कमा रूपान्तरण गरी निरन्तर श्रेणीमा बदल्नु पर्ने कुरा प्रष्ट पारिदिनुहोस् ।

(ङ) दोस्रो श्रेणीको तल्लो वर्गान्तरबाट पहिलो श्रेणीको माथिल्लो वर्गान्तर घटाई आएको फरकलाई 2 ले भाग गर्ने, जस्तै $\frac{20-19}{2} = \frac{1}{2} = 0.5$

(च) हरेक वर्गान्तरको तल्लो श्रेणीबाट 0.5 घटाउने र माथिल्लो श्रेणीमा 0.5 जोड्ने

जस्तै :(15 – 0.5 to 19 + 0.5) वा (14.5 – 19.5)

(20 – 0.5 to 24 + 0.5) वा (19.5 – 24.5)

(25 – 0.5 to 29 + 0.5) वा (24.5 – 29.5)

यस्तै प्रकारले निरन्तर श्रेणीमा रूपान्तर गर्ने तरिका प्रष्ट पार्नुहोस् ।

(छ) यसरी वर्गान्तरमा परिवर्तन गरेतापनि बारम्बारतामा भने कुनै परिवर्तन गर्न मिल्दैन । बारम्बारता सुरूकै कायम रहन्छ भन्ने स्पष्ट पार्नुहोस् ।

2. मूल्याङ्कन

एउटा कम्पनीमा काम गर्ने **65** जना कामदारहरूको ज्याला निम्नअनुसार रहेको छ । उक्त तथ्याङ्क बाट पहिलो चतुर्थांश पत्ता लगाउनुहोस् :

DRAFT

Wages(in Rs)	50-59	60-69	70-79	80-89	90-99	100-109
no. of workers	15	10	18	12	8	2

3. गृहकार्य

तलको तालिकाबाट तेस्रो चतुर्थांश पत्ता लगाउनुहोस् :

Marks	20-29	30-39	40-49	50-59	60-69
No. of students	8	10	14	17	9

घन्टी : 15

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) विद्यार्थीहरूलाई तल दिइएका दुई तथ्याङ्कहरू अवलोकन गर्न लगाउनुहोस् :

Marks	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
No. of students	6	4	3	7	8

Marks	Less than 10	10-20	20-30	30-40	More than 40
No. of students	6	4	3	7	8

माथिकादुई ओटा तथ्याङ्कमा पाइने भिन्नताका बारेमा छलफल चलाउनुहोस् ।

(ख) निरन्तर श्रेणीमा closed end class र open end class गरी तथ्याङ्क दुई प्रकारका हुन्छन् । जसमा closed end class भन्नाले तथ्याङ्कको तल्लो श्रेणीको तल्लो सीमा र माथिल्लो श्रेणीको उपल्लो सीमा निश्चित किटान गरिएको तथ्याङ्क भन्ने प्रष्ट पार्नुहोस् ।

(ग) निरन्तर तथ्याङ्कको तल्लो श्रेणीको तल्लो सीमा र माथिल्लो श्रेणीको उपल्लो सीमा तोकिएको (clearly determined)छैन भने त्यो तथ्याङ्कलाई open end class भनिन्छ भन्ने प्रष्ट पार्नुहोस् ।

(घ) open end class बाट तथ्याङ्कको lower limit र upper limit निश्चित नहुने हुनाले अन्य श्रेणीको फरकको आधारमा पहिलो श्रेणीको lower limit र अन्तिम श्रेणीको upper limit राख्न सकिन्छ

(ङ) मध्यिका सबै श्रेणीहरूमा आधारित नहुने र मध्यकमा भने सुरूदेखि अन्त्यसम्मका सम्पुर्ण तथ्याङ्कहरू निश्चित दिइएको हुनुपर्छ भन्ने पुनरावलोकन गराउनुहोस् ।

2. मूल्याङ्कन

Marks	Less than 10	10-20	20-30	30-40	More than 40
No. of students	10	15	3	9	10

DRAFT

3. गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 194 को अभ्यास 17.2 को प्रश्न न. 8 र 10 गर्न लगाउनुहोस् ।

घन्टी : 16

एकाइ परीक्षा

1. तल दिइएको आँकडाबाट 10 श्रेणीको अन्तरमा बारम्बारता बनाई मध्यक निकाल्नुहोस् :

   5, 7, 7, 9, 12, 18, 19, 20, 22, 27, 29, 31, 33, 36, 40, 41, 44, 45, 49

2. तल दिइएको तथ्याङ्कको मध्यिका $m_d = 24$ भए x को मान निकाल्नुहोस् :

Marks obtained	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
N0.of students	4	12	x	9	9	5

3. दिइएको आँकडाअनुसार तल्लो 25% विद्यार्थीहरूले प्राप्त गरेको न्यूनतम अङ्क पत्ता लगाउनुहोस् :

C .I	0-20	20-40	40-50	50-60	60-80	80-100
f	5	10	15	9	6	5

4. दिइएको आँकडाअनुसार माथिल्लो 25% विद्यार्थीहरूले प्राप्त गरेको न्यूनतम अङ्क पत्ता लगाउनुहोस् :

Weight (in kg)	30-35	35-40	40-45	45-50	50-55
No.of students	3	5	6	4	2

5. एउटा पसलको मध्यिका बिक्री रू 2400 (24) दिइएको छ । सो पसलको बिक्रीहरूको वितरण तालिकाबाट छुटेको बारम्बारता पत्ता लगाउनुहोस् :

Sales (in hundred Rs.)	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
No. of shops	5	?	25	18	7

DRAFT

एकाइ १८ : सम्भाव्यता

अनुमानित घन्टी : 11

परिचय

साधारणतया पछि हुन सक्ने अनिश्चित घटनाहरूको व्याख्या विश्लेषण गर्न प्रयोग गरिने तथ्याङ्क शास्त्रलाई नै सम्भाव्यता भनिन्छ जस्तै: आकाशमा बादल लागेको देखेर पानी पर्ला भन्ने अनुमान गर्नु, विद्यार्थीले परीक्षामा आफूले मिलाएका प्रश्नका आधारमा आउने नम्बरको अनुमान गर्नु आदि सम्भाव्यता सँग सम्बन्धित विषयवस्तु हुन् । फुटबल म्याचमा जित्ने विषय, परिक्षामा आफूले सोचेअनूसार अङ्क ल्याउने विषय आदिमा निश्चित उत्तर दिन सकिँदैन, त्यहाँ रहेको वस्तुस्थितिको आधाारमा अनुमान मात्र गर्न सकिन्छ त्यही अनुमानलाई नै सम्भाव्यता भनिन्छ ।

सम्भाव्यताको धारणा तथा विकास जुवा खेल्ने (Gambling) कार्यको अनुसन्धानको क्रममा अगाडि बढेको देखिन्छ । जसको सुरूवात Gambler Chevalier de Mere (1654 AD) ले गरेको पाइन्छ । सम्भाव्यता सिद्धान्तमा सबैभन्दा पहिला कामको थालनी गर्ने व्यक्ति French Mathematician Blaise Pascal र Pierre de Fermat हुन् । जसले सम्भाव्यताका समस्याहरूको छुट्टाछुटै रूपमा समाधान निकालेका छन् । सम्भाव्यता सम्बन्धी पहिलो पुस्तक निकाल्ने व्यक्ति Italian mathematician J. Cardan (1501 – 1576) हुन् । जुन पुस्तकको शीर्षक "Book on games of chance" रहेको थियो ।

सक्षमताहरू : दैनिक जिवनमा सम्भाव्यताको प्रयोग र समस्या समाधान

सिकाइ उपलब्धि : पारस्पारिक निषेधक (mutually exclusive) घटनाहरूका लागि जोड र गुणन सिद्धान्तको प्रयोग गरी सम्भाव्यता पत्ता लगाउन,

पराश्रित घटना (dependent events) र अनाश्रित घटनाहरूको सम्भाव्यता सम्बन्धी समस्याहरू हल गर्न

विषयवस्तु विभाजन र सिकाइ सामाग्री :

घन्टी	विषयवस्तु	सिकाइ सामाग्री
1.	पुनराबलोकन, सिक्का र घनाकार डाइस सम्बन्धी जानकारी	सिकाइ सामाग्री, सिक्का, घनाकार डाइस, सम्भाव्यता सम्बन्धी विभिन्न शब्दहरूको परिभाषा लेखिएको चार्टपेपर घटनाहरू पारस्परिक निषेधक हुदाँ, अनाश्रित र पराश्रित हुदाँका विभिन्न अवस्थाहरूको सुत्र लेखिएको चार्टपेपर
2.	तास सम्बन्धी जानकारी	
3.	पारस्पारिक निषेधक घटनाहरू र जोडको सिद्धान्त	
4.	पारस्पारिक निषेधक नभएका घटनाहरू र जोडको सिद्धान्त	
5.	पारस्पारिक निषेधक घटनासँग सम्बन्धित शाब्दिक समस्या	
6.	अनाश्रित घटनाहरूको जोड तथा गुणन सिद्धान्त	
7.	पराश्रित घटनाहरूको जोड तथा गुणन सिद्धान्त	
8.	पराश्रित घटना र वृक्षचित्र सम्बन्धी समस्या	
9.	अनाश्रित घटना र वृक्षचित्र	
10.	व्यावहारिक जिवनसँग सम्बन्धित शाब्दिक समस्या	

DRAFT

11.	एकाइ परिक्षा	प्रश्नपत्र

घन्टी : 1

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) सम्भाव्यता शिक्षणका लागि व्यवहारिक उदाहरणबाट नै कक्षा क्रियाकलापको सुरूवात गर्नुहोस् । जस्तै : आज आज घाम लाग्ने सम्भाव्यता कति छ ? क्यारेमवोर्डको एउटा सेतो गोटीलाई उर्फादा सेतो रङ्गको पाटो पर्ने सम्भाव्यता कति छ ?1 देखि 6 सम्म अङ्क अङ्कित घनाकार डाइसलाई उर्फादा 4 को अङ्क पर्ने सम्भाव्यता कति छ ? त्यसै गरी 7 को अङ्क पर्ने सम्भाव्यता कति छ ? आदि उदाहणबाट सम्भाव्यता खासगरी कुनै घटना तथा सम्भावनाहरूको गन्तीमा आधारित छ भन्ने कुरा स्पष्ट पार्नुहोस् ।

जहाँ प्रयोगाश्रित सम्भाव्यता= $\frac{\text{परिणाम संख्या}}{\text{कुल परिक्षण संख्या}}$ वा

$$P(E) = \frac{\text{अनुकुल परिणाम संख्या ल९ट०}}{\text{कुल परिणाम संख्याल९क०}}$$

(ख) सिक्काको एउटा पाटोलाई H (Head) र अर्को पाटोलाई T (Tail) ले जनाउदै एउटा सिक्का उफार्नुहोस् र सिक्का उफार्दा H र T आउने सम्भाव्यताको टिपोट गर्नुहोस् ।

$P(H) = \frac{1}{2}$, $P(T) = \frac{1}{2}$

(ग) दुई जना विद्यार्थीलाई अगाडि राखी दुवैलाई एक एक ओटा सिक्का उफार्न लगाउनुहोस् र दुई ओटा सिक्का सँगसँगै उफार्दा आउन सक्ने सम्भाव्यताको नमुना क्षेत्र टिपोट गराउनुहोस् ।

S = {HH, HT, TH, TT}

माथिको नमुना क्षेत्रबाट निम्न विषयहरूसमेत स्मरण गराउनुहोस् ।

दुई ओटा सिक्काहरू एकै चोटी उफार्दा

कम्तीमा एउटा H आउने सम्भावना= {HH, HT, TH}= बढिमा एउटा T आउने सम्भावना= {HH, HT, TH}

बढिमा एउटा H आउने सम्भावना = {TT, HT, TH} = कम्तिमा एउटा T आउने सम्भावना = {TT, HT, TH}

(ग) एउटा घनाकार डाइस उफार्दा आउन सक्ने सम्पूर्ण सम्भावनाहरूको परीक्षण गराउनुहोस् । $P(1) = \frac{1}{6}$, $P(2) = \frac{1}{6}$, $P(3) = \frac{1}{6}$, $P(4) = \frac{1}{6}$, $P(5) = \frac{1}{6}$, $P(6) = \frac{1}{6}$

Equally likely outcomes को पनि जानकारी गराउनुहोस् ।

(घ) सम्भाव्यता कुन अवस्थामा 0 र कुन अवस्थामा 1 हुन्छ भन्ने, विषयमा विभिन्न उदाहरणहरू दिनुहोस् ।

निम्न प्रश्नहरू सोध्नुहोस् ।

(i) 1 देखि 6 सम्म अङ्क अङ्कितघनाकार Dice लाई उफार्दा 9 आउने सम्भाव्यता कति हुन्छ ? (0)

(ii) एउटा महिलाले सोमबार नै बच्चा जन्माउने सम्भाव्यता कति हुन्छ ? $\left(\frac{1}{7}\right)$

DRAFT

(iii) सुर्य पूर्वबाट उदाउने सम्भाव्यता कति हुन्छ ? (1)

(iv) आकासतर्फ फालिएको बल भुइँमा झर्ने सम्भाव्यता कति हुन्छ । (1)

माथिको तिन ओटै घटनाहरू निश्चित छन् । जहाँ I को सम्भाव्यता 0 छ भने II र III को सम्भाव्यता 1 छ । त्यसैले माथिको सम्भाव्यता 0 र 1 हुने अवस्था सँग केन्द्रित छ वा सम्भाव्यताको मान 0 बाट सुरू भई 1 मा अन्त्य हुन्छ भन्ने स्पष्ट पार्नको लागि अन्य थप उदाहरणहरूसमेत दिनुहोस् ।

2. मूल्याङ्कन

(क) एउटा घनाकार डाइसलाई गुडाउदा 4 पल्टने सम्भाव्यता कति हुन्छ ? पत्ता लगाउनुहोस् । एउटा सिक्कालाई दुईपटक उफार्दा दुवै पटक H आउने सम्भावना कति होला ?

3. गृहकार्य

(क) 1 देखि 20 सम्मका प्राकृतिक सङ्ख्याहरूबाट जोर सङ्ख्या पर्ने सम्भाव्यता कति हुन्छ ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ख) 3 देखि 32 सम्म लेखिएको सङ्ख्या पत्तीहरूबाट नहेरिकन एउटा पत्ति थुत्दा सो पत्ती रूढ सङ्ख्या पर्ने सम्भाव्यता पत्ता लगाउनुहोस् ।

DRAFT

घन्टी : 2

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) विद्यार्थीहरूलाई समूहमा विभाजन गरी हरेक समूहलाई एक एक प्याकेट तास उपलब्ध गराउनुहोस् ।

(ख) तासको पत्तीहरू गन्न लगाई रातो कालो तास छुट्याउन लगाउनुहोस् ।

(ग) रातो तासभित्र रहेका पान र इँटा त्यसैगरी कालो तासभित्र रहेको चिडी र सुरत छुट्याउन लगाउनुहोस् ।

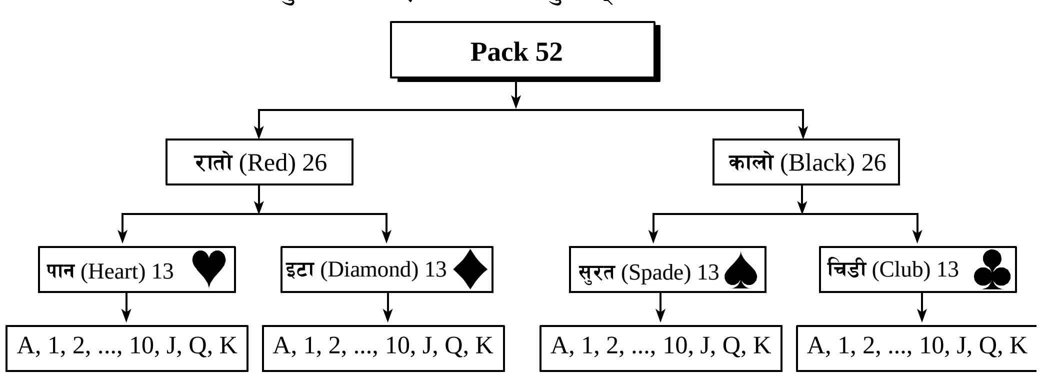
(घ) विद्यार्थीबाट आएको निष्कर्षको टिपोट गर्दै निम्न चार्टपेपर समेत प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

तास सम्बन्धी जानकारी (Information about cards)

A $\rightarrow$ एक्का (Ace), **K** $\rightarrow$ राजा वा बादशाह (King),

Q $\rightarrow$ रानी वा मिस्सी (Queen), **J** $\rightarrow$ गुलाम (Jack),

K, **Q** र **A** लाई अनुहार भएका तास (face cards) हरू भनिन्छ । त्यसैले एक प्याकेट तासमा 12 ओटा अनुहारहरू भएका तासहरू हुन्छन् ।



Note:*The probability of impossible event P(E) = 0 and the probability of certain event P(C) = 1.*

माथिको क्रियाकलाप तथा चार्टपेपरबाट निम्न विषयवस्तुमाथि छलफल गराई प्राप्त निष्कर्षको टिपोट गर्नुहोस् :

(i) Heart, diamond, club र spade मा जम्मा कति कति ओटा पत्ति हुन्छन् ?

(ii) Ace card कति ओटा छन् ? King. Queen र Jack कार्डहरू कति कति ओटा छन् ?

(iii) अनुहार भएको तास कति ओटा छन् ? काला तास कति ओटा छन् ? र राता तास कति ओटा छन्, आदि

2. मूल्याङ्कन

52 ओटा पत्ति भएको तासको एउटा प्याकेटबाट एउटा तास निकाल्दा निम्न तासहरू आउने सम्भाव्यता निकाल्नुहोस् ।

(i) इँट्टाको एक्का

(ii) कालो तास

(iii) कालो बादशाह

(iv) रातो मिस्सी

3. गृहकार्य

(क) 52 वटा पत्ति भएको तासको एउटा प्याकेटबाट नहेरिकन एउटा तास निकाल्दा निम्न लिखित सम्भाव्यता कति हुन्छ ?

(i) गुलाम वा एक्का पर्ने

(ii) पानको एक्का र हुकुमको राजा पर्ने

(ख) पाठ्यपुस्तकको अभ्यास 18.1 को प्रश्न न. 3 गर्न लगाउनुहोस् ।

घन्टी : 3

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) कुनै पनि तथ्याङ्ककीय प्रयोगमा वा एउटा वस्तुको परीक्षणमा दुई वा दुईभन्दा बढी घटनाहरू सँगसँगै एकै समयमा घट्न सक्दैनन् भने त्यस्ता घटनालाई पारस्पारिक निषेधक घटना भनिन्छ । एउटा घटनाले अर्को घटना घट्न सक्ने सम्भावनालाई निषेध गर्छ जस्तो सिक्कामा H ले T पर्ने सम्भावनालाई निषेध गर्छ त्यस्तै T ले H पर्ने सम्भावनालई निषेध गर्छ । डाइसमा 1 लेखिएको अङ्क पर्दा उक्त 1 ले अन्य अङ्क पर्ने सम्भाव्यतालाई निषेध गरेको हुन्छ । त्यस्तै आइतबार पर्ने सम्भावनाले अन्य दिनहरू पर्ने सम्भावनालाई निषेध गर्छ ।

(ख) जसलाई समूह पाठसँग सम्बन्धित गराएर अलग्गिएका समूहका रूपमा पनि पारस्पारिक निषेधक घटनालाई व्यक्त गर्न पनि सकिन्छ भन्ने जानकारी दिनको लागि उदाहरण तथा चित्रको प्रयोग गर्नुहोला ।

(ग) सम्भाव्य परिणामहरू बिचमा एक आपसमा अन्तरसम्बन्ध नहुनुलाई पनि पारस्पारिक निषेधक घट्नाका रूपमा लिन सकिन्छ । यदि A र B दुई पारस्पारिक निषेधक घटनाहरू हुन भने $P(A \cap B) = 0$ र $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ हुन्छ भनी छलफल गराउनुहोस् ।

जस्तै, एउटा 52 पत्ति तासको प्याकेटबाट एउटा पत्ति तास छान्दा उक्त पत्ती कालो वा रातो तास पर्ने सम्भावना निकाल्नुहोस् ।

P(Red or black) = P(R) or P(B)

$= \frac{26}{52} + \frac{26}{52}$

$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$= 1$

(घ) विद्यार्थीहरूलाई 4 समूहमा विभाजन गरी प्रत्येक समूहलाई निम्न एक एक ओटा प्रश्न हल गर्न लगाई प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

समूह क :A र B दुई पारस्पारिक निषेधित घटना हुन् जसमा $P(A) = \frac{1}{4}$ र $P(B) = \frac{1}{2}$ छ भने,

$P(A \cup B)$ र $n(\overline{A \cup B})$ पत्ता लगाउनुहोस् ।

समूह ख :B र C दुई पारस्पारिक निषेधित घटना हुन् जसमा 3P(B) = 12 र P(C) = 0.6 छ भने,

$P(B \cup C)$ र$n(\overline{B \cup C})$ पत्ता लगाउनुहोस् ।

समूह ग :Q र R दुई पारस्पारिक निषेधित घटना हुन् जसमा n(Q) = 9 र n(R) = 6 भए,

$P(Q \cup R)$ र$n(\overline{Q \cup R})$ पत्ता लगाउनुहोस् ।

समूह घ :M र N दुई पारस्पारिक निषेधित घटना हुन् जसमा $P(M) = \frac{5}{8}$ र $P(N) = \frac{1}{8}$ छ भने,

$P(M \cup N)$ र$n(\overline{M \cup N})$ पत्ता लगाउनुहोस् ।

2. मूल्याङ्कन

(क) 52 पत्ति तासको एउटा प्याकेट तासबाट एउटा पत्ति तास थुत्दा राजा वा एक्का पर्ने सम्भाव्यता पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ख) कक्षा 10 मा रहेका 20 जना विद्यार्थीहरूको सर्वेक्षणमा 12 जनाले दुध मन पराउने, 8 जनाले कफी मन पराउने भने उक्त तथ्याङ्कबाट एक जना विद्यार्थी छान्दा दुध वा कफी मन पराउने सम्भाव्यता कति हुन्छ होला ?

3. गृहकार्य

(क) Aर B दुई ओटा पारस्परिक निषेधक घटनाहरू हुन् यदि n(A) = 6 & n(B) = 3 तथा n(S) = 18 भए $P(A \cup B)$ को मान निकाल्नुहोस् ।

(ख) 52 पत्ति भएको तासको एक प्याकेटबाट नहेरिकन एउटा पत्ति निकाल्दा

(i) उक्त पत्ति राजा वा अनुहार नभएको तास पर्ने सम्भावना कति हुन्छ ?

(ii) सो थुतिएको पत्ति सुरत वा चीडी पर्ने सम्भाव्यता कति हुन्छ ?

(ग) 1 देखि 30 सम्म लेखिएको सङ्ख्या पत्तिबाट नहेरिकन एउटा पत्ती निकाल्दा 5 अथवा 9 ले नि:शेष भाग जाने सङ्ख्या पत्ती पर्ने सम्भाव्यता कति हुन्छ ।

DRAFT

घन्टी : 4

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) कुनै दुईओटा वस्तुहरूको सँगसगै परीक्षण गर्दा एउटा परिमाणले अर्को घटनाको परिणामलाई असर गर्दैन भने त्यस्ता घटनाहरूलाई अनाश्रीत घटना (Independents events) भनिन्छ भनी परिचित गराउनकालागि सँगसगै दुई ओटा डाइसको परीक्षण गराउन निम्न चार्ट पेपर समेत प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

(ख) पहिलो डाइसमा 1 देखि 6 सम्मका अङ्कहरू पर्दा दोस्रो डाइसमा पनि जुन सुकै अङ्क पर्न सक्छ एउट डाइसमा परेको अङ्कले अर्को डाइसमा आउने अङ्कलाई कुनै असर पार्दैन भन्ने स्पष्ट पार्नुहोस् ।

(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

(ग) यदि घटनाहरू स्वतन्त्र छन् भने पहिलो घटना A र दोस्रो घटना B को सम्भाव्यता = P(A) × P(B) हुन्छ भन्ने देखाउन विभिन्न उदाहरणहरू गराउनुहोस् :

(i) एउटा डाइस र एउटा सिक्का एकै चोटी उफार्दा डाइसमा 3 पर्ने र सिक्कामा टाउको पर्ने सम्भाव्यता कति हुन्छ ?

(ii) एउटा सिक्कालाई दुई पटक उफार्दा दुवैपटकमा आउने सम्भाव्यता कति हुन्छ ?

(iii) एउट तासको प्याकेटबाट एउट पत्ती नहेरिकन झिक्दा बादशाह नपर्ने र एउटा डाइसलाई एकपटक उफार्दा 6 नपर्ने सम्भाव्यता निकाल्नुहोस् ।

A र B दुई ओटा Independent events भए दुवै घटनाको एकैसाथ आउने सम्भाव्यतालाई P(AB) ले जनाइन्छ जहाँ P(AB) = P(A) × P(B) त्यसैगरी तिनओटा घटनामा P(XYZ) = P(X).P(Y).P(Z) हुन्छ, यसैलाई सम्भाव्यताको गुणन सिद्धान्त भनिन्छ भनी प्रप्ट पानुहोस् ।

2. मूल्याङ्कन

(क) A र B दुई अनाश्रित घटनाहरू हुन् जसमा P(A) = 0.4 र P(B) = 0.5 भए $P(A\cap B)$ पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ख) एउटा 32 जना विद्यार्थी भएको कक्षामा 15 जना फुटबल, 12 जना भलिबल र 5 जना क्रिकेट खेल्दा रहेछन्, यदि एउटा विद्यार्थी छानेर पुन : समूहमा फिर्ता गरी स्वतन्त्रपूर्वक अर्को विद्यार्थी छानियो भने यसरी छानेका विद्यार्थीहरू दुवै फुटबल खेलाडी हुने सम्भाव्यता पत्ता लगाउनुहोस् ।

3. गृहकार्य तथा परियोजना कार्य

पाठ्यपुस्तकको अभ्यासका 18.2 को प्रश्न न. 1 र 2 गर्न लगाउनुहोस् ।

DRAFT

घन्टी : 5

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) अघिल्लो दिनको गृहकार्य अवलोकन गरी आवश्यक पृष्ठपोषण दिनुहोस् ।

(ख) अघिल्लो दिनको कक्षा क्रियाकलापको पुन: स्मरण गराउदै निम्न प्रश्नहरू हल गर्न लगाउनुहोस् :

(a) 1 देखि 20 सम्म अङ्कित गरिएका सङ्ख्या पत्तीहरूको समूहबाट नहेरिकन एउटा पत्ती थुत्दा 3 वा 7 ले नि : शेष भाग जाने सङ्ख्या पत्ती पर्ने सम्भाव्यता पत्ता लगाउनुहोस् ।

(b) राम्रोसँग फिटिएको 52 पत्ती भएको एक सेट तासबाट पालैपालो दुई ओटा तास (झिकिएको तास पुन : राखी) झिक्दा मिस्सीर बादशाह आउन सक्ने सम्भाव्यता पत्ता लगाउनुहोस् ।

विद्यार्थीहरूलाई यो निष्कर्षमा पुर्‍याउनुहोस् कि यदि A र B दुई ओटा पारस्पारिक निषेधक घटनाहरू भए,

P(A वा B) = $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

P(A र B) = $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

(ग) दुई ओटा घटनाहरू पारस्पारिक निषेधक नभएका अवस्थाको जानकारी दिनको लागि विभिन्न उदाहरणहरू लिनुहोस्, जस्तै,

(a) 52 ओटा पत्ती भएको एक प्याकेट तासबाट एउटा तास निकाल्दा रातो तास वा अनुहार भएको तास पर्ने सम्भाव्यता पत्ता लगाउनुहोस् ।

समस्या समाधान गर्ने क्रममा निम्न प्रश्नहरू सोध्नुहोस् :

के रातो तास र अनुहार भएको तास एक आपसमा अन्तर सम्बन्धित छन् ?

52 पत्तीको एक प्याकेट तासबाट 26 ओटा रातो तास र 12 ओटा अनुहार भएका तास छुट्टाछुटै लिन सकिन्छ ?

त्यसैले, यहाँ रातो तास र अनुहार भएको तासलाई क्रमश: R र F ले जनाउदा,

जम्मा तासको सङ्ख्या $n(S) = 52$.

रातो तासको सङ्ख्या $n(R) = 26$

अनुहार भएको तासको सङ्ख्या $n(F) = 12$

अनुहार भएको रातो तास $n(R \cap F) = 6$

52 पत्तीको एक प्याकेट तासबाट रातो वा अनुहार भएको तास पर्ने सम्भाव्यता

$P(R \cup F) = P(R) + P(F) – P(R \cap F)$

$$= \frac{n(R)}{n(S)} + \frac{n(F)}{n(s)} - \frac{n(R \cap F)}{n(S)}$$

$$= \frac{25}{26} + \frac{12}{52} - \frac{6}{52}$$

$$= \frac{26 + 12 - 6}{52} = \frac{32}{52} = \frac{8}{13}$$

(b) 1 देखि 20 सम्म अङ्कित गरिएका सङ्ख्या पत्तीहरूको समूहबाट एउटा पत्ती नहेरिकन थुत्दा सो पत्ती रूढ सङ्ख्या वा जोर सङ्ख्या पर्ने सम्भाव्यता निकाल्नुहोस् ।

DRAFT

Sol^n : 1 देखि 20 सम्म अङ्कित गरिएको सङ्ख्या n(S) = 20

S = {1, 2, 3, ………, 20}

रूढ सङ्ख्याहरूको समूह A = {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19}

n(A) = 8

जोर सङ्ख्याहरूको समूह B = {2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20}

n(B) = 10

A र B पारस्पारिक निषेधित घटनाहरू होइनन् त्यसैले $n(A \cap B) = 1$

रूढ सङ्ख्या वा जोर सङ्ख्या पर्ने सम्भाव्यता $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$$= \frac{n(A)}{n(S)} + \frac{n(B)}{n(S)} - \frac{n(A \text{ Ç } B)}{n(S)}$$

$$= \frac{8}{20} + \frac{10}{20} - \frac{1}{20}$$

$$= \frac{8 + 10 - 1}{20} = \frac{17}{20}$$

अन्त्यमा, विद्यार्थीहरूलाई यो निष्कर्षमा पुऱ्याउनुहोस् कि

(i) यदि A र B दुई ओटा पारस्पारिक निषेधक घटनाहरू भए,

$P(A$ वा $B) = P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

(ii) यदि A र B दुई ओटा पारस्पारिक निषेधक घटनाहरू होइनन् भने, $P(A$ वा $B) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

(iii) यदि A एउटा घटना भए घटना A नघट्ने सम्भाव्यता $P\overline{A} = 1 - P(A)$

2. मूल्याङ्कन

(क) 5 देखि 16 सम्मका अङ्कहरूबाट स्वतन्त्र रूपले एउटा सङ्ख्या छान्दा 3 अथवा 2 को गुणाङ्क पत्ता लगाउनुहोस् ।

3. गृहकार्य

(क) 52 पत्तीको1 प्याकेट तासबाट एउटा तास थुत्दा, उक्त तास बादशाह वा कालो तास पर्ने सम्भाव्यतापत्ता लगाउनुहोस् ।

(ख) पाठ्यपुस्तकको अभ्यास 18.1 को प्रश्न न. 3 हल गर्नुहोस् ।

घन्टी : **6**

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) अघिल्लो दिनको गृहकार्य अवलोकन गरी आवश्यक पृष्ठपोषण दिनुहोस् ।

(ख) विद्यार्थीहरूलाई निम्न प्रश्न अवलोकन गराई आश्रित घटनाको धारणा स्पष्ट पार्नुहोस् :

प्रश्न,

DRAFT

एउटा झोलामा रहेका **2** ओटा निला र **3** ओटा काला समान आकारका पाँच वटा बलहरू मध्ये दुई ओटा बल लगातार झिक्दा (पुन नराखिकन) पहिलो बल निलो र दोस्रो बल कालो पर्ने सम्भाव्यता पत्ता लगाउनुहोस् ।

यहाँ पहिलो अवस्थाको लागि कुल परिणाम सङ्ख्या= 5 हुन्छ अथवा पहिलो बल निलो हुने सम्भाव्यता = $\frac{2}{5}$ छ, भने दोस्रो अवस्थाका लागि कुल परिणाम सङ्ख्या= 4 हुन्छ अथवा दोस्रो बल कालो हुने सम्भाव्यता = $\frac{3}{4}$ यहाँ, दोस्रो घटना पहिलो घटनामा आधारित छ त्यसैले यो अवस्था पराश्रित घटनासँग सम्बन्धित छ भन्ने देखाउनको लागि प्रयोगात्मक क्रियाकलाप प्रस्तुत गर्नुहोस् र दुई वा दुई भन्दा बढी घटनाहरूमा पहिलो घटनाको प्राप्तिले दास्रो घटनालाई असर गर्छ भने, त्यस्ता घटनालाई आश्रित घटनाहरू भनिन्छ भन्ने निष्कर्षमा पुऱ्याउनुहोस् ।

(ग) विद्यार्थीलाई समूहमा विभाजन गरी निम्न प्रश्नहरू हल गर्न लगाउनुहोस् र पालैपालो हरेक समूहलाई आफ्नो कार्य प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

i) एउटा झोलामा 3 ओटा राता र 5 ओटा सेता बलहरू छन् । एउटा बल नहेरिकन सो झोलाबाट झिकी -पुन फिर्ता नगरी अर्को बल झिकियो भने दुवै बलहरू रातो रङका आउने सम्भाव्यता पत्ता लगाउनुहोस् ।

ii) राम्ररी फिटिएको 52 पत्तीको एक प्याकेट तासबाट नहेरिकन एक पछि अर्को गरी दुई ओटा तासहरू (पुन: नराखीकन) झिक्दा दुवै तासहरू रानी नै हुन सक्ने सम्भाव्यता पत्ता लगाउनुहोस् ।

iii) एउटा ब्यागमा एउटै आकारमा 5 का ओटा निला र 6 ओटा हरिया गुच्चा छन् । एउटा गुच्चा नहेरिकन सो झोलाबाट झिकी -पुन फिर्ता नगरी अर्को गुच्चा झिकियो भने दुवै गुच्चाहरू निलो रङ्गको पर्ने सम्भाव्यता पत्ता लगाउनुहोस् ।

(घ) कक्षाकोठाबाट नै समान आकारका 3 ओटा गणित किताब, 2 ओटा विज्ञान किताब र 1 नेपाली किताब सङ्कलन गरी एउटा झोलामा राख्नुहोस् र झोलामा नहेरिकन एक पछि अर्को पुस्तक निकाल्ने सम्भाव्यताबारे छलफल गराउनुहोस् ।

(ङ) क्रियाकलाप 2 बाट विद्यार्थीलाई यो निष्कर्षमा पुऱ्याउनुहोस् कि पहिलो घटनाको असर दोस्रो घटनामा देखिएको छ वा दोस्रो घटना पहिलो घटनामा आधारित भएको छ ।

(च) दुई वा दुईभन्दा बढी घटनाहरूको पराश्रित सम्बन्ध देखाउनका लागि सम्भाव्यता वृक्ष चित्रको प्रयोग गर्नुहोस् ।

जस्तै, एउटा झोलामा 7 ओटा हरिया, 5 ओटा राता र 4 ओटा निला एउटै आकारका बलहरू छन् भने उक्त झोलाबाट पहिलो बल निकालेपछि पुन त्यही नराखीकन दोस्रो बल निकाल्दा दुवै बलहरू रातो हुने सम्भाव्यता निकाल्नुहोस् ।

जम्मा बल सङ्ख्या$n(S) = 16$

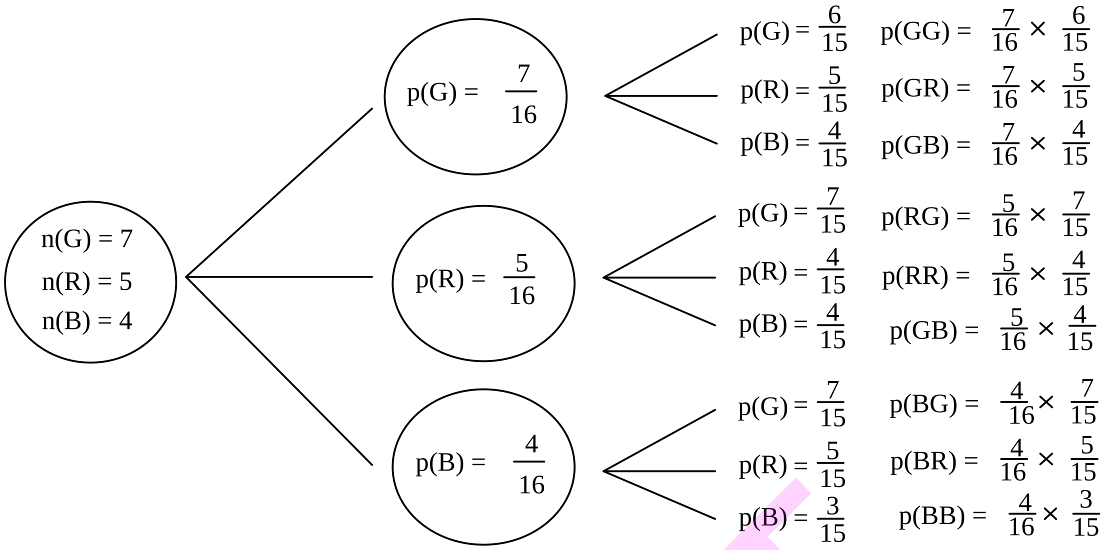
हरियो बलको सङ्ख्या$n(G) = 7$

रातो बलको सङ्ख्या$n(R) = 5$

निलो बलको सङ्ख्या$n(B) = 4$

त्यसैले,

DRAFT



P(दुवै बल रातो हुने) = P(R) × P(R)

$= \frac{5}{16} \times \frac{4}{15} = \frac{1}{12}$

2. मूल्याङ्कन

(क) एउटा झोलामा एउटा रातो, एउटा हरियो र एउटा निलो गरी तिन ओटा उस्तै र उत्रै मिठाईहरू राखिएका छन् । उक्त झोलाबाट नहेरिकन एउटा मिठाई तान्ने र उक्त मिठाई झोलामा पुन : नराखी अर्को मिठाई तान्ने परीक्षणको सबै परिणामहरूको वृक्ष चित्र प्रयोग गरी नमुना क्षेत्र लेख्नुहोस् ।

3. गृहकार्य तथा परियोजना कार्य

(क) राम्ररी फिटिएको 52 पत्तीको एक प्याकेट तासबाट नहेरिकन एक पछि अर्को गरी दुईओटा तासहरू (पुन: नराखीकन) झिक्दा राजा आउन सक्ने वा नसक्ने सबै परिणामहरूको सम्भाव्यतालाई एउटा वृक्षचित्रमा देखाउनुहोस् ।

(ख) पाठ्य पुस्तकको अभ्यास 18.2 को प्रश्न नं 5, 6, 7 हल गर्नुहोस् ।

DRAFT

घन्टी :7

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) George polya को समस्या समाधान विधिका चरणहरूसहित समस्याको हल गर्न सिकाउनुहोस् ।

George polya को समस्या समाधान विधिका चरणहरू

(i) समस्याको पहिचान

(ii) योजना निर्माण

(iii) योजना कार्यान्वय

(iv) परिणामको परीक्षण

विद्यार्थीमाझ एउटा प्रश्न राखी माथिको चरणअनुसार समाधान गर्न सिकाउनुहोस् ।

एउटा झोलामा **7** ओटा राता **9** ओटा पहेला र **11** ओटा निला बलहरू छन् । पुन नराख्ने गरी दुई बलहरू एकपछि अर्को निकाल्दा आउने सम्भाव्यतालाई वृक्ष चित्रमा प्रस्तुत गरी निम्न बलहरू आउने सम्भाव्यतापत्ता लगाउनुहोस् ।

उत्तर

समस्या समाधान विधिका विभिन्न चरणहरूको प्रयोग निम्नअनुसार सिकाउन सकिने छ ।

(ख) समस्याको पहिचान

दिइएका प्रश्नलाई अर्थपूर्ण किसिमले बुझ्ने गरी अध्ययन गर्न लगाउनुहोस् ।

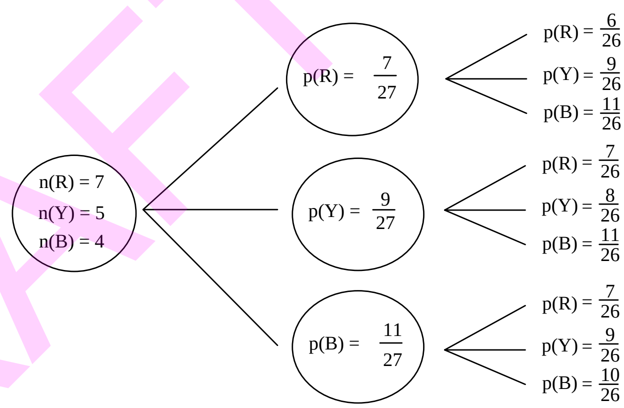
रातो बलको सङ्ख्या$n(R) = 7$

पहेलो बलको सङ्ख्या$n(Y) = 9$

र निलो बलको सङ्ख्या$n(B) = 11$

- झोलाबाट एकपटकमा एउटा बल निकाल्ने गरी जम्मा दुईपटक नहेरिकन बल निकाल्ने अवस्था बारे स्पष्ट पार्नुहोस् ।

(ग) योजना निर्माण



- वृक्षचित्रको लागि एउटा बक्स तयार गरी तिनवटा बलको सङ्ख्या राख्न लगाउनुहोस् ।
- पहिलोपटक थुत्दा कुनै पनि रङ्गको बल पर्न सक्ने सम्भाव्यताप्रयोगात्मक रूपबाट देखाउनुहोस् । र उक्त अवस्थाको धारणा स्थापित गराउनुहोस् ।
- एकपटक निकालेको बल पुन: नराख्ने भनी प्रश्नमा दिइएको अवस्थामा प्रत्येक बक्समा 1/1 बल घट्दै जान्छ भन्ने धारणा निर्माण गराउनुहोस् ।

(घ) योजनाको कार्यान्वयन

Sample Space (नमुना क्षेत्र)

P(RR, RY, RB, YR, YY, YB, BR, BY, BB)

परीक्षण

उपयुक्त समाधान ठिक भए नभएको परीक्षण गर्न लगाउनुहोस् ।

2. मुल्याङ्कन

(क) 2 ओटा रातो र 1 ओटा सेता उस्तै र उत्रै बलहरू भएको एउटा झोलाबाट नहेरिकन क्रमशः दुईओटा बलहरू निकाल्दा -पुन: नराखिकन) हुने सबै सम्भव्यताहरूलाई वृक्ष चित्र बनाई देखाउनुहोस् ।

3. गृहकार्य

पाठ्य पुस्तकको अभ्यास 18.2 प्रश्न न 2 र 3 हल गर्न लगाउनुहोस् ।

DRAFT

घन्टी : 8

1. **सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप**

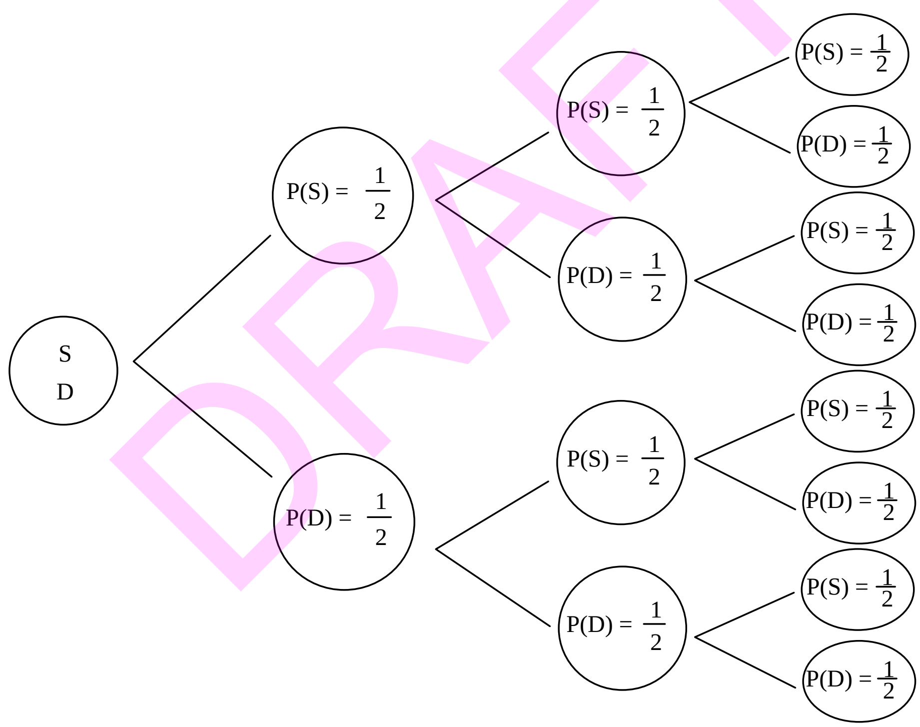
विद्यार्थीलाई समस्यामूलक प्रश्न दिई उक्त प्रश्न आश्रित वा पराश्रित कुन प्रकृतिको छ छुट्याउन लगाउनुहोस् ।

(क) एउटा घनाकार डाइस र सिक्कालाई एकैपटक उफार्दा डाइसमा 3 र सिक्कामा पुच्छर पर्ने सम्भाव्यता पत्ता लगाउनुहोस् । (अनाश्रित घटना)

(ख) एउटा झोलामा 5 ओटा निला र 3 ओटा काला गुच्चाहरू छन् भने, यदि पहिले झिकेको गुच्चा निलो पऱ्यो र उक्त गुच्चा झोलामा फिर्ता गरिएन भने अर्को गुच्चा झिक्दा निलो नै आउने सम्भाव्यता कति हुन्छ ? (पराश्रीत घटना)

एउटा विवाहित दम्पतिबाट तिन ओटा बच्चाहरू जन्मिएका थिए । ती मध्ये एक जना छोरी हुन सक्ने सम्भाव्यता वृक्षचित्रमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

एउटा विवाहित दम्पतिबाट जन्मिएका बच्चाहरू कि त छोरा कि त छोरी हुन्छन् । त्यसैले छोरा र छोरीलाई जम्मा sample space को रूपमा लिएको हुन्छ भन्ने प्रस्ट पार्नुहोस् । यहाँ, छोरा र छोरीलाई क्रमश: S र D ले जनाउदा, छोरा र छोरी हुने सम्भाव्यतालाई वृक्षचित्रमा प्रस्तुत गर्दा,



कमसेकम एउटा छोरी हुने सम्भाव्यता = 1 – सबै छोरा हुने सम्भाव्यता

$$= 1 - P(SSSS)$$

$$= 1 - \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$$

$$= 1 - \frac{1}{16}$$

$$= \frac{15}{16}$$

2. मूल्याङ्कन

(क) एउटा परिवारमा 3 जना बच्चाहरू जन्मदा दुई जना छोरा हुने सम्भाव्यता वृक्षचित्र बनाई पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ख) एउटा परिवारमा 4 जना पुरूष र 3 जना महिला छन् । दुई दिन लगातार एक जनालाई नदोहोरिने गरी निश्चित काममा लगाइयो भने दुवै दिन पुरूष पर्ने सम्भाव्यतालाई वृक्षचित्रमा देखाउनुहोस् ।

3. परियोजना कार्य

(क) 20 जना केटा र 30 जना केटीहरू भएको एउटा कक्षाबाट गोला प्रथाबाट 2 जना विद्यार्थीहरूको नाम छान्दा केटा अथवा केटी पर्ने सम्भाव्यतालई वृक्षचित्र तयार पारी देखाउनुहोस् ।

(ख) एउटा विवाहित दम्पतिबाट दुई बच्चाहरू जन्मिएका थिए जहाँ दुबै बच्चाहरू छोरी नै हुन सक्ने सम्भाव्यता निकाल्नुहोस् ।

(ग) पाठ्य पुस्तकको अभ्यास 18.2 को प्रश्न न. 8 गर्न लगाउनुहोस् ।

घन्टी - 9

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) अघिल्लो दिनको गृहकार्य अवलोकन गरी आवश्यक पृष्ठपोषण दिनुहोस् ।

(ख) विद्यार्थीलाई 4 समूहमा विभाजन गरी निम्न प्रश्नहरू हल गर्न लगाउनुहोस् र आवश्यकताअनुसार सहजीकरण गर्नुहोस् । (प्रत्येक समूहलाई एक एक ओटा प्रश्न बाड्नुहोस् ।)

समुह **A:** एउटा बाकसमा 20 ओटा सि. एफ. एल. चिमहरू राखिएका छन् जसमध्ये 2 वटा चिमहरू बिग्रिएका छन् । यदि नहेरिकन पालैपालो दुई ओटा चिमहरू निकाल्दा (पहिले निकालिएको चिम पुन : नराखी) बन्ने सबै परिणामहरूको सम्भाव्यतालाई वृक्षचित्रमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

समुह **B:** 21 केटा र 14 केटीहरू भएको कक्षाबाट दुई जना विद्यार्थीहरू गोला प्रथाबाट छान्दा केटा र केटी पर्ने सबै सम्भाव्यताहरूलाई वृक्ष चित्रमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

समुह **C:** राम्ररी फिटेको 52 पत्ती तासको पाकेटबाट दुई ओटा तास एकपछि अर्को, (फिर्ता नराख्ने गरी) थुत्दा दुबै तास राजा नै पर्ने सम्भाव्यता कति हुन्छ वृक्षचित्र बनाई पत्ता लगाउनुहोस् ।

समुह **D:** एउटा घनाकार डाइसलाई दुईपटक गुडाउँदा डाइसमा चार आउने वा नआउने सबै परिणामहरूको सम्भाव्यतालाई एउटा वृक्षचित्रमा देखाउनुहोस् । प्रत्येक समूहको प्रतिनीधिहरूलाई समाधानको प्रस्तुतिकरण पालैपालो बोर्डमा गर्न लगाउनुहोस् र आवश्यक पृष्ठपोषण दिनुहोस् ।

(ग) विद्यार्थीहरूलाई सम्भाव्यतामा पुन फिर्ता गर्ने अवस्थाको घटना पनि वृक्षचित्रद्वारा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

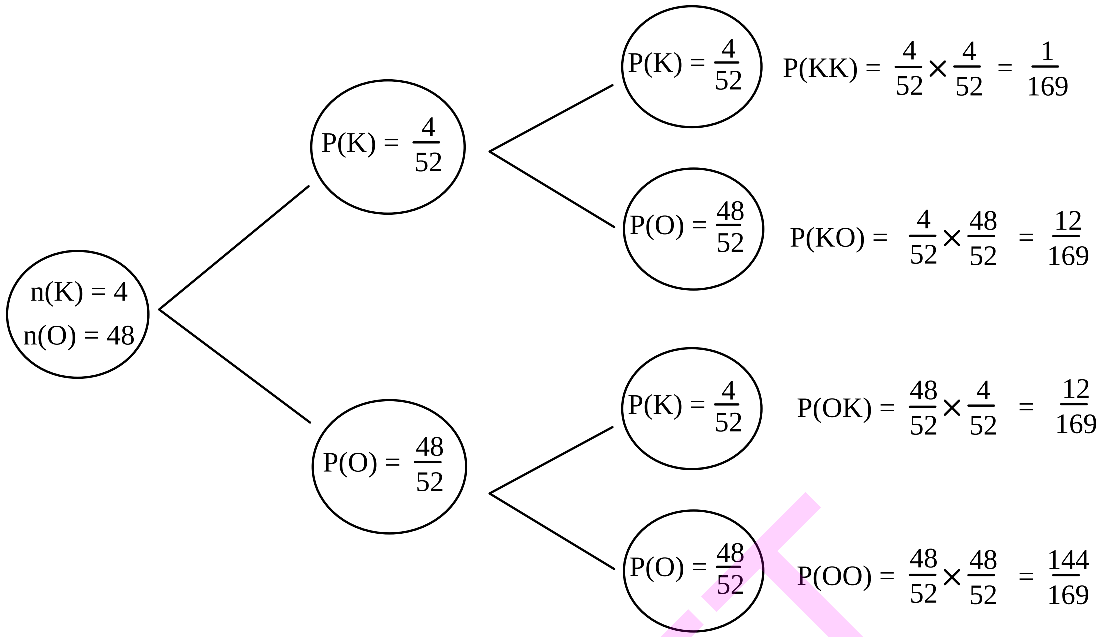
जस्तै,

राम्ररी फिटेको 52 पत्तीको एक प्याकेट तासबाट दुईओटा तास एकपछि अर्को (फिर्ता राख्ने गरी) थुत्दा दुवै तास राजा नै पर्ने सम्भाव्यता कति हुन्छ वृक्षचित्र बनाई पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान :

यहाँ राजा पर्ने सम्भाव्यतालाई K र अन्य तासहरू पर्ने सम्भाव्तालाई O ले जनाउँदा,

DRAFT



P (दुवै तास राजा हुने सम्भावना) = P(K) × P(K)

$$= \frac{4}{52} \times \frac{4}{52} = \frac{1}{169}$$

त्यसैले दुवै तास राजा नै हुने सम्भावना $\frac{1}{169}$ हुन्छ ।

2. मुल्याङ्कन

(क) राम्ररी फिटेको 52 पत्तीको एक प्याकेट तासबाट दुई ओटा तास एकपछि अर्को (फिर्ता राख्ने गरी) थुत्दा दुवै तास एक्का नै पर्ने सम्भाव्यता कति हुन्छ वृक्षचित्र बनाई पत्ता लगाउनुहोस् ।

3. गृहकार्य

एउटा झोलामा एउटा हरियो बल, एउटा खैरो बल र एउटा पहेलो बल छन् । सो झोलाबाट एउटा बल झिकियो र पुनः राखियो फेरि सो झोलाबाट अर्को बल झिक्दा हुने भने सबै सम्भाव्यतालाई वृक्षचित्रमा खिच्नुहोस् ।

घन्टी - **10**

1. सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) अघिल्लो दिनको गृहकार्य अवलोकन गरी आवश्यक पृष्ठपोषण दिनुहोस् ।

(ख) निम्न प्रश्नमा प्रश्नोत्तर र छलफल गराउदै समाधान गर्न लगाउनुहोस् :

(अ) 5 ओटा सेता र 7 ओटा राता उस्तै बलहरू भएको एउटा झोलाबाट नहेरिकन क्रमशः दुई ओटा बलहरू निकाल्दा (पुन : नराखी) हुने सबै सम्भाव्यतालाई वृक्षचित्र बनाई देखाउनुहोस् ।

DRAFT

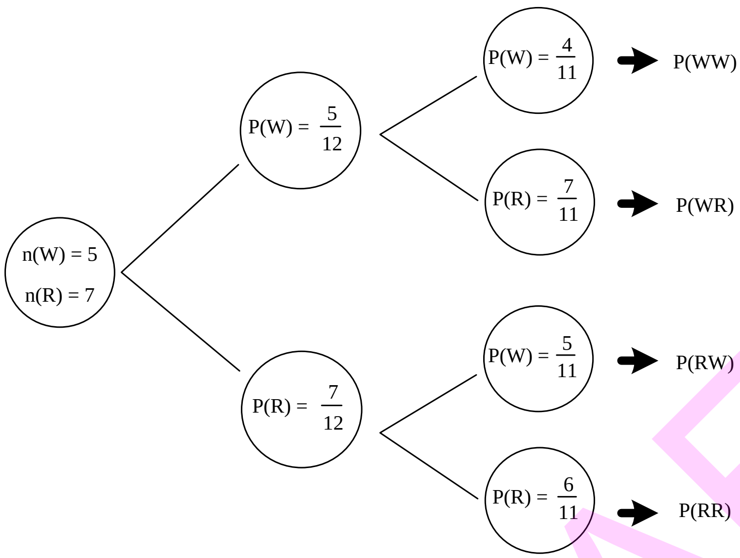
समाधान

सेतो र रातो बललाई क्रमशः W र R ले जनाउँदा,

सेतो बलको सङ्ख्या n(W) = 5

रातो बलको सङ्ख्या n(R) = 7

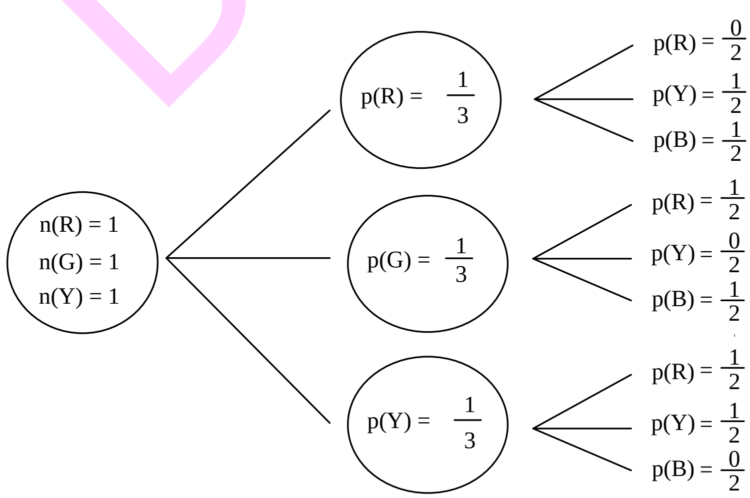
जम्मा बलको सङ्ख्या n(S) = 5 + 7 = 12



(आ) एउटा रातो, एउटा हरियो र एउटा पहेलो उत्रै र उस्तै बलहरू भएको झोलाबाट एक पछि अर्को गरी पुनः नराखी दुई ओटा बलहरू निकाल्दा आउने सबै परिणामहरूको सम्भाव्यतालाई वृक्षचित्रमा देखाउनुहोस् ।

समाधान

यहाँ, रातो, हरियो र पँहेलो बलहरूलाई R, G र Y ले जनाउँदा,



DRAFT

नोट : हामीसँग ब्यागमा जम्मा तिन ओटा फरक फरक रङ्गका बलहरू छन् । जुन पहिलोपटक निकाले पछि (पुन : नराख्दा) ब्यागमा जम्मा दुई ओटा मात्र बल रहने हुदाँ दोस्रो घटनामा दुई ओटाको मात्रै arrow diagram बनाउँदा पनि हुन्छ भन्ने कुराको जानकारी दिनुहोस् ।

2. मूल्याङ्कन

एउटा सेतो, एउटा निलो र एउटा पहेलो उत्रै र उस्तै बलहरू भएको झोलाबाट एकपछि अर्को गरी पुन : नराखी दुई ओटा बलहरू निकाल्दा आउने सबै परिणामहरूको सम्भाव्यतालाई वृक्षचित्रमा देखाउनुहोस् ।

3. गृहकार्य तथा परियोजना कार्य

एउटा झोलामा एउटा रातो, एउटा हरियो र एउटा निलो गरी तिन वटा उस्तै र उत्रै मिठाईहरू राखिएका छन् ।उक्त झोलाबाट नहेरिकन एउटा मिठाई तान्ने र उक्त मिठाई झोलामा पुन : नराखी अर्को मिठाइ तान्ने परीक्षणको सबै परिणामहरूको वृक्ष चित्र प्रयोग गरी नमुना क्षेत्र लेख्नुहोस् ।

घन्टी - 11

नमुना प्रश्नपत्र **एकाई परीक्षा**

1. 5 ओटा सेता र 6 ओटा काला उस्तै उत्रै बलहरू भएको एउटा झोलाबाट नहेरिकन क्रमशः 2 ओटा बलहरू निकाल्दा -पुनः नराखी) हुने सम्भाव्यतालाई वृक्षचित्र बनाई देखाउनुहोस् ।

2. एउटा विवाहित दम्पतिबाट दुई बच्चाहरू जन्मिएका छन् जुन कमसेकम एउटा छोरा हुने सक्ने सम्भाव्यता वृक्षचित्रमा प्रस्तुत गरी निकाल्नुहोस् ।

3. राम्रोसँग फिटिएको 52 पत्ती भएको एक सेट तासबाट पालैपालो दुई ओटा तास झिक्दा (पुनः नराखी) अनुहार भएको तास आउन सक्ने वा नसक्ने सम्भाव्यतालाई वृक्षचित्र बनाई देखाउनुहोस् ।

4. एउटा सिक्कालाई तिन पटकसम्म उफार्दा आउने सबै परिणामको वृक्षचित्र बनाई दुवैपटक गाई (टाउको) आउने सम्भाव्यता पत्ता लगाउनुहोस् ।

5. राम्ररी फिटिएको 52 पत्तीको एक प्याकेट तासबाट नहेरिकन एउटा तास थुत्दा सो तास सुरत वा इँट चित्र भएको पर्ने सम्भाव्यता कति हुन्छ ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

DRAFT